



**Examen de Sistemas Automáticos  
Parcial 2**

Ej. 1	Ej. 2	Test	Total

Apellidos, Nombre:  
Sección:  
Fecha: 23 de enero de 2016

- **Atención:** el enunciado consta de **dos ejercicios** prácticos y un test de respuesta múltiple
- Resuelva **todos** los ejercicios prácticos, además del test
- Utilice únicamente **bolígrafo negro o azul**

**Sistemas de 2º orden básico**

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2} \quad T_p = \frac{\pi}{\omega_d} \quad S_{\%} = 100 \times e^{-\pi\zeta/\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$T_{s_{95}\%} \approx \frac{3}{\zeta\omega_n} \quad T_{s_{98}\%} \approx \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad \zeta = \frac{-\ln(S_{\%}/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(S_{\%}/100)}}$$

**Sistemas realimentados**

$$e_{\text{escalón}}(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} \quad e_{\text{rampa}}(\infty) = \frac{1}{K_v} \quad e_{\text{parábola}}(\infty) = \frac{1}{K_a}$$

**Lugar de las raíces**

$$\sigma_a = \frac{\sum \text{polos} - \sum \text{ceros}}{\# \text{polos} - \# \text{ceros}} \quad \theta_a = \frac{180(2k + 1)}{\# \text{polos} - \# \text{ceros}}$$

$$\angle_{\text{salida/llegada}} = 180 - \sum \angle \text{sing. del mismo tipo} + \sum \angle \text{sing. distinto tipo}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

1. (3.5 puntos) Una cierta planta tiene la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{K}{(s+2)(s+4)(s+8)}$$

Se pide:

a) Dibujar el lugar de las raíces del sistema realimentado al variar  $K$  calculando toda la información relevante

Se sabe que para  $K = 96$  el sistema está trabajando de tal forma que su respuesta ante escalón exhibe cierta sobreoscilación y que sus polos de bucle cerrado cumplen de forma estricta la inecuación que establece la aproximabilidad a segundo orden. Además se sabe que el polo dominado se encuentra en  $s = -10$ .

Se pretende controlar el sistema para que exhiba un tiempo de respuesta entre las dos terceras partes y las dos quintas partes del actual, una sobreoscilación máxima del 14 % y un tiempo de pico lo más pequeño posible.

Se pide:

b) Identificar la zona válida y el punto  $s^*$  que cumple con los requisitos

c) Calcular el controlador PD correspondiente

d) Calcular el controlador red de retardo que permite reducir el error ante entrada escalón a la mitad, posicionando el polo de la red en  $s = -0.1$

2. (3.5 puntos) Se parte de un sistema cuya función de transferencia de rama directa es:

$$G(s) = \frac{25}{s(s+0.5)(s+50)}$$

Con el objetivo de mejorar su transitorio y su permanente se ha añadido un controlador PID comercial y se han fijado sus constantes a los valores  $K_p = 50$ ,  $K_i = 80$  y  $K_d = 5$ . Se pide:

a) Dibujar el diagrama de Bode resultante de anteponer dicho PID a la planta

b) Utilizando el diagrama de Bode, calcular el máximo valor de  $K$  que hace que el sistema realimentado tenga mínima sobreoscilación. Suponiendo que dicho valor de  $K$  debe ser integrado como parte del PID, reajuste los valores de  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  para que los ceros del controlador no varíen

c) Suponiendo que el sistema realimentado siempre es aproximable a segundo orden, ¿qué tiempo de respuesta debemos esperar para valores elevados de  $K$ ?

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a light blue and white gradient with a subtle, abstract shape behind it.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

**3 puntos, +0.2 cada acierto, -0.1 cada error.** Marque todas las respuestas que considere correctas.  
**¡Atención!** Si hay más respuestas incorrectas que correctas la calificación final del test será de **cero**.

- En un diagrama de Bode de un sistema en bucle abierto el diagrama de la fase es constante a  $-180$  grados:
  - El sistema tiene un único cero en el origen
  - Esto no es posible
  - Ninguna de las otras
  - El sistema tiene un único polo en el origen
- Dado un sistema genérico y requisitos genéricos:
  - Si se puede controlar con una red de anticipo también se podrá con un PD
  - Se podrá siempre controlar con un PI
  - Si se puede controlar con un PI también se podrá con una red de retardo
  - Se podrá siempre controlar con un PD
- Dada  $G(s) = \frac{s+2}{(s+4)^2}$  y una entrada escalón unitario, el sistema:
  - En bucle cerrado comete un error de  $1/8$
  - En bucle abierto comete un error de  $7/8$
  - En bucle cerrado comete un error de  $8/9$
  - En bucle abierto comete un error de  $1/8$
- Dada  $G(s) = \frac{s+5}{(s+8)s^2}$  y requisito de error nulo ante escalón en bucle cerrado:
  - No se necesita ningún controlador
  - Se necesita un controlador de tipo RR
  - No se puede obtener error nulo ante escalón
  - Se necesita un controlador de tipo PI
- Dada la función de transferencia  $G(s) = \frac{1}{(s+2)^3}$ , en el correspondiente lugar de las raíces:
  - El punto de ruptura está en  $s = -2$
  - Existe un rango de valores de  $K$  que permite aproximar el sistema a uno de segundo orden
  - Al variar  $K$  el sistema es siempre estable
  - Las asíntotas coinciden con las ramas
- Dada una señal de entrada  $r(t) = \sin(10t - 30)$  y una  $G(s) = \frac{10}{s}$ :
  - La salida es  $y(t) = 0.1\sin(10t - 30)$
  - La salida es  $y(t) = \sin(10t + 30)$
  - La salida es  $y(t) = 0.1\sin(10t + 120)$
  - La salida es  $y(t) = \sin(10t - 120)$
- Para controlar un sistema se necesita desplazar hacia abajo el diagrama de Bode de la amplitud 30 dB. Por tanto se necesita:
  - Un polo en el origen
  - Una  $K = 0.316$
  - Un cero en el origen
  - Una  $K = 31.6$
- Dada una entrada escalón y una función de transferencia de segundo orden sin ceros. Al realimentarla y variar  $K$ :
  - La respuesta nunca puede ser periódica
  - Toda las respuestas con sobreoscilación comparten tiempo de pico
  - Toda las respuestas con sobreoscilación comparten tiempo de respuesta
  - La respuesta puede ser críticamente amortiguada
- Dada la FdT  $G(s) = \frac{5}{(s+1)(s-5)}$  con un controlador proporcional en realimentación:
  - Es inestable y no se puede controlar con este controlador
  - Se puede obtener una sobreoscilación del
  - Se puede obtener un tiempo de pico de  $\pi$  segundos
  - Se puede obtener un tiempo de respuesta de

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

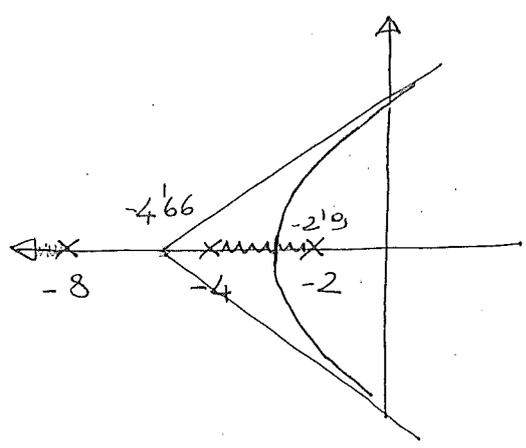
7) ASÍNTOTAS

60, 180, 300 GRADOS

3 POLOS → 3 RAMAS  
G.R. 3 → 3 ASÍNTOTA

$$\sigma_a = \frac{-2 - 4 - 8}{3} = -4.66$$

ÁNGULOS ASÍNTOTAS  
60, 180, 300



PTO RUPTURA:

$$-\frac{d}{ds} \frac{1}{G(s)} = 0$$

$$\frac{d}{ds} (s+2)(s+8)(s+4) = 0$$

$$\frac{d}{ds} (s^3 + 14s^2 + 56s + 64) = 0$$

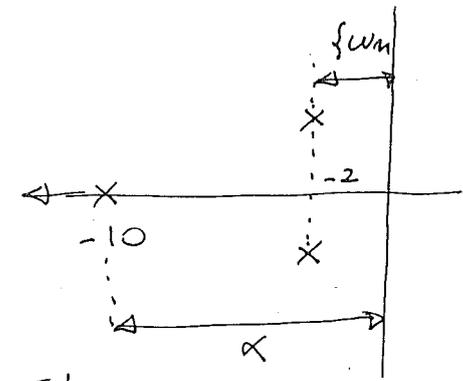
$$3s^2 + 28s + 56 = 0$$

$$s = -2.9$$

$$s = -6.43 \quad \text{X NO VÁLIDA}$$

8) SISTEMA EN BUCLE CERRADO CON K=96 Y QUE EXHIBE S.O.

ADEMÁS CUMPLE LA APROXIMABILIDAD A 2º ORDEN CON UNO DE LOS POLOS (EL DOMINADO) EN s = -10  
LA SITUACIÓN ES LA SIGUIENTE:



LOS DOMINANTES CUMPLEN ESTRICTAMENTE  
 $\alpha \geq 5 \xi \omega_n$

Tiempo de respuesta ACTUAL

$$T_s = \frac{4}{\dots} = \frac{4}{2} = 2 \text{ seg}$$

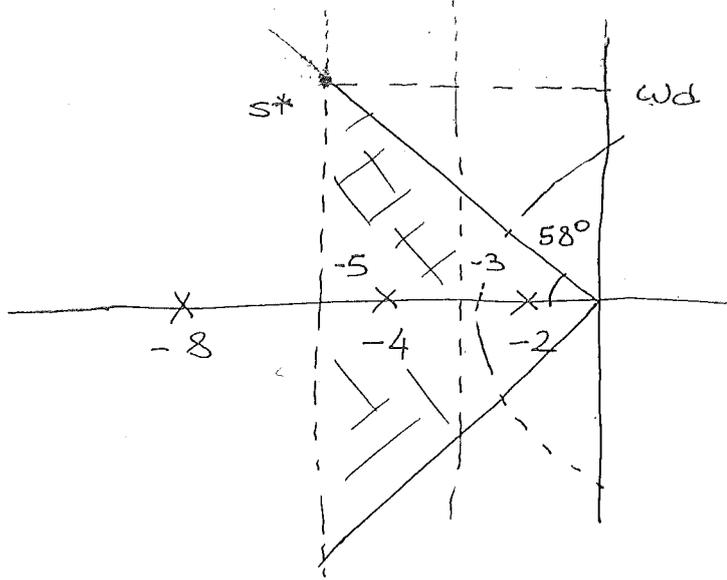
OPCION 2: REGLA DEL BARICENTRO  
( $\sum p_i$  es constante)  
 $\sum p_i = -2 - 4 - 8 = -14$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



ZONA VÁLIDA

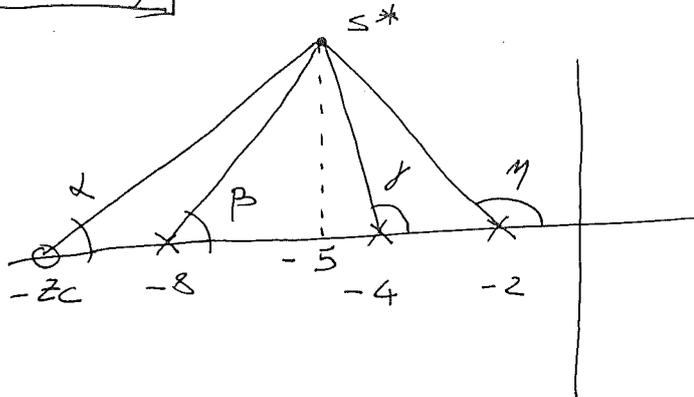
- ENTRE LOS Puntos DE LA ZONA VÁLIDA EL DE MENOR TIEMPO DE PICO ES EL  $s^*$  MARCADO.
- NO SE PUEDE USAR UN CONTROLADOR PROPORCIONAL

$$s^* = -5 \pm j\omega_d$$

$$\alpha \tan\left(\frac{\omega_d}{5}\right) = 58^\circ \quad \omega_d = 8$$

$$s^* = -5 \pm 8j$$

(C)

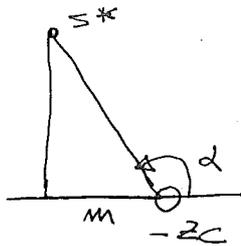


$$\alpha - \beta - \gamma - \mu = 180$$

$$\alpha = 180 + \alpha \tan \frac{8}{3} + (180 - \alpha \tan 8) + (180 - \alpha \tan \frac{8}{3})$$

$$\alpha = 180 + \alpha \tan \frac{8}{3} + 180 - \alpha \tan 8 + 180 - \alpha \tan \frac{8}{3} = 97'13^\circ > 90^\circ$$

$$\alpha \tan \frac{8}{m} = (180 - \alpha)$$



$$m = 1$$

Por tanto  $z_c = 4$  y  $PD(s) = K_{PD}(s+4)$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

MITAD

$$K_p = 10'11 = \lim_{s \rightarrow \infty} G(s) PD(s) RR(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{96 \cdot 0'76 (s + z_c)}{(s+2)(s+8)(s+0'1)}$$

$$K_p = \frac{96 z_c \cdot 0'76}{2 \cdot 8 \cdot 0'1} = 10'11 \quad z_c = \frac{2 \cdot 8 \cdot 0'1 \cdot 10'11}{96 \cdot 0'76} = 0'22$$

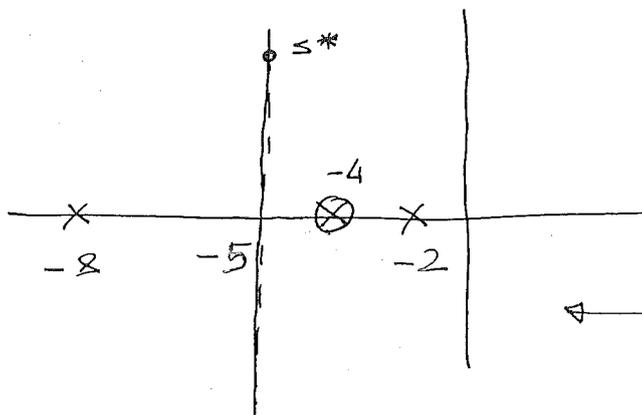
$$PI(s) = K_{PI} \frac{(s + 0'22)}{(s + 0'1)}$$

$$K_{PI} = \frac{|s^* + 0'1|}{|s^* + 0'22|} = 1'0067$$

$$PI(s) = 1'0067 \frac{(s + 0'22)}{(s + 0'1)}$$

### OPCIÓN 2 PARA EL PD (SIN CONDICIÓN DE FASE)

YA QUE EL  $s^* = -5 \pm 8j$ , PUEDO DEDUCIR DIRECTAMENTE QUE SI CANCELO EL POLO EN  $s = -4$  TENDRÉ UN LDLR QUE PASA POR  $s^*$ . DE HECHO EL LDLR DE



$$G^*(s) = \frac{K}{(s+2)(s+8)}$$

RESULTANTE AL  
CANCELAR EL POLO  
EN  $s = -4$  ES:

ES DECIR, CONVIERTO LA FDT DE RAMA DIRECTA EN UNA DE 2º ORDEN PURO.

Cartagena99

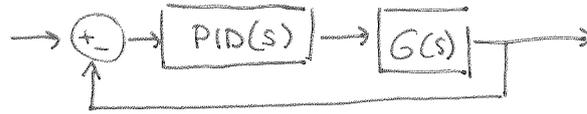
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

SOLUCIÓN EJERCICIO 2 16-01-23

Esquema



$$G(s) = \frac{25}{s(s+0.5)(s+50)}$$

$$K_p = 50 \quad K_i = 80 \quad K_d = 5$$

Calculamos el PID (Fórmula en la chuleta)

$$\begin{aligned} \text{PID}(s) &= K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s = 50 + \frac{80}{s} + 5s = \frac{5s^2 + 50s + 80}{s} \\ &= 5 \frac{(s+2)(s+8)}{s} \end{aligned}$$

a) se pretende dibujar el diagrama de Bode de

$$\begin{aligned} \text{PID}(s) \cdot G(s) &= \frac{125 (s+2)(s+8)}{s^2 (s+0.5)(s+50)} \\ &= \frac{125 \cdot 2 \cdot 8}{0.5 \cdot 50} \frac{\left(\frac{s}{2} + 1\right) \left(\frac{s}{8} + 1\right)}{s^2 \left(\frac{s}{0.5} + 1\right) \left(\frac{s}{50} + 1\right)} \end{aligned}$$

Frecuencias de corte  $\omega = \{ 0.5, 2, 8, 50 \}$

Frecuencia inicial  $\omega = 10^{-2}$  (viendo gráfica adjunta)

Ganancia inicial:

$$\begin{aligned} 20 \log \frac{125 \cdot 2 \cdot 8}{0.5 \cdot 50} &= 38.0 \text{ dB} \\ + 2 \cdot 20 \log \frac{1}{0.01} &= 80 \text{ dB} \end{aligned} \quad \rightarrow 118 \text{ dB}$$

Fase inicial: 2 polos en origen  $\Rightarrow -180^\circ$

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## Tabla pendientes ganancia

	0'01	0'5	2	8	50	1000
Polo en $s=0$	-20	-20	-20	-20	-20	-20
Polo en $s=0$	-20	-20	-20	-20	-20	-20
Polo en $s=-0'5$	0	-20	-20	-20	-20	-20
Cero en $s=-2$	0	0	+20	+20	+20	+20
Cero en $s=-8$	0	0	0	+20	+20	+20
Polo en $s=-50$	0	0	0	0	-20	-20
Total	-40	-60	-40	-20	-40	-40

## Tabla pendientes fase

	0'01	0'05	0'2	0'8	5	20	80	500	1000
Polo en $s=-0'5$		-45	-45	-45					
Cero en $s=-2$			45	45	45				
Cero en $s=-8$				45	45	45			
Polo en $s=-50$					-45	-45	-45		
Total	0	-45	0	45	45	0	-45	0	

- (b) Mínima  $S\%$   $\Rightarrow$  Máximo  $M\%$   $\Rightarrow$  Máximo  $\phi$   
 La máxima fase se observa en el intervalo  $\omega \in [20, 80]$   
 En dicho intervalo hay que buscar el punto que maximice  $K \Rightarrow$  mínima ganancia  
 Esta se obtiene en  $\omega = 80 \text{ rad/s}$  con un valor

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$K_p = 50 \cdot 56'23 = 2811 \quad K_i = 4498 \quad K_d = 281'1$$

© El grado relativo de PID(s) G(s) es 2

Tenemos 2 asíntotas verticales en

$$\sigma_a = \frac{\sum p_i - \sum z_i}{\# p_i - \# z_i} = \frac{-0.5 - 50 + 2 + 8}{2} = -22.75$$

Para valores de K grandes los polos del sistema realimentado (los que se asume son dominantes)

tendrán entonces parte real  $-22.75 \Rightarrow \zeta \omega_n = 22.75$

$$T_s = \frac{4}{22.75} = 0.1758$$

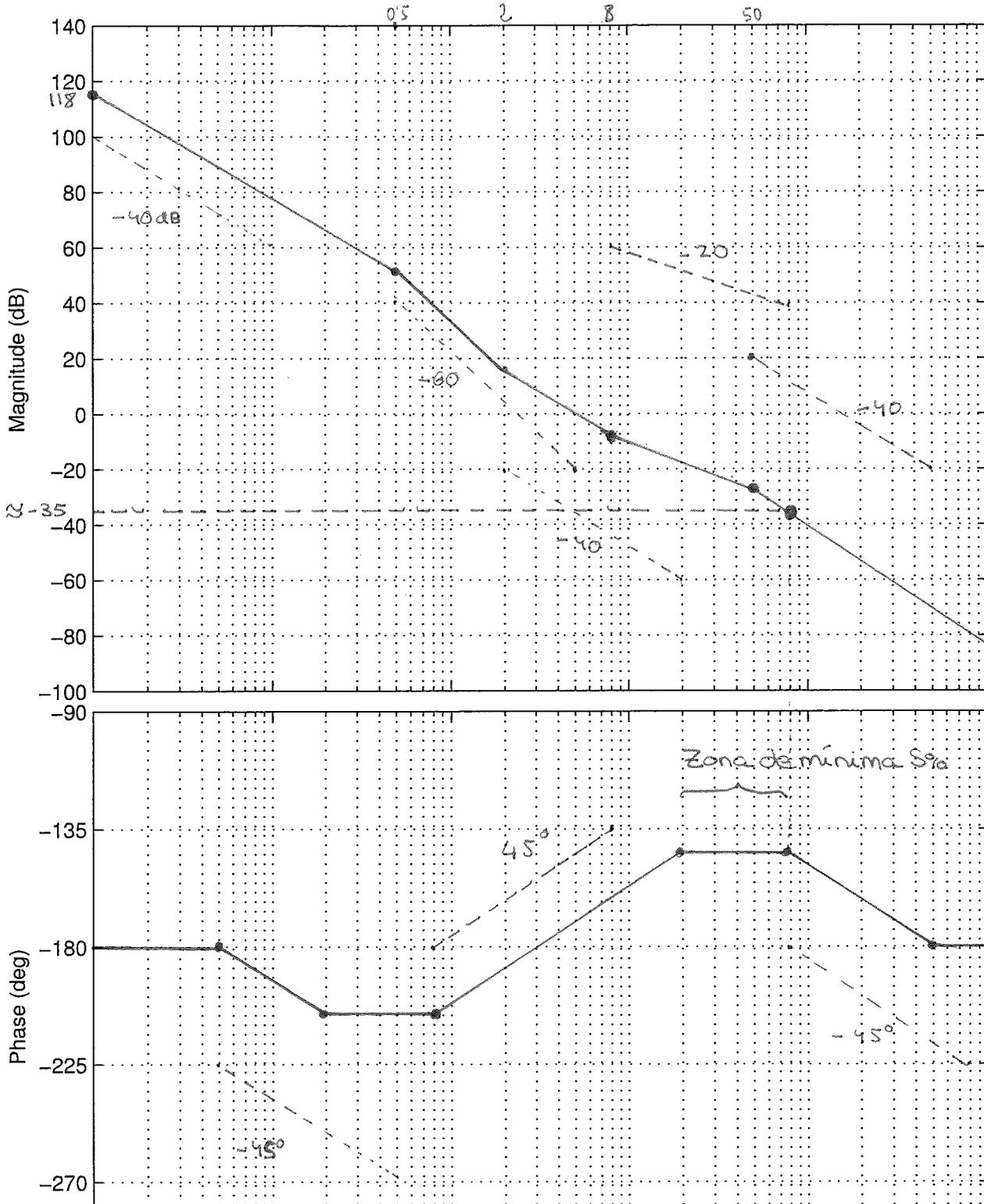
The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a light blue and orange gradient, with a white shadow effect behind the letters.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Bode Diagram



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99