

1.1 Calcular el mínimo trabajo que hay que aportar para enfriar un sistema cerrado y rígido, de capacidad calorífica constante  $C = 10 \text{ kJ/K}$ , inicialmente a  $T_1 = 300 \text{ K} = T_0$  (temperatura ambiente), hasta  $T_2 = 280 \text{ K}$ , interaccionando térmicamente sólo con el ambiente.

1.2 En un cilindro adiabático dotado de un émbolo también adiabático que puede deslizarse sin rozamiento se tienen 100 mol de un gas, de  $c_v^* = 21 \text{ J/mol K}$  y ecuación térmica

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

siendo  $a = 0,3 \text{ Pa m}^6/\text{mol}^2$ ;  $b = 4 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$ , inicialmente a  $T_1 = 300 \text{ K} = T_0$  (temperatura ambiente) y  $V_1 = 0,1 \text{ m}^3$ . Se expande cuasiestáticamente el gas hasta duplicar el volumen. Hallar la temperatura final, el trabajo y la variación de exergía.

Presión ambiente: 1 bar

1.3 Hallar el máximo trabajo que puede obtenerse de la expansión de 25 mol de un gas ideal de  $c_v = 20,8 \text{ J/mol K}$ , a 10 bar y  $25 \text{ °C}$  confinados en un cilindro con un émbolo adiabático móvil sin rozamiento y dotado de un vástago, suponiendo

- a) que el cilindro sea adiabático
- b) que el cilindro sea diatérmico.

Justificar la diferencia entre ambos resultados.

El ambiente está a  $P_0 = 1 \text{ bar}$  y  $t_0 = 25 \text{ °C}$ .

1.4 Se dispone de 1 mol de un gas contenido en un cilindro dotado de un émbolo, inicialmente a  $T_1 = 311,61 \text{ K}$  y  $P_1 = 50,61 \text{ bar}$ . El gas se expande de forma isoterma reversible hasta  $P_2 = 28,92 \text{ bar}$ . Calcular el calor intercambiado en el proceso y la fugacidad en el estado final.

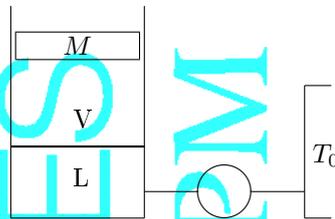
$P_c = 48,2 \text{ bar}$ ,  $T_c = 305,5 \text{ K}$ ,  $\omega = 0,098$ .

## Ejercicio 2.

El cilindro y el émbolo de la figura son adiabáticos. El émbolo puede deslizar sin rozamiento, tiene una masa  $M = 1,2 \cdot 10^4$  kg y está sometido por su cara exterior, de sección  $A = 1,1$  m<sup>2</sup>, a la presión ambiente  $P_0 = 1$  bar. El cilindro contiene un fluido puro en equilibrio líquido-vapor, estando presentes ambas fases en todas las condiciones del problema. La temperatura en el equilibrio inicial del sistema (estado 1) es  $T = 400$  K.

1. Se produce un fallo en el aislamiento térmico del cilindro, que origina una lenta fuga de calor al ambiente de 540 kJ, hasta que el fallo es reparado (estado 2). Determinar:
  - a) El número de moles de vapor que han pasado a la fase líquida en el proceso 1-2.
  - b) Generación entrópica en el sistema y en el universo. Destrucción exergética total.
  - c) Trabajo mínimo que consumiría una bomba de calor que trabajara entre el ambiente y el sistema, para reponer a éste al estado 1 inicial.
2. En el estado 2 se coloca una masa  $m = 240$  kg (muy pequeña respecto a  $M$ ) sobre el émbolo. Estimar el aumento de temperatura del sistema al alcanzarse el nuevo equilibrio (estado 3). Para este apartado se supondrá que la fase vapor se comporta como un gas ideal, y que el volumen específico del líquido es despreciable frente al del vapor.

Datos adicionales: calor latente de vaporización del fluido a 400K:  $l = 36$  kJ/mol. Temperatura ambiente:  $T_0 = 298$  K. Se desprecia la capacidad calorífica de las partes metálicas del sistema.



# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

Junio 2004

1.1  $W_{\min} = \Delta B = C \left( T_2 - T_1 - T_0 \ln \frac{T_2}{T_1} \right) = 6,98 \text{ kJ}$

1.2  $v_1 = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $v_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$

$$\left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T = \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v = \frac{R}{v-b} \Rightarrow ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v-b}; \quad \left( \frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_v = 0 \Rightarrow c_v = c_v^* \Rightarrow du = c_v^* dT + \frac{a}{v^2} dv$$

$$\Delta S = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 \left( \frac{v_1 - b}{v_2 - b} \right)^{\frac{R}{c_v}} = 226,15 \text{ K}; \quad W = -\Delta U = -n \left\{ c_v^* (T_2 - T_1) - a \left( \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) \right\} = 140,1 \text{ kJ}$$

$$\Delta B = \Delta U + P_0 \Delta V = -130,1 \text{ kJ}$$

1.3 a)  $W^A = -\Delta U = -nc_v T_0 \left\{ \left( \frac{P_0}{P_1} \right)^{\frac{R}{c_p}} - 1 \right\} = 74,7 \text{ kJ}$ ; b)  $W_T = Q = T_0 \Delta S = nRT_0 \ln \frac{P_1}{P_0} = 142,7 \text{ kJ}$

1.4  $Q = T \Delta S = nT \left( -R \ln \frac{P_2}{P_1} + s_2^D - s_1^D \right)$ ;  $T_r = 1,02$ ;  $P_{r1} = 1,05$ ;  $P_{r2} = 0,6$  y leyendo en tablas

$$-\frac{s_1^D}{R} = 1,452 + 0,098 \times 1,151 = 1,565; \quad -\frac{s_2^D}{R} = 0,491 + 0,098 \times 0,552 = 0,545 \Rightarrow Q = 4,09 \text{ kJ}$$

$$\log_{10} \phi_2 = -0,088 - 0,098 \times 0,013 \Rightarrow f_2 = 23,55 \text{ bar}$$

## Ejercicio 2.

$$\Delta H = Q = -nl \Rightarrow n = \frac{540 \text{ kJ}}{36 \text{ kJ/mol}} = 15 \text{ mol}$$

$$\sigma = 0 \Rightarrow \Delta S_u = \sigma^e = Q \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) = 462 \text{ J/K}; \quad I_t = T_0 \Delta S_u = 137,7 \text{ kJ} = W$$

$$P = 1 \text{ bar} + \frac{12000 \text{ kg } 9,8 \text{ m/s}^2}{1,1 \text{ m}^2} = 2,069 \text{ bar}; \quad \Delta P = 2138 \text{ Pa}; \quad \frac{dP}{dT} = \frac{l}{T(v^V - v^L)} \approx \frac{lP}{RT^2} \Rightarrow \Delta T \approx 0,38 \text{ K}$$

INDUSTRIAS  
ETSII UPM

- 1.1 Una máquina térmica funciona entre un cuerpo rígido de capacidad calorífica  $10 \text{ kJ/K}$  que inicialmente se encuentra a  $100 \text{ K}$  y el ambiente a  $300 \text{ K}$ . Calcular el trabajo obtenido hasta pararse la máquina si el proceso es reversible, y la destrucción exergética total si en el mismo cambio de estado del cuerpo rígido el trabajo fuera el  $90 \%$  del calculado antes.
- 1.2 Se pretende refrigerar una nave industrial que tiene unos aportes de calor de  $150 \text{ kW}$ , por medio de un sistema de refrigeración que funciona entre la nave mantenida a  $20 \text{ °C}$  y el ambiente a  $40 \text{ °C}$ . ¿Se puede conseguir esto con una potencia consumida inferior a  $10 \text{ kW}$ ?
- 1.3 Hallar la variación de la función de Gibbs específica de un fluido entre  $40 \text{ bar}$  y  $300 \text{ K}$ , y  $20 \text{ bar}$  y  $300 \text{ K}$ .  
 $P_c = 20 \text{ bar}$ ,  $T_c = 500 \text{ K}$ ,  $\omega = 0$ .
- 1.4 Un cilindro diatérmano dotado de un émbolo contiene  $10 \text{ mol}$  de un gas ideal a  $10 \text{ bar}$ . Se realiza una expansión cuasiestática hasta una presión final del gas de  $2 \text{ bar}$ , con un rozamiento constante equivalente a una presión  $r = 0,1 \text{ bar}$ .  
Calcular el trabajo realizado, la destrucción exergética en el proceso y el trabajo que se debería aportar para retornar el sistema a su estado inicial mediante un proceso cuasiestático isoterma sin rozamiento.  
Condiciones del ambiente:  $T_0 = 300 \text{ K}$ ;  $P_0 = 1 \text{ bar}$ .

### Ejercicio 2.

Se dispone de un cilindro adiabático dotado de un émbolo horizontal también adiabático, de sección  $A = 0,5 \text{ m}^2$  y masa  $M = 700 \text{ kg}$ , que puede deslizar sin rozamiento, y por cuya cara exterior actúa únicamente la presión ambiente  $P_0 = 1 \text{ bar}$ .

El interior está dividido en dos cámaras A y B por un tabique fijo, rígido y diatérmico. En A se tienen  $n_A = 100 \text{ mol}$  de un gas de ecuación térmica

$$P(v - b) = RT$$

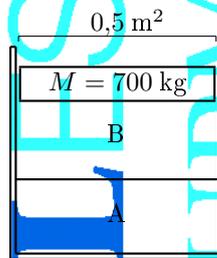
siendo  $b = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$  y  $c_v = 20 \text{ J/mol K}$ , a  $P_{A1} = 10 \text{ bar}$  y  $T_1 = 500 \text{ K}$ . En B hay  $n_B = 30 \text{ mol}$  del mismo gas.

Se retira el aislamiento térmico al cilindro, tras lo que se alcanza un nuevo estado de equilibrio (estado 2).

Posteriormente, se rompe el tabique interior, lo que lleva al sistema a un nuevo estado de equilibrio (estado 3). Se pide:

1. Presión en cada cámara en el estado 2 (bar).
2. Calor y trabajo intercambiados por el sistema cilindro+gas+émbolo en el proceso 1-2 (J).
3. Variación de exergía total en el proceso 1-2 del sistema cilindro+gas+émbolo (J).
4. Calor y trabajo intercambiados por el sistema cilindro+gas+émbolo en el proceso 2-3 (J).
5. Destrucción exergética total en el proceso 2-3 (J).

Datos adicionales: Temperatura ambiente  $T_0 = 300 \text{ K}$ . Despréciase la capacidad calorífica de todos los elementos sólidos.



Ejercicio 1.

1.1  $W^R = B = C \left( T_1 - T_0 - T_0 \ln \frac{T_1}{T_0} \right) = 1296 \text{ kJ}$ . Si el cambio de estado es el mismo, la destrucción exergética es la diferencia de trabajos,  $I = 0,1 W^R = 129,6 \text{ kJ}$ .

1.2 La potencia mínima posible sería la de una máquina de Carnot funcionando entre ambas temperaturas  $\dot{W}_{\min} = \dot{Q}/\epsilon = 150 \text{ kW} \times 20/293 = 10,239 \text{ kW}$ . No se puede.

1.3  $T_r = 0,6$ ;  $P_{r1} = 2$ ;  $P_{r2} = 1$

$$\Delta g = RT \ln \frac{f_2}{f_1} = RT \left( \ln \frac{P_2}{P_1} + \ln \frac{\phi_2}{\phi_1} \right) = 8,3144 \cdot 300 \text{ J/mol} [\ln 2 + 2,3025 \cdot (-1,715 + 1,494)] = 459,64 \text{ J/mol}$$

$$1.4 W = \int_1^2 (P - r) dV = nRT \ln \frac{V_2}{V_1} - r(V_2 - V_1) = nRT \left\{ \ln \frac{P_1}{P_2} - r \left( \frac{1}{P_2} - \frac{1}{P_1} \right) \right\} = 39146,8 \text{ J}$$

$$I = T_0 \sigma = T_0 \Delta S - W = nRT r \left( \frac{1}{P_2} - \frac{1}{P_1} \right) = 997,7 \text{ J}; W_{2-1}^R = \int_2^1 P dV = nRT \ln \frac{V_1}{V_2} = -(W + I) = -40144,5 \text{ J}$$

Ejercicio 2.

$$\left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T = \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v = \frac{R}{v-b} ; \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P = 0$$

$$P_{B1} = P_0 + \frac{Mg}{A} = 113720 \text{ Pa} ; v_A = \frac{RT_1}{P_{A1}} + b = 6,157 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$$

$$P_{B2} = P_{B1} ; P_{A2} = \frac{RT_0}{v_A - b} = \frac{T_0}{T_1} = 6 \text{ bar} ; v_{B2} = \frac{RT_0}{P_{B2}} + b = 0,0239 \text{ m}^3/\text{mol}$$

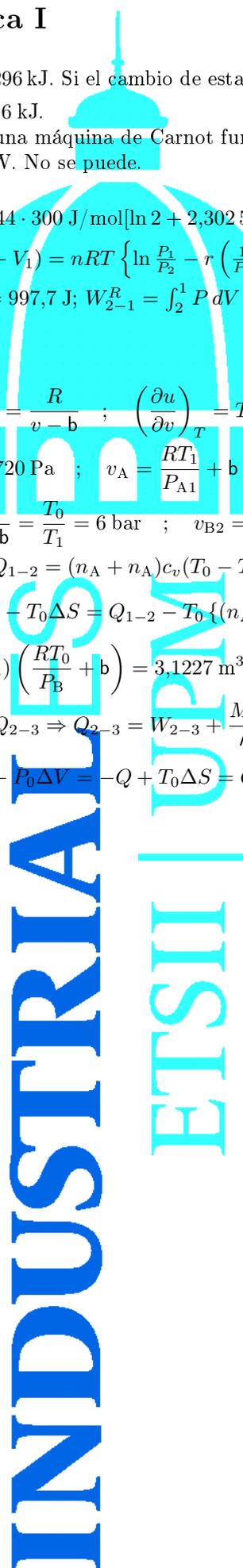
Proceso 1-2:  $\Delta U' = -P_0 \Delta V + Q_{1-2} \Rightarrow Q_{1-2} = (n_A + n_B) c_v (T_0 - T_1) + P_B \Delta V_B = -570 \text{ kJ}; W_{1-2} = P_0 \Delta V_B = -43,9 \text{ kJ}$

$$\Delta B' = \Delta U' - T_0 \Delta S + P_0 \Delta V = Q_{1-2} - T_0 \Delta S = Q_{1-2} - T_0 \{ (n_A + n_B) c_v + n_B R \} \ln \frac{T_0}{T_1} = -133,2 \text{ kJ}$$

$$\text{Proceso 2-3: } V_3 = (n_A + n_B) \left( \frac{RT_0}{P_B} + b \right) = 3,1227 \text{ m}^3 \Rightarrow W_{2-3} = P_0 \Delta V = 178,9 \text{ kJ}$$

$$\Delta U' = -W_{2-3} + Q_{2-3} \Rightarrow Q_{2-3} = W_{2-3} + \frac{Mg}{A} \Delta V = 203,4 \text{ kJ}$$

$$I_{t,2-3} = -\Delta B' = -\Delta U' + T_0 \Delta S - P_0 \Delta V = -Q + T_0 \Delta S = Q - T_0 n_A R \ln \frac{v_{B2} - b}{v_A - b} = 211,5 \text{ kJ}$$



# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

Febrero 2005

- 1.1 Un depósito adiabático de  $0,05 \text{ m}^3$  está dividido por un émbolo de espesor despreciable, que puede deslizar con rozamiento equivalente a una presión  $r = 0,1 \text{ bar}$ , en dos cámaras. En una de ellas se ha hecho el vacío y en la otra hay un mol de un gas ideal a  $1 \text{ bar}$  y  $300 \text{ K}$ . Se pone en contacto térmico con un foco a  $500 \text{ K}$  por el fondo de la cámara no vacía y se libera el émbolo hasta que el gas ocupa todo el cilindro, manteniéndose el contacto térmico con el foco hasta el equilibrio final. Calcular la variación de exergía del gas y la destrucción exergética del universo en todo el proceso.  $T_0 = 300 \text{ K}$ ;  $P_0 = 1 \text{ bar}$ ;  $c_v = 20 \text{ J/mol K}$ .
- 1.2 a) Deducir la expresión del trabajo correspondiente a la expansión reversible e isoterma de  $1 \text{ mol}$  de un gas de ecuación térmica  $P(v - b) = RT$ , siendo  $b$  una constante. Se suponen conocidos los volúmenes inicial  $v_1$  y final  $v_2$ , y la temperatura  $T$  del proceso.  
b) Comprobar que el calor absorbido en el proceso coincide con el trabajo producido.
- 1.3 Un cilindro diatérmano vertical, dotado de un émbolo también diatérmano, de masa despreciable y que puede deslizar libremente, está en equilibrio con el ambiente a  $t_0 = 15 \text{ }^\circ\text{C}$  y  $P_0 = 1 \text{ bar}$  y contiene  $0,002 \text{ m}^3$  de un líquido subenfriado. Calcular la mínima eficiencia de una máquina frigorífica capaz de congelar todo el líquido del cilindro en  $10 \text{ min}$  consumiendo una potencia máxima de  $500 \text{ W}$  y operando con el ambiente como foco caliente. Dibujar previamente el proceso seguido en un diagrama  $P-v$ .  
A  $1 \text{ bar}$ , la temperatura de saturación es  $-5 \text{ }^\circ\text{C}$ . A  $-5 \text{ }^\circ\text{C}$ , el calor latente de fusión es  $l_f = 350 \text{ kJ/kg}$ .  $v^L = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $c_p^L = 10 \text{ kJ/kg K}$ , que pueden considerarse constantes en las condiciones del problema.
- 1.4 El vapor húmedo de un fluido puro que se encuentra a  $380 \text{ K}$  y  $1 \text{ bar}$  se calienta isotérmicamente de modo que su título pasa de  $x_1 = 0,1$  a  $x_2 = 0,9$ . Determinar las variaciones de  $a$ ,  $g$  y  $b$  del fluido en el proceso.  
Datos:  $T_0 = 298 \text{ K}$ ;  $P_0 = 1 \text{ bar}$ . Calor latente de vaporización a  $380 \text{ K}$ :  $l = 45 \text{ kJ/mol}$ . El volumen específico del líquido saturado es despreciable frente al del vapor saturado, que se considerará gas ideal.

## Ejercicio 2.

El cilindro de la figura es adiabático, y está dividido en dos cámaras A y B por un émbolo diatérmico que puede deslizarse sin rozamiento, dotado de un vástago por el cual actúa una fuerza exterior. En la cámara A hay  $n_A = 15$  mol de un gas, y en la cámara B,  $n_B = 25$  mol del mismo gas, inicialmente a  $T_1 = 300$  K y ocupando  $V_{A1} = 0,4$  m<sup>3</sup> y  $V_{B1} = 0,6$  m<sup>3</sup> respectivamente.

La ecuación térmica del gas es

$$Pv = RT + \frac{aT - b}{v}$$

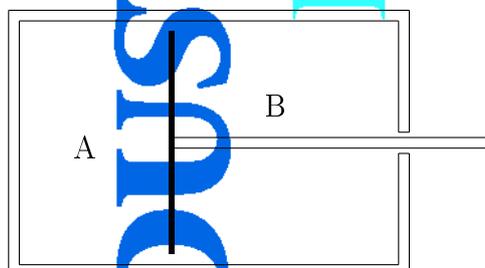
siendo  $a = 0,25$  J m<sup>3</sup>/mol<sup>2</sup> K y  $b = 77$  J m<sup>3</sup>/mol<sup>2</sup>. Se conoce además  $c_v^* = 21$  J/mol K.

Variando adecuadamente la fuerza exterior que actúa sobre el vástago, se desplaza muy lentamente el émbolo hasta llegar a  $V_{A2} = 0,2$  m<sup>3</sup> (estado 2).

Posteriormente, se suelta el vástago, sin ejercer ninguna fuerza sobre él, hasta alcanzarse un nuevo equilibrio (estado 3).

La temperatura ambiente es de  $T_0 = 300$  K.

- Demostrar que para el gas del cilindro  $c_v = c_v^*$ .
- Hallar  $u = u(T, v)$  tomando como referencia el estado  $(T_1, v_{B1})$ .
- Hallar  $s = s(T, v)$  tomando como referencia el estado  $(T_1, v_{B1})$ .
- Hallar  $P_{A1}, P_{B1}$ .
- Hallar  $T_2, P_{A2}, P_{B2}$ .
- Hallar  $T_3, P_3, V_{A3}$ .
- Trabajo intercambiado por el sistema en el proceso 1-2, indicando si es producido o absorbido por el mismo.
- Generación entrópica en el proceso 2-3.
- Variación de exergía de todo el cilindro en la etapa 1-2.
- Variación de exergía de todo el cilindro en la etapa 2-3.



# Examen de Termodinámica I

Febrero 2005

## Ejercicio 1.

1.1  $V_{A1} = \frac{nRT_1}{P_1} = 0,025 \text{ m}^3$ ;  $V_{A2} = 0,05 \text{ m}^3$

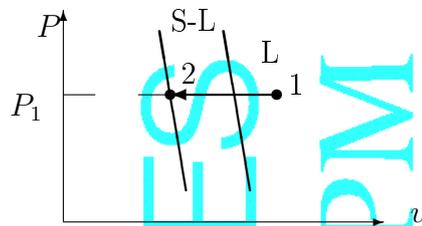
$$\Delta B_A = \Delta U_A - T_0 \Delta S_A + P_0 \Delta V_A = nc_v(T_2 - T_1) - T_0 n \left( c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_{A2}}{V_{A1}} \right) + P_0 \Delta V_A = 1700 \text{ J}$$

$$I_t = -\Delta B_A + P_0 \Delta V_A + Q \left( 1 - \frac{T_0}{T_F} \right) = 2400 \text{ J}$$

1.2  $w_T^R = \int_1^2 P dv = \int_1^2 RT \frac{dv}{v-b} = RT \ln \frac{v_2-b}{v_1-b}$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P = 0 \Rightarrow \Delta u_T = 0 \Rightarrow (Q = W)_T$$

1.3  $Q_F = \Delta H = \frac{V}{v_L} [c_p^L(t_s - t_1) - l_f] = -1100 \text{ kJ}$



$$W_{\text{máx}} = 500 \text{ W } 10 \text{ min} = 300 \text{ kJ} \Rightarrow \epsilon_{\text{mín}} = \frac{Q_F}{W_{\text{máx}}} = 3,66$$

1.4  $\Delta g = 0 \Rightarrow \Delta a = -P \Delta v = -P \Delta x (v^V - v^L) \approx -RT \Delta x = -2527 \text{ J/mol}$

$$\Delta b = \Delta h - P \Delta v - T_0 \Delta s + P_0 \Delta v = \Delta h - T_0 \Delta s = l \Delta x \left( 1 - \frac{T_0}{T} \right) = 7,768 \text{ kJ/mol}$$

## Ejercicio 2.

$$\left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v = \frac{R}{v} + \frac{a}{v^2} \quad ; \quad \left( \frac{\partial c_v}{\partial v} \right)_T = T \left( \frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_v = 0 \Rightarrow c_v = c_v^* + \int_{\infty}^v \left( \frac{\partial c_v}{\partial v} \right)_T dv = c_v^*$$

$$du = c_v dT + \left\{ T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P \right\} dv = c_v^* dT + \frac{b}{v^2} dv \Rightarrow u = c_v^*(T - T_1) - b \left( \frac{1}{v} - \frac{1}{v_{B1}} \right)$$

$$ds = \frac{c_v}{T} dT + \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v dv = \frac{c_v^*}{T} dT + \left( \frac{R}{v} + \frac{a}{v^2} \right) dv \Rightarrow s = c_v^* \ln \frac{T}{T_1} + R \ln \frac{v}{v_{B1}} - a \left( \frac{1}{v} - \frac{1}{v_{B1}} \right)$$

$$P_{A1} = 0,90725 \text{ bar} \quad ; \quad P_{B1} = 1,00458 \text{ bar} \quad ; \quad S_{A+B2} - S_{A+B1} = 0 \Rightarrow$$

$$(n_A + n_B)c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + n_A R \ln \frac{V_{A2}}{V_{A1}} + n_B R \ln \frac{V_{B2}}{V_{B1}} - a \left\{ n_A^2 \left( \frac{1}{V_{A2}} - \frac{1}{V_{A1}} \right) + n_B^2 \left( \frac{1}{V_{B2}} - \frac{1}{V_{B1}} \right) \right\} = 0 \Rightarrow T_2 = 310,7 \text{ K}$$

$$P_{A2} = 2,54581 \text{ bar} \quad ; \quad P_{B2} = 0,95548 \text{ bar} \quad ; \quad U_{A+B3} - U_{A+B2} = 0 \Rightarrow$$

$$(n_A + n_B)c_v(T_3 - T_2) - b \left\{ n_A \left( \frac{1}{v_3} - \frac{1}{v_{A2}} \right) + n_B \left( \frac{1}{v_3} - \frac{1}{v_{B2}} \right) \right\} = 0 \Rightarrow T_3 = 310,7 \text{ K}$$

$$P_3 = 1,04411 \text{ bar} \quad ; \quad V_{A3} = 1 \text{ m}^3 \frac{n_A}{n_A + n_B} = 0,375 \text{ m}^3 \quad ; \quad W_{1-2} = U_{A+B2} - U_{A+B1} = -9,3 \text{ kJ}$$

$$\sigma_{2-3} = S_{A+B3} - S_{A+B2} = 31,4 \text{ J/K} \quad ; \quad \Delta B_{1-2} = -W_{1-2} = 9,3 \text{ kJ} \quad ; \quad \Delta B_{2-3} = -T_0 \sigma_{2-3} = -9,4 \text{ kJ}$$

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

Junio 2005

- 1.1 Se dispone de una bomba de calor reversible que trabaja entre el ambiente a 300 K y un depósito, gracias a la cual el depósito, pese a sus pérdidas de calor al ambiente, se mantiene a 400 K. Calcular la eficiencia de la bomba y la generación entrópica por unidad de tiempo en el universo, sabiendo que la bomba consume 5 kW.

- 1.2 La curva de presión de vapor de cierto fluido viene dada por

$$\ln \frac{P}{1 \text{ Pa}} = 22,76 - \frac{3386 \text{ K}}{T}$$

A  $-40^\circ\text{C}$  el volumen específico del líquido saturado vale  $v^L = 0,0006 \text{ m}^3/\text{mol}$ . El vapor cumple en todo el rango de condiciones de interés la ecuación térmica

$$v^V = \frac{RT}{P} + 0,00452 \text{ m}^3/\text{mol} - \frac{1,714 \text{ K m}^3/\text{mol}}{T}$$

Hallar la presión de saturación, el volumen del vapor saturado y el calor latente de vaporización de dicho fluido, todos ellos a  $-40^\circ\text{C}$ .

- 1.3 Se comprime adiabáticamente  $1 \text{ m}^3$  de un fluido que está a 100 kPa y 293 K hasta 1,1 MPa, resultando una temperatura final de 585 K. Calcular el trabajo consumido en la compresión. Datos:  $P_c = 110 \text{ bar}$ ;  $T_c = 195 \text{ K}$ ;  $\omega = 0$ ;  $c_v^* = 21 \text{ J/mol K}$ . En el estado inicial se puede suponer comportamiento ideal.

- 1.4 Un cilindro vertical de 0,1 m de diámetro interior contiene 0,02 kg de un fluido en equilibrio líquido-vapor. El cilindro está dotado de un émbolo de 5 kg situado inicialmente a 0,15 m de altura y que puede deslizarse sin rozamiento, estando ambos térmicamente aislados.

Mediante un calentador interno de volumen despreciable se calienta el fluido hasta que todo el líquido se transforma en vapor saturado. Calcular el trabajo intercambiado en el proceso por el sistema formado exclusivamente por el fluido y el calor aportado por el calentador.

La presión ambiente es  $P_0 = 1 \text{ bar}$ . Se suponen despreciables las capacidades caloríficas de todos los elementos sólidos. La fase vapor se comporta como gas ideal. El fluido tiene  $M = 18 \text{ g/mol}$ . A la presión inicial, la temperatura de saturación es  $100^\circ\text{C}$ ;  $v^L = 0,001 \text{ m}^3/\text{kg}$ ;  $l = 2258 \text{ kJ/kg}$

## Ejercicio 2.

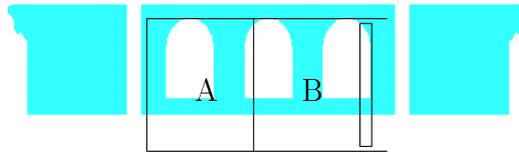
El cilindro de la figura es adiabático (lo mismo que el émbolo), y contiene una pared diatérmica interior que lo divide en dos cámaras iguales, cada una de  $V = 0,5 \text{ m}^3$ . La cámara A contiene  $n = 60 \text{ mol}$  de un gas ideal a  $T_1 = 373 \text{ K}$ , y en la cámara B se ha hecho el vacío.

A) Inmovilizado el émbolo, se produce una perforación en la pared intermedia. Determinar  $P_2$  y  $T_2$  del gas en el equilibrio final, y la destrucción exergética en el universo en dicho proceso.

B) A partir del estado final del proceso anterior, se empuja lentamente el émbolo, supuesto sin rozamiento, hasta que el gas queda confinado de nuevo en la cámara A. Determinar el trabajo útil recibido por el sistema en este proceso.

C) Establecer (no hace falta resolverla) la ecuación diferencial que permite calcular la temperatura final del proceso descrito en B), suponiendo ahora que el pistón se mueve con un rozamiento cuya presión equivalente es  $P_r = 0,2 \text{ bar}$ .

Las condiciones ambientales son  $T_0 = 298 \text{ K}$ ,  $P_0 = 1 \text{ bar}$ . Tómese para el gas  $c_p^* = \frac{7}{2}R$



INDUSTRIALES  
ETSII | UPM

## Ejercicio 1.

1.1  $\varepsilon^R = \frac{T_F}{T_0 - T_F} = 4$ . Todo el aporte de exergía se destruye en el conjunto sistema+ambiente, luego  $\Delta \dot{S}_u = \frac{\dot{I}_t}{T_0} = \frac{-\dot{W}}{T_0} = 16,67 \text{ W/K}$

1.2  $P = 1 \text{ Pa exp} \left( 22,76 - \frac{3386}{233,15} \right) = 3779 \text{ Pa} \Rightarrow v^V = 0,51 \text{ m}^3/\text{mol}$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{3386 \text{ K } P}{T^2} = \frac{l}{T(v^V - v^L)} \Rightarrow l = \frac{3386 \text{ K } P(v^V - v^L)}{T} = 27,97 \text{ kJ/mol}$$

1.3  $n \approx \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 41,05 \text{ mol}$ ;  $P_{r2} = 0,1$ ;  $T_{r2} = 3$

$$W = -\Delta U = -n[\Delta h - R\Delta(zT)] \quad ; \quad \Delta h = h_2^* - h_1^* + h_2^D$$

$$z_2 = 1,0004 \Rightarrow W = -n[c_p^*(T_2 - T_1) - RT_c 0,011 - z_2 RT_2 + RT_1] = -250,9 \text{ kJ}$$

1.4  $P = P_0 + \frac{5 \text{ kg } 9,8 \text{ m/s}^2}{\pi 0,05^2 \text{ m}^2} = 106239 \text{ Pa}$ ;  $v_1 = \frac{\pi 0,05^2 0,15 \text{ m}^3}{0,02 \text{ kg}} = 0,0589 \text{ m}^3/\text{kg}$

$$v^V = \frac{RT}{P} = 0,0292 \text{ m}^3/\text{mol} = 1,6224 \text{ m}^3/\text{kg} \quad ; \quad v_1 = v^L + x_1(v^V - v^L) \Rightarrow x_1 = 0,03571$$

$$W = P\Delta V = Pm(1 - x_1)(v^V - v^L) = 3,32 \text{ kJ} \quad ; \quad Q = \Delta H = m(1 - x_1)l = 43,55 \text{ kJ}$$

## Ejercicio 2.

$$U_2 - U_1 = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 = 373 \text{ K}$$

$$P_2 = -nRT_2/V_2 = 1,86 \text{ bar}$$

$$I_t = T_0 \Delta S_u = T_0 \Delta S = nRT_0 \ln \frac{V_2}{V_1} = 103 \text{ kJ}$$

$$\sigma_{2-3} = 0 \Rightarrow S_3 - S_2 = 0 \Rightarrow T_3 = T_2 \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{R/c_v} = 373 \text{ K } 2^{\frac{2}{5}} = 492,18 \text{ K} \Rightarrow$$

$$W = -n \frac{5}{2} R(T_3 - T_2) = -148,63 \text{ kJ}$$

$$W_{\text{útil},2-3} = W - P_0 \Delta V = -98,63 \text{ kJ}$$

$$dU = dQ - dW = nc_v dT = -(P + P_r)n dv \Rightarrow \frac{c_v}{R}(P dv + v dP) + P dv + P_r dv = 0 \Rightarrow$$

$$\gamma \frac{dv}{v} + \frac{dP}{P + \frac{R}{c_p} P_r} = 0 \Rightarrow \left( P + \frac{R}{c_p} P_r \right) v^\gamma = cte \Rightarrow \left( \frac{RT_f}{v_f} + \frac{R}{c_p} P_r \right) v_f^{1,4} = \left( \frac{RT_2}{v_2} + \frac{R}{c_p} P_r \right) v_2^{1,4}$$

$$T_f = \left( \frac{v_f}{v_2} T_2 + \frac{P_r v_f}{c_p} \right) \left( \frac{v_2}{v_f} \right)^{1,4} - \frac{P_r v_f}{c_p}$$

1.1 Un cilindro dotado de un émbolo contiene inicialmente  $0,2 \text{ m}^3$  de un gas ideal de  $c_v = 21 \text{ J/mol K}$ , a  $200 \text{ kPa}$  y  $350 \text{ K}$ . Se comprime el gas mediante un proceso politrópico endorreversible en contacto con un foco a  $350 \text{ K}$  hasta que alcanza  $500 \text{ kPa}$  y  $450 \text{ K}$ . Calcular el trabajo y el calor intercambiados, y la variación de entropía del universo en el proceso.

1.2 Un cilindro adiabático, dotado de un émbolo adiabático que puede deslizar sin rozamiento, contiene  $1 \text{ mol}$  de un gas de ecuación térmica

$$Pv = RT + \frac{a}{v}$$

siendo  $a = 12 \text{ Jm}^3/\text{mol}^2$ , y  $c_v = 21 \text{ J/mol K}$ . Desde un estado inicial en equilibrio con el ambiente, a  $P_0 = 1 \text{ bar}$  y  $T_0 = 300 \text{ K}$ , se pone el gas en contacto térmico con un foco a  $1000 \text{ K}$ , expansionándose cuasiestáticamente contra el ambiente hasta alcanzar un nuevo equilibrio. Calcular la variación de exergía del gas, el trabajo útil realizado, y las destrucciones exergéticas en el gas y en el universo en el proceso.

1.3 Hallar  $(\partial g/\partial s)_v$  en función de  $P$ ,  $v$ ,  $T$ ,  $\beta$ ,  $c_v$  y  $s$ .

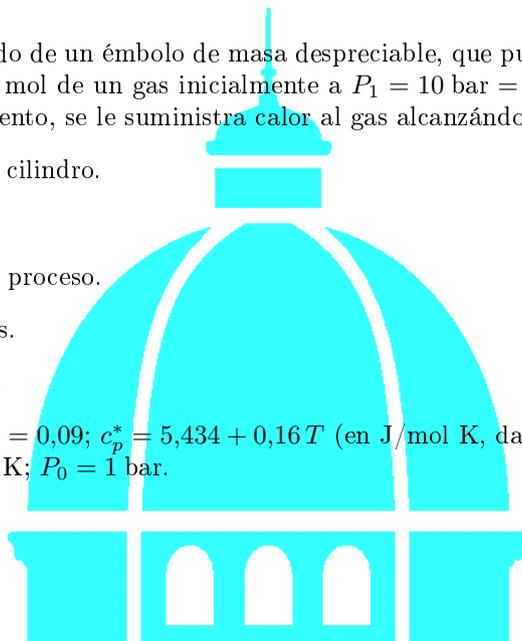
1.4 De cierto fluido a  $40 \text{ bar}$  y  $480 \text{ K}$  se sabe que  $h^D = -22,4 \text{ kJ/mol}$  y  $s^D = -34,8 \text{ J/mol K}$ . Calcular su fugacidad en dichas condiciones.

### Ejercicio 2.

Se dispone de un cilindro dotado de un émbolo de masa despreciable, que puede deslizar sin rozamiento, ambos diatérmanos. En su interior hay 1 mol de un gas inicialmente a  $P_1 = 10 \text{ bar} = P_e$  y  $T_1 = 295,8 \text{ K}$ . Manteniéndose constante la presión en todo momento, se le suministra calor al gas alcanzándose  $T_2 = 362,5 \text{ K}$ . Calcular:

1. Volúmenes inicial y final del cilindro.
2. Calor suministrado al gas.
3. Trabajo intercambiado en el proceso.
4. Variación de entropía del gas.
5. Variación de exergía del gas.

Datos:  $T_c = 290 \text{ K}$ ;  $P_c = 50 \text{ bar}$ ;  $\omega = 0,09$ ;  $c_p^* = 5,434 + 0,16T$  (en J/mol K, dando  $T$  en K).  
Condiciones ambiente:  $T_0 = 295,8 \text{ K}$ ;  $P_0 = 1 \text{ bar}$ .



# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

Septiembre 2005

1.1  $n = \frac{P_1 V_1}{RT_1} = 13,74 \text{ mol}$ ;  $Pv^k = \text{cte} \Rightarrow T^k P^{1-k} = \text{cte} \Rightarrow 1 - \frac{1}{k} = \frac{\ln \frac{T_2}{T_1}}{\ln \frac{P_2}{P_1}} = 0,274 \Rightarrow k = 1,3779$

$$W = \int_1^2 P dv = \frac{P_1 v_1}{1-k} \left\{ \left( \frac{v_2}{v_1} \right)^{1-k} - 1 \right\} = -30,23 \text{ kJ} ; \Delta U = nc_v(T_2 - T_1) = Q - W \Rightarrow Q = -1,36 \text{ kJ}$$

$$\Delta S_u = \Delta S - \frac{Q}{T_F} = 0,44 \text{ J/K}$$

1.2  $v_1 = 0,029 \text{ m}^3/\text{mol}$ ;  $v_2 = 0,08456 \text{ m}^3/\text{mol}$

$$P = \frac{RT}{v} + \frac{a}{v^2} \Rightarrow \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v = \frac{R}{v} \Rightarrow \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = -\frac{a}{v^2} ; du = c_v dT - \frac{a}{v^2} ; ds = \frac{c_v}{T} dT + \frac{R}{v} dv$$

$$\Delta B = \Delta U - T_0 \Delta S + P_0 \Delta v = 1 \text{ mol} \left\{ c_v \left( T_F - T_0 - T_0 \ln \frac{T_F}{T_0} \right) + a \left( \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) - RT_0 \ln \frac{v_2}{v_1} + P_0 (v_2 - v_1) \right\} = 9,73 \text{ kJ}$$

$$Q = \Delta U + P_0 \Delta V = 19,98 \text{ kJ} ; W_{\text{útil}} = 0 ; I = 0 ; I_t = -\Delta B + Q \left( 1 - \frac{T_0}{T_F} \right) = 4,26 \text{ kJ}$$

1.3  $\left( \frac{\partial g}{\partial s} \right)_v = \left( \frac{\partial g}{\partial P} \right)_T \left( \frac{\partial P}{\partial s} \right)_v + \left( \frac{\partial g}{\partial T} \right)_P \left( \frac{\partial T}{\partial s} \right)_v = \frac{T}{c_v} (Pv\beta - s)$

1.4  $g^D = RT \ln \frac{f}{P} = h^D - Ts^D = -5696 \text{ J/mol} \Rightarrow f = 9,6 \text{ bar}$

## Ejercicio 2.

$$P_r = \frac{10}{50} = 0,2 ; T_{r1} = \frac{295,8}{290} = 1,02 ; T_{r2} = \frac{362,5}{290} = 1,25$$

$T_r$	$z^{(0)}$	$z^{(1)}$	$z$	$\left( -\frac{h^D}{RT_c} \right)^{(0)}$	$\left( -\frac{h^D}{RT_c} \right)^{(1)}$	$-\frac{h^D}{RT_c}$	$\left( -\frac{s^D}{R} \right)^{(0)}$	$\left( -\frac{s^D}{R} \right)^{(1)}$	$-\frac{s^D}{R}$
1,02	0,9343	-0,0102	0,93338	0,203	0,175	0,2188	0,135	0,161	0,1495
1,25	0,9660	0,0108	0,96697	0,137	0,065	0,1429	0,076	0,062	0,0816

$$V_1 = nz_1 RT_1 / P = \frac{0,93338 \times 8,3144 \text{ J/K} \cdot 295,8 \text{ K}}{10^6 \text{ Pa}} = 2,296 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 ; V_2 = nz_2 RT_2 / P = 2,914 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$W = P_e \Delta V = 618 \text{ J} ; Q = \Delta H = n \left( \int_{T_1}^{T_2} c_p^* dT + h_2^D - h_1^D \right) = 4058 \text{ J}$$

$$\Delta S = n \left( \int_{T_1}^{T_2} \frac{c_p^*}{T} dT + s_2^D - s_1^D \right) = 12,342 \text{ J/K} ; \Delta B = Q - W - T_0 \Delta S + P_0 \Delta V = -149 \text{ J}$$

INDUSTRIAL ETSEM

- 1.1 Una máquina térmica reversible trabaja entre dos cuerpos rígidos de capacidad calorífica  $C_v = 10 \text{ kJ/K}$ , inicialmente a 600 K y 350 K respectivamente.
- Calcular el máximo trabajo que puede suministrar la máquina, la temperatura final de los cuerpos y el rendimiento térmico global de la máquina en el proceso.
  - Calcular el trabajo máximo que podría producir una máquina triterma que operase entre los dos cuerpos del apartado anterior en su estado inicial y el ambiente a  $T_0 = 300 \text{ K}$ , así como la variación de exergía de cada cuerpo en dicho proceso.
- 1.2 Dos moles de un gas ideal experimentan una compresión adiabática endorreversible que eleva su temperatura inicial  $T_0 = 300 \text{ K}$  en un 25 %. Determinar el aumento porcentual de su presión y el trabajo necesario para la compresión.  
Dato:  $c_p = 21 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} + 0,03 \frac{\text{J}}{\text{mol K}^2} T$
- 1.3 En un cierto dominio de presión y temperatura, un gas cumple la ecuación  $z = 1 + aP$ , siendo  $a$  una constante conocida. Determinar la discrepancia de exergía específica para dicho gas, en función de  $P$  y  $T$ , suponiendo conocido el estado ambiente  $T_0, P_0$ .
- 1.4 Se comprimen adiabáticamente 10 mol de un cierto fluido ( $P_c = 20 \text{ bar}$ ;  $T_c = 500 \text{ K}$ ;  $\omega = 0$ ;  $c_p^* = 30 \text{ J/mol K}$ ) desde  $P_1 = 18 \text{ bar}$ ,  $T_1 = 400 \text{ K}$  hasta  $P_2 = 60 \text{ bar}$ ,  $T_2 = 520 \text{ K}$ . Hallar la generación entrópica.

## Ejercicio 2.

El cilindro diatérmico de la figura, de sección  $0,5 \text{ m}^2$  y altura  $4 \text{ m}$ , está dividido en dos cámaras A y B por un émbolo de espesor despreciable, sin rozamiento y de  $M = 100 \text{ kg}$  de masa. La parte superior del cilindro está unida al fondo del mismo por una tubería dotada de una válvula inicialmente cerrada. El conjunto tubería+válvula tiene volumen interior despreciable.

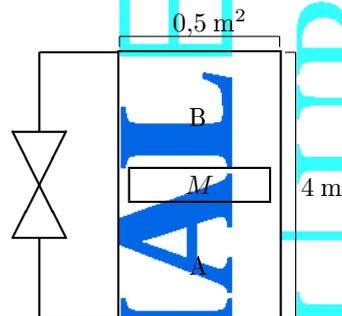
En el estado inicial de equilibrio hay en la cámara A  $n_A = 25 \text{ mol}$  de un gas de ecuación térmica

$$P(v - b) = RT$$

y  $c_v^* = a + cT$  siendo  $b = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$ ;  $a = 12 \text{ J/mol K}$ ;  $c = 0,03 \text{ J/mol K}^2$ . El volumen inicial de A es  $V_{A1} = 1 \text{ m}^3$  y el gas se encuentra a  $T_1 = T_0 = 300 \text{ K}$  (temperatura ambiente). En B hay una cierta cantidad del mismo gas.

Se abre la válvula y se alcanza un nuevo equilibrio.

- Demostrar que para el gas dado  $c_v = c_v^*$ .
- Hallar  $u = u(T, v)$  y  $s = s(T, v)$  tomando como referencia el estado  $(T_r, v_r)$ .
- $P_{A1}, P_{B1}$  (en Pa).
- Número de moles inicialmente en B y presión final del depósito (Pa).
- Calor intercambiado con el ambiente (J).
- Variación de entropía del cilindro y variación de entropía del universo en el proceso (J/K)



Ejercicio 1.

1.1  $0 = 21 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \ln 1,25 + 0,03 \frac{\text{J}}{\text{mol K}^2} 75 \text{ K} - 8,3144 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = 2,303$ ; aumenta un 130 %.

$$w = \Delta u = (21 - 8,3144) \frac{\text{J}}{\text{mol K}} 75 \text{ K} + \frac{0,03}{2} \frac{\text{J}}{\text{mol K}^2} (375^2 - 300^2) \text{ K}^2 \Rightarrow W = 3,42 \text{ kJ}$$

1.2 El máximo trabajo se obtiene en el proceso reversible; siendo 1 el cuerpo más caliente,

a)  $\Delta S = 0 = C_v \left( \ln \frac{T_f}{T_1} + \ln \frac{T_f}{T_2} \right) \Rightarrow T_f = 458,26 \text{ K}$  ;  $W = -\Delta U_1 - \Delta U_2 = C_v(2T_f - T_1 - T_2) = 334,8 \text{ kJ}$

$$\eta = \frac{W}{-\Delta U_1} = 23,6\%$$

b)  $\Delta B_1 = -B_1 = -C_v \left( T_1 - T_0 - T_0 \ln \frac{T_1}{T_0} \right) = -920,56 \text{ kJ}$  ;  $\Delta B_2 = -B_2 = -37,55 \text{ kJ}$  ;  $W_{\text{máx}} = B_1 + B_2 = 958,1 \text{ kJ}$

1.3  $v = \frac{RT}{P} + aRT \Rightarrow v^D = aRT$ ;  $\left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P} + aR \Rightarrow \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_P = 0 \Rightarrow h^D = 0$

$$s^D = \int_0^P \left\{ \left( \frac{\partial s}{\partial P} \right)_T - \left( \frac{\partial s^*}{\partial P} \right)_T \right\} dP = \int_0^P \left\{ \left( \frac{\partial v}{\partial P} \right)_T - \frac{R}{P} \right\} dP = -aRP$$

$$b = u - u_0 - T_0(s - s_0) + P_0(v - v_0) = h - h_0 - (P - P_0)v - T_0(s - s_0) \Rightarrow$$

$$b^D = h^D - h_0^D - T_0(s^D - s_0^D) - (P - P_0)v^D = -(P - P_0)aR(T - T_0)$$

1.4  $\sigma = S_2 - S_1 = n[s_2^* - s_1^* - (s_1 - s_1^*) + (s_2 - s_2^*)]$

$$s_2^* - s_1^* = c_p^* \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} = -2,139 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} ; \left. \begin{matrix} P_{r1} = 0,9 \\ T_{r1} = 0,8 \end{matrix} \right\} \Rightarrow -\frac{s_1^D}{R} = 4,283 \rightarrow s_1 - s_1^* = -35,611 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$\left. \begin{matrix} P_{r2} = 3 \\ T_{r2} = 1,04 \end{matrix} \right\} \Rightarrow -\frac{s_2^D}{R} = 2,455 \Rightarrow s_2 - s_2^* = -20,412 \text{ J/mol K} \Rightarrow \sigma = 130,6 \text{ J/K}$$

Ejercicio 2.

$$P = \frac{RT}{v - b} \Rightarrow \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v = \frac{R}{v - b} \Rightarrow \left( \frac{\partial c_v}{\partial v} \right)_T = T \left( \frac{\partial^2 P}{\partial T^2} \right)_v = 0 \Rightarrow c_v = c_v^* + \int_{\infty}^v \left( \frac{\partial c_v}{\partial v} \right)_T dv = c_v^*$$

$$du = c_v dT + \left\{ T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P \right\} dv = c_v^* dT \Rightarrow u = a(T - T_r) + \frac{c}{2}(T^2 - T_r^2)$$

$$ds = \frac{c_v}{T} dT + \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v dv \Rightarrow s = a \ln \frac{T}{T_r} + c(T - T_r) + R \ln \frac{v - b}{v_r - b}$$

$$v_{A1} = 0,04 \text{ m}^3/\text{mol} \Rightarrow P_{A1} = 67414 \text{ Pa} \Rightarrow P_{B1} = P_{A1} - \frac{Mg}{A} = 65454 \text{ Pa} \Rightarrow$$

$$v_{B1} = 0,041108 \text{ m}^3/\text{mol} \Rightarrow n_B = 24,33 \text{ mol} \Rightarrow v_2 = \frac{2 \text{ m}^3}{n_A + n_B} = 0,040546 \text{ m}^3/\text{mol} \Rightarrow P_2 = 66433 \text{ Pa}$$

$$\Delta U' = \Delta E_p = Q = -Mg \frac{V_{A1}}{A} = -1960 \text{ J}$$

$$\Delta S = n_A R \ln \frac{v_2 - b}{v_{A1} - b} + n_B R \ln \frac{v_2 - b}{v_{A1} - b} = 0,04 \text{ J/K} ; \Delta S_u = \Delta S - \frac{Q}{T_0} = 6,57 \text{ J/K}$$

- 1.1 Un cilindro adiabático está dotado de un émbolo también adiabático que puede deslizar sin rozamiento, y contiene un gas de  $c_p = 29 \text{ J/mol K}$ , y ecuación térmica

$$\frac{Pv}{RT} = 1 + BP$$

siendo  $B = -4 \cdot 10^{-7} \text{ Pa}^{-1}$ . Inicialmente el gas está a  $T_1 = 300 \text{ K}$  y  $P_1 = 2 \text{ bar}$ . Se comprime lentamente el gas hasta alcanzarse  $P_2 = 5 \text{ bar}$  (estado 2).

A continuación, se suelta el émbolo, expansionándose el gas hasta alcanzarse un nuevo equilibrio (estado 3). El ambiente exterior se encuentra a  $P_0 = 1 \text{ bar}$ . Calcular la temperatura del depósito en los estados 2 y 3.

- 1.2 Un depósito adiabático dotado de un émbolo horizontal de masa y capacidad calorífica despreciable, sección  $1 \text{ m}^2$  y sin rozamiento, contiene  $1 \text{ m}^3$  de un gas ideal, de  $c_v = 20 \text{ J/mol K}$ , inicialmente a  $1 \text{ bar}$  y  $300 \text{ K}$ . Desde una altura de  $10 \text{ m}$  sobre el fondo del depósito, se deja caer una masa de  $300 \text{ kg}$  sobre el émbolo. Calcular la destrucción exergética del universo y la variación de exergía del gas en el proceso. Condiciones ambiente:  $T_0 = 300 \text{ K}$ ;  $P_0 = 1 \text{ bar}$ .

- 1.3 Calcular la masa total, la presión y el título de un fluido almacenado en un depósito de  $1,5 \text{ m}^3$ , sabiendo que se encuentra a  $152 \text{ K}$  y que contiene un 30% de líquido en volumen. Datos:  $M = 16 \text{ g/mol}$ .  $P_c = 46 \text{ bar}$ ;  $T_c = 190 \text{ K}$ ;  $\omega = 0$ . Utilíense las tablas de Lee-Kesler y la correlación para la presión de vapor de los mismos autores:

$$\ln P_r = f^{(0)}(T_r) + \omega f^{(1)}(T_r) \quad \text{siendo} \quad \begin{cases} f^{(0)} = 5,92714 - \frac{6,09648}{T_r} - 1,28862 \ln T_r + 0,169347 T_r^6 \\ f^{(1)} = 15,2518 - \frac{15,6875}{T_r} - 13,4721 \ln T_r + 0,43577 T_r^6 \end{cases}$$

- 1.4 Hallar  $s^D(T, P)$  para un gas de ecuación térmica

$$Pv = RT + BP$$

siendo  $B$  una función exclusivamente de  $T$ , conocida.

## Ejercicio 2.

Un cilindro dotado de un pistón sin rozamiento contiene inicialmente 1 mol de una especie pura en equilibrio líquido-vapor a la presión de 2 bar y con un título  $x_1 = 0,5$  (estado 1).

Se calienta isobáricamente, hasta que se alcanza un título  $x_2 = 0,8$  (estado 2).

Finalmente, se aísla térmicamente el cilindro, y se permite una expansión lenta del pistón, hasta que la presión se reduce a 0,5 bar (estado 3).

Se pide

- Representar el proceso total en un diagrama  $P-v$
- Calor absorbido por el sistema en el proceso 1-2.
- Variación de la función de Gibbs  $G$  en dicho proceso, y fugacidad del líquido en el estado 2
- Título en el estado 3
- Variación de  $H$  en el proceso 2-3, y trabajo producido en el mismo

Datos adicionales:

- El vapor puede considerarse como un gas ideal de  $c_p^* = 33,5 \text{ J/mol K}$
- La curva de presión de vapor viene bien ajustada en las condiciones de operación por

$$\ln P^s = 11,78 - \frac{3886,4}{T - 43}$$

cuando  $P^s$  se expresa en bar y  $T$  en K

- El líquido saturado tiene un volumen molar  $v^L = 21 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$ , aproximadamente constante en las condiciones del problema.
- En el cálculo de calores latentes de vaporización, puede despreciarse el volumen molar del líquido saturado frente al del vapor saturado.

Ejercicio 1.

1.1  $v = \frac{RT}{P} + RB T \Rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \frac{r}{P} + RB$

$$ds = \frac{c_p}{T} dT - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dP = \frac{c_p}{T} dT - \left(\frac{r}{P} + RB\right) dp ; \quad dh = c_p dT + \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P\right] dP = c_p dT$$

$$s_2 - s_1 = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{R}{c_p}} \exp\left[\frac{RB(P_2 - P_1)}{c_p}\right] = 376,94 \text{ K}$$

$$u_3 - u_2 = -P_0(v_3 - v_2) = h_3 - h_2 - P_0 v_3 + P_2 v_2 \Rightarrow h_3 - h_2 = v_2(P_0 - P_2) \Rightarrow$$

$$T_3 = T_2 + \frac{P_0 - P_2}{c_p} \left(\frac{RT_2}{P_2} + RB T_2\right) = 307,78 \text{ K}$$

1.2  $n = \frac{P_1 V}{RT_1} = 40,1 \text{ mol}; P_2 = P_0 + \frac{Mg}{A} = 1,0294 \text{ bar}$

$$\Delta U + Mg \left(\frac{V_2}{A} - z\right) = -P_0(V_2 - V_1) \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{Mgz}{nc_p} = 325,9 \text{ K} ; \quad V_2 = 1,055 \text{ m}^3$$

$$I_t = T_0 \Delta S_u = T_0 \Delta S = nc_p T_0 \ln\left(1 + \frac{Mgz}{nc_p T_1}\right) - nRT_0 \ln \frac{P_2}{P_0} = 25,3 \text{ kJ}$$

$$\Delta B = \Delta U - T_0 \Delta S + P_0 \Delta V = Mg \left(z - \frac{V_2}{A}\right) - I_t = 996 \text{ J}$$

1.3  $T_r = 0,8$ ; sustituyendo en la ecuación  $P_r = 0,2528 \Rightarrow P = 11,63 \text{ bar}$ ; y extrapolando en las tablas para líquido y vapor  $z^L = 0,0422$ ;  $z^V = 0,81105$

$$n^L = \frac{0,45 \text{ m}^3 \cdot 0,2528 \cdot 46 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{0,0422 \cdot 8,3144 \cdot 152 \text{ J/mol}} = 9811 \text{ mol} ; \quad n^V = \frac{1,05 \text{ m}^3 \cdot 0,2528 \cdot 46 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{0,81105 \cdot 8,3144 \cdot 152 \text{ J/mol}} = 1191 \text{ mol}$$

$$m = (n^V + n^L)M = 176 \text{ kg} ; \quad x = \frac{n^V}{n^V + n^L} = 0,1083$$

1.4  $s^D = \int_0^P \left[ \left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_T - \left(\frac{\partial s^*}{\partial P}\right)_T \right] dP = \int_0^P \left[ -\left(\frac{\partial v}{\partial P}\right)_T + \frac{R}{P} \right] dP = -B'P$

Ejercicio 2.

$$\ln P^s = 11,78 - \frac{3886,4}{T - 43} \Rightarrow \begin{cases} T_1 = 393,54 \text{ K} \\ T_3 = 354,58 \text{ K} \\ \frac{dP}{dT} = \frac{3886,4 \text{ K}}{(T - 43 \text{ K})^2} P = \frac{lP}{RT^2} \Rightarrow l = R \cdot 3886,4 \text{ K} \left(\frac{T}{T - 43 \text{ K}}\right)^2 \end{cases} \begin{cases} l_1 = 40727 \text{ J/mol} \\ l_3 = 41847 \text{ J/mol} \end{cases}$$

$$Q = \Delta U + W = \Delta H = n(x_2 - x_1)l_1 = 12218 \text{ J} ; \quad \Delta G_{1-2} = 0 ; \quad f_2^L = f_2^V = P_2 = 2 \text{ bar}$$

$$s_3 = s_2 = s_2^V - (1 - x_2)\frac{l_1}{T_1} = s_3^V - (1 - x_3)\frac{l_3}{T_3} \Rightarrow (1 - x_3)\frac{l_3}{T_3} = c_p^* \ln \frac{T_3}{T_2} - R \ln \frac{P_3}{P_1} + (1 - x_2)\frac{l_1}{T_1} \Rightarrow x_3 = 0,7565$$

$$H_3 - H_2 = n [h_3^V - (1 - x_3)l_3 - h_2^V + (1 - x_2)l_1] = nc_p^*(T_3 - T_1) + n [(1 - x_2)l_1 - (1 - x_3)l_3] = -3349,5 \text{ J}$$

$$W = -\Delta U = -\Delta H + \Delta(PV) = -\Delta H + n(P_3 - P_2)v^L + nR(T_3 x_3 - T_1 x_2) = 3300 \text{ J}$$

INDUSTRIALES

1.1 Hallar la fugacidad de un fluido de  $P_c = 40$  bar,  $T_c = 370$  K y  $\omega = 0,1$  a 32 bar y 296 K.

1.2 Calcular el coeficiente de Joule-Thompson  $\mu_{J-T} = \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_h$  de un gas de ecuación térmica

$$\frac{Pv}{RT} = 1 + B(T)P$$

siendo  $B(T)$  una función de  $T$  conocida, y conociendo también su  $c_p$ .

1.3 Un cilindro vertical adiabático dotado de un émbolo también adiabático de masa despreciable y que puede deslizar sin rozamiento, contiene un fluido separado en dos partes por un tabique interior adiabático. El fluido de la parte inferior se encuentra a 120 °C y 1 bar (igual a la presión ambiente) y ocupa un volumen de 0,1 m<sup>3</sup>, mientras que el fluido de la parte superior está a 300 °C, 1 bar y ocupa 20 m<sup>3</sup>. Partiendo de este estado inicial, se rompe el tabique, mezclándose el fluido hasta que se alcanza un nuevo equilibrio. Razonar si el fluido en el estado final se encuentra en estado monofásico o bifásico, y calcular el título en este caso.

Datos: A 1 bar y 300 °C:  $h_A = 3100$  kJ/kg;  $v_A = 0,65$  m<sup>3</sup>/kg

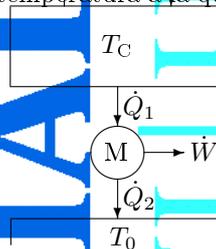
A 1 bar y 120 °C:  $h_B = 500$  kJ/kg;  $v_B = 0,001$  m<sup>3</sup>/kg

A 1 bar: líquido saturado:  $h^L = 600$  kJ/kg; calor latente de vaporización:  $l = 1535$  kJ/kg

1.4 Un colector rígido de una central solar recibe un aporte de calor del sol de  $\dot{Q}_S = 350$  kW y tiene unas pérdidas de calor al exterior que dependen de su temperatura  $T_C$  en la forma  $\dot{Q}_L = a + bT_C$ . El colector actúa como foco caliente de una máquina térmica directa, que tiene como foco frío el ambiente a  $t_0 = 20$  °C.

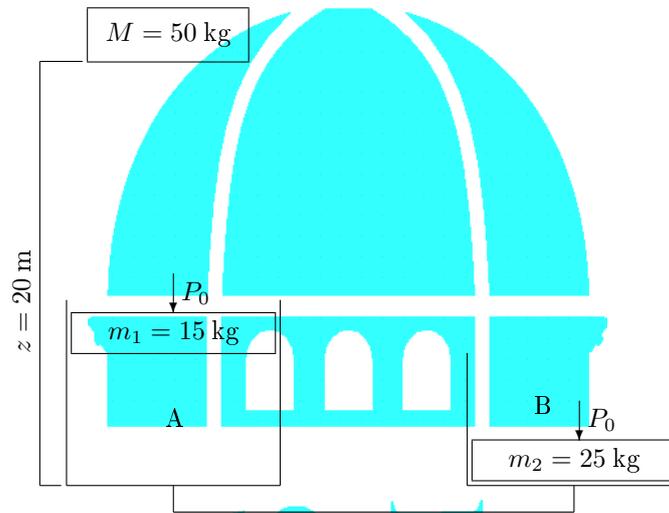
Sabiendo que el rendimiento térmico de la máquina es siempre la mitad del que tendría la máquina de Carnot entre las mismas temperaturas, calcular la potencia calorífica que debe tomar la máquina del colector  $\dot{Q}_1$  para desarrollar la potencia máxima, y la temperatura a la que se encuentra el colector en dichas condiciones.

Datos:  $a = 100$  kW;  $b = 0,4$  kW/K



## Ejercicio 2.

Se dispone de dos depósitos A y B adiabáticos de sección  $A = 0,1 \text{ m}^2$  unidos por una tubería adiabática de volumen despreciable. Ambos tienen émbolos también adiabáticos, de masas  $m_1 = 15 \text{ kg}$  y  $m_2 = 25 \text{ kg}$  respectivamente, de espesores y capacidades caloríficas despreciables, y que pueden deslizarse sin rozamiento. En el estado de equilibrio inicial, en el depósito A hay  $n = 12 \text{ mol}$  de un gas a  $T_1 = 300 \text{ K}$ , mientras que en el depósito B el émbolo se encuentra en el fondo del depósito.



Desde una altura  $z = 20 \text{ m}$ , medida desde el fondo del depósito A, se deja caer un cuerpo de masa  $M = 50 \text{ kg}$  sobre el émbolo del depósito A, alcanzándose un nuevo estado de equilibrio. Sobre la cara exterior de ambos émbolos actúa en todo momento la presión atmosférica  $P_0 = 1 \text{ bar}$ . La temperatura ambiente es  $T_0 = 300 \text{ K}$

Ecuación térmica del gas:

$$Pv = RT + BP$$

siendo  $B = 4 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$ .  $c_p^* = 5,5 + 0,15 T$ , en  $\text{J/mol K}$  dando  $T$  en  $\text{K}$ .

Despreciese la capacidad calorífica de  $M$  así como su rozamiento con el aire y el calor disipado al ambiente en el choque con el émbolo.

Se pide:

1. Demostrar que  $c_p = c_p^*$
2. Temperatura final.
3. Altura desde el fondo de cada depósito a la que se encuentran los émbolos en el estado final, y trabajo intercambiado con el ambiente.
4. Variación de entropía del sistema gas+émbolos+masa  $M$ .
5. Variación de exergía total del mismo sistema.

Ejercicio 1.

1.1  $T_r = 0,8; P_r = 0,8; \log_{10} \phi = -0,537 + 0,1(-0,493) = -0,5863 \Rightarrow f = 8,3 \text{ bar}$

1.2  $\left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_h = -\frac{\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T}{\left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_P} = \frac{T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P - v}{c_p} = \frac{B'T^2}{c_p}$

1.3  $m_A = \frac{20 \text{ m}^3}{0,65 \text{ m}^3/\text{kg}} = 30,77 \text{ kg}; m_B = \frac{0,1 \text{ m}^3}{0,001 \text{ m}^3/\text{kg}} = 100 \text{ kg}; m_A h_A + m_B h_B = (m_A + m_B)h_2 \Rightarrow$

$$h_2 = 1111,8 \text{ kJ/kg} < (h^L + l) = h^V = 2135 \text{ kJ/kg} \Rightarrow \text{es bifásico con título: } x = \frac{h_2 - h^L}{l} = 0,333$$

1.4  $\eta = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{T_0}{T_C}\right) = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_1} = \frac{\dot{W}}{\dot{Q}_S - a - bT_C} \Rightarrow \dot{W} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{T_0}{T_C}\right) (\dot{Q}_S - a - bT_C) \Rightarrow$

$$\frac{d\dot{W}}{dT_C} = 0 = \frac{1}{2} \left(T_0 \frac{\dot{Q}_S - a}{T_C^2} - b\right) \Rightarrow T_C = \sqrt{\frac{T_0(\dot{Q}_S - a)}{b}} = 428,04 \text{ K} \Rightarrow \dot{Q}_1 = 78,78 \text{ kW}$$

Ejercicio 2.

$$v = \frac{RT}{P} + B \Rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P} \Rightarrow \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_P = 0 \Rightarrow \left(\frac{\partial c_p}{\partial P}\right)_T = -T \left(\frac{\partial^2 v}{\partial T^2}\right)_P = 0$$

$$c_p = c_p^* + \int_0^P \left(\frac{\partial c_p}{\partial P}\right)_T dP = c_p^*$$

$$ds = \frac{c_p}{T} dT - \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P dP = \frac{c_p^*}{T} dT - \frac{R}{P} dP ; dh = c_p dT + \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P\right] dP = c_p^* dT + B dP$$

$P_1 = P_0 + \frac{m_1 g}{A} = 101470 \text{ Pa} ; \frac{(M + m_1)g}{A} > \frac{m_2 g}{A}$  al final todo el gas está en B:  $P_2 = P_0 + \frac{m_2 g}{A} = 102450 \text{ Pa}$

$$\Delta U' = \overset{0}{\cancel{Q}} - W = \Delta U - Mgz = \frac{m_1 g V_1}{A} + \frac{m_2 g V_2}{A} = -P_0(V_2 - V_1) \Rightarrow \Delta H = Mgz$$

$$n \left[ 5,5 \text{ J/mol K} (T_2 - T_1) + \frac{0,15}{2} \text{ J/mol K}^2 (T_2^2 - T_1^2) + B(P_2 - P_1) \right] = Mgz \Rightarrow T_2 = 315,73 \text{ K}$$

$$z_{A,2} = 0 \text{ m} ; z_{B,2} = \frac{n}{A} \left( \frac{RT_2}{P_2} + B \right) = 3,555 \text{ m} ; W = P_0(V_2 - V_1) = 1249,4 \text{ J}$$

$$\Delta S = n \left[ 5,5 \text{ J/mol K} \ln \frac{T_2}{T_1} + 0,15 \text{ J/mol K}^2 (T_2 - T_1) - R \ln \frac{P_2}{P_1} \right] = 30,72 \text{ J/K}$$

$$\Delta B' = \Delta U' - T_0 \Delta S + P_0 \Delta V = -T_0 \Delta S = -9216 \text{ J}$$

- 1.1 Una máquina de Carnot M1 toma calor de un foco a 500 K, y cede calor a la temperatura constante  $T_3$  a una máquina M2, que a su vez cede calor a un mol de gas ideal, de  $c_v = 21 \text{ J/mol K}$ , contenido en un cilindro dotado de un émbolo sin rozamiento. Dicho cilindro intercambia calor exclusivamente con M2. Por la cara exterior de su émbolo actúa únicamente la presión ambiente.

Si la temperatura del gas ideal ha variado de 200 K a 230 K, el foco ha disminuido su entropía en 4 J/K y el rendimiento medio de M2 ha resultado ser el 50%, calcular  $T_3$ , y los trabajos producidos y calores intercambiados por cada máquina.

- 1.2 Un cilindro adiabático contiene 10 mol de un gas ideal a 10 bar y 300 K. Se expande cuasiestáticamente y sin rozamiento hasta cuadruplicar su volumen, manteniendo constante su temperatura mediante el adecuado intercambio de calor con un foco a 800 K. Calcular el trabajo realizado, el calor cedido por el foco y la variación de entropía del universo en el proceso.

- 1.3 De un fluido se conoce su ecuación térmica

$$Pv = RT + BP$$

siendo  $B = -2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{mol}$ , y  $c_p^* = 27 \text{ J/mol K}$ .

a) Demostrar que  $c_p = c_p^*$ .

b) Hallar la entalpía molar de dicha sustancia en función de  $T$  y  $P$ , tomando como referencia el estado  $(T_0, P_0)$ .

- 1.4 Un cilindro de sección  $0,09 \text{ m}^2$  contiene un gas ideal de  $c_v = 21 \text{ J/mol K}$ , a  $20^\circ \text{C}$  y ocupando un volumen de  $0,03 \text{ m}^3$ . El cilindro está dotado de un émbolo que puede deslizar sin rozamiento, sobre cuya cara exterior actúan un muelle de constante elástica  $k = 2500 \text{ N/m}$ , y la presión atmosférica  $P_0 = 1 \text{ bar}$ . En la posición inicial, el muelle no realiza ninguna fuerza sobre el émbolo.

Mediante un dispositivo interno de volumen despreciable se aporta calor al gas hasta que se duplica su volumen.

Calcular la temperatura final del gas, el trabajo realizado por el mismo y el calor intercambiado.

## Ejercicio 2.

El cilindro de la figura y su émbolo, de masa despreciable, son adiabáticos y contienen  $n = 50$  mol de un fluido en equilibrio líquido-vapor, inicialmente a  $P_1 = 1,01325$  bar y ocupando un volumen  $V_1 = 0,05$  m<sup>3</sup>. La sección del cilindro es  $A = 0,1$  m<sup>2</sup>.

En fluido en fase líquida tiene  $\alpha^L \approx 0$ ;  $v^L = 18,6 \cdot 10^{-6}$  m<sup>3</sup>/mol (constante en las condiciones de interés);  $c_p^L = 75,98$  J/mol K. Su calor latente de vaporización es  $l = 58692,1 \frac{\text{J}}{\text{mol}} - 48,42 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} T$ . La curva de presión de vapor viene dada con suficiente aproximación por

$$\ln \frac{P}{1 \text{ bar}} = 13,282 - \frac{4951,46 \text{ K}}{T}$$

La fase vapor se puede considerar gas ideal.

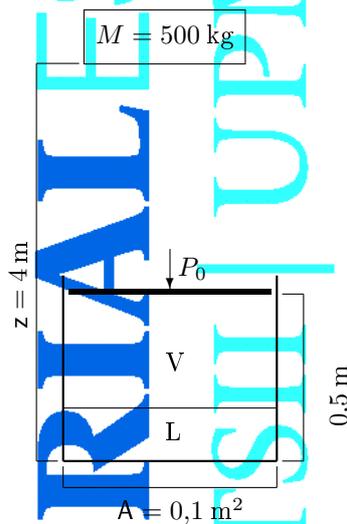
Desde una altura  $z = 4$  m desde el fondo del cilindro, se deja caer una masa  $M = 500$  kg, alcanzándose un nuevo equilibrio (estado 2).

Hallar

- Presión final (bar); temperaturas inicial y final (K)
- Títulos inicial y final, volumen final del fluido (m<sup>3</sup>)
- Variación de exergía del fluido (J)
- Destrucción exergética en el proceso (J)

Despréciense todos los rozamientos, disipaciones de calor al ambiente y capacidades caloríficas de los elementos sólidos. El ambiente está a  $P_0 = P_1$  y  $T_0 = 300$  K.

Se sugiere tomar como origen de entalpía y entropía el líquido saturado a  $P_1$



Ejercicio 1.

1.1 Llamando  $Q_1$ : calor intercambiado entre el foco y M1 con el signo correspondiente a M1;  $Q_3$  calor intercambiado entre M1 y M2 con el signo correspondiente a M1;  $Q_2$  calor intercambiado entre M2 y el gas con el signo correspondiente al gas:

$$Q_2 = \Delta H = 1 \text{ mol } 29,3144 \text{ J/mol K} (230 - 200) \text{ K} = 879,4 \text{ J} \quad ; \quad \frac{Q_1}{500 \text{ K}} - 4 \text{ J/K} = 0 \Rightarrow Q_1 = 2000 \text{ J}$$

$$\frac{W_2}{-Q_3} = 0,5 \quad ; \quad W_2 = -Q_3 - Q_2 \Rightarrow W_2 = Q_2 \quad ; \quad Q_3 = -2W_2 = -1758,8 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_1 = Q_1 + Q_3 = 241,2 \text{ J} \quad ; \quad Q_3 = -4 \text{ J/K } T_3 \Rightarrow T_3 = 439,7 \text{ K}$$

1.2  $\Delta U = Q - W \Rightarrow Q = W = \int_1^2 P dV = nRT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = 34,6 \text{ kJ}$ ;  $\Delta S_u = \Delta S + \Delta S_F = Q \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_F} \right) = 72 \text{ J/K}$

1.3  $\left( \frac{\partial c_p}{\partial P} \right)_T = -T \left( \frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_P = 0 \Rightarrow c_p = c_p^* + \int_0^P \left( \frac{\partial c_p}{\partial P} \right)_T dP = c_p^*$

$$\left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P} \quad ; \quad dh = c_p dT + \left\{ v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \right\} dP = c_p^* dT + B dP \Rightarrow h = c_p^*(T - T_0) + B(P - P_0)$$

1.4  $P_2 = P_0 + \frac{V_2 - V_1}{A^2} k \Rightarrow T_2 = T_1 \frac{V_2}{V_1} \frac{P_2}{P_0} = 640,59 \text{ K}$

$$W = \int_1^2 \left( P_0 + k \frac{V - V_1}{A^2} \right) dV = V_1 \left( P_0 + \frac{kV_1}{2A^2} \right) = 3139 \text{ J} \quad ; \quad Q = W + \Delta U = \frac{P_1 V_1 c_v}{RT_1} (T_2 - T_1) + W = 12119 \text{ J}$$

Ejercicio 2.

$$P_2 = P_1 + \frac{Mg}{A} = 1,50325 \text{ bar} \quad ; \quad T_1 = \frac{4951,46 \text{ K}}{13,282 - \ln 1,01325} = 373,16 \text{ K} \quad ; \quad T_2 = 384,6 \text{ K}$$

$$v_1 = \frac{V_1}{n} = 0,001 \text{ m}^3/\text{mol} = x_1 \frac{RT_1}{P_1} + (1 - x_1)v^L \Rightarrow x_1 = 0,03207$$

$$\Delta U' = -P_0 \Delta V \Rightarrow \Delta H = Mgz \Rightarrow \Delta h = \frac{Mgz}{n} = 392 \text{ J/mol} = x_2 l_2 + h_2^L - x_1 l_1$$

$$dh^L = c_p^L dT + v^L (1 - \alpha^L T) dP \Rightarrow h_2^L = c_p^L (T_2 - T_1) + v^L (P_2 - P_1) = 869,6 \text{ J/mol}$$

$$l_1 = 40623 \text{ J/mol} \quad ; \quad l_2 = 40070 \text{ J/mol} \Rightarrow x_2 = 0,02062 \Rightarrow V_2 = 0,02284 \text{ m}^3$$

$$ds^L = \frac{c_p^L dT}{T} - \alpha^L v^L dP \Rightarrow s_2^L = c_p^L \ln \frac{T_2}{T_1} = 2,293 \text{ J/mol K} \quad ; \quad \Delta S = n \left( \frac{x_2 l_2}{T_2} + s_2^L - \frac{x_1 l_1}{T_1} \right) = 47,49 \text{ J/K} = \sigma$$

$$\Delta B = \Delta U - T_0 \Delta s + P_0 \Delta V = Mg \left( z - \frac{V_2}{A} \right) - T_0 \Delta S = 4235 \text{ J} \quad ; \quad I = T_0 \sigma = 14246 \text{ J}$$

- 1.1 Una máquina térmica reversible funciona entre el ambiente y un cilindro adiabático dotado de un émbolo horizontal de masa no despreciable, que puede deslizar sin rozamiento y por cuya cara exterior actúa en todo momento únicamente la presión atmosférica exterior constante. En el interior del cilindro hay 10 mol de un gas, inicialmente a temperatura ambiente  $T_0 = 300$  K, de ecuación térmica

$$Pv = RT + bP$$

siendo  $b$  constante, y  $c_p = 29$  J/mol K (constante en el intervalo de condiciones de interés). Calcular el trabajo que hay que suministrar a la máquina para que se eleve la temperatura hasta 500 K.

- 1.2 Se comprime isoterma y reversiblemente  $0,1$  m<sup>3</sup> de un fluido que se encuentra a 50 bar y 300 K, hasta 200 bar. Calcular el calor intercambiado por el fluido en el proceso, sabiendo los coeficientes térmicos del fluido:  $\alpha = 7 \cdot 10^{-4}$  K<sup>-1</sup> y  $\kappa = 8 \cdot 10^{-5}$  bar<sup>-1</sup>.
- 1.3 Calcular la derivada de la función de Helmholtz respecto al volumen en un proceso isentrópico, en función de  $P, T, s, \beta$  y  $c_v$ .
- 1.4 Un gas sufre un proceso adiabático desde  $P_1 = 16$  bar y  $T_1 = 306$  K hasta  $P_2 = 8$  bar y  $T_2 = 288$  K. Hallar la generación entrópica específica.  
 $P_c = 40$  bar;  $T_c = 300$  K;  $\omega = 0,1$ ;  $c_p^* = 30$  J/mol K.

## Ejercicio 2.

Un cilindro horizontal está dotado de un émbolo que desliza con fricción, estando provisto el conjunto de un aislamiento térmico defectuoso, que permite un cierto intercambio de calor con el entorno. El cilindro contiene 1 kg de aire, que suponemos se comporta como un gas ideal, y que se encuentra inicialmente a la presión y temperatura ambiente  $P_1 = 1$  bar y  $t_1 = 15$  °C (estado 1).

Se comprime lentamente el aire, hasta que alcanza una presión  $P_2 = 6$  bar, instante en el cual la temperatura es  $t_2 = 120$  °C.

Durante este proceso admitimos que el aire evoluciona según una transformación politrópica  $PV^k = \text{cte}$ , y que la presión equivalente al rozamiento del émbolo es  $P_r = 0,1$  bar.

Determinar

- El valor del exponente politrópico  $k$ .
- El calor disipado al entorno en el proceso 1-2.
- La destrucción exergética en el universo en dicho proceso.

Datos adicionales:

- Tómese para el aire  $c_v^* = 20$  J/mol K
- Masa molecular media: 28,8 g/mol
- Se desprecia la capacidad calorífica de los componentes sólidos del sistema.

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

Junio 2007

1.1 El proceso del gas es isóbaro; llamado  $Q_0$  al calor intercambiado por el ambiente

$$Q = \Delta H = n \left( c_p(T_2 - T_0) + \int_1^2 \left( \frac{\partial h}{\partial P} \right)_T dP \right)^0 ; \quad ds = \frac{c_p dT}{T} + \left( \frac{\partial s}{\partial P} \right)_T dP^0$$

$$\Delta S_u = 0 = \frac{Q_0}{T_0} + \Delta S \Rightarrow Q_0 = -nc_p \ln \frac{T_2}{T_0}$$

$$\Delta U_M = 0 = -Q_0 - Q = nc_p \left( T_0 \ln \frac{T_2}{T_0} - T_2 + T_0 \right) = -13,56 \text{ kJ}$$

1.2  $dQ^R = T dS = T \left[ \left( \frac{\partial S}{\partial T} \right)_V dT^0 + \left( \frac{\partial S}{\partial V} \right)_T dV \right] = T \frac{\alpha}{\kappa} dV \Rightarrow Q = T \frac{\alpha}{\kappa} \Delta V$

$$dV = \left[ V \alpha dT^0 - V \kappa dP \right] \Rightarrow V = V_0 \exp[-\kappa(P - P_0)] \Rightarrow Q = T \frac{\alpha}{\kappa} V_0 \{ \exp[-\kappa(P - P_0)] - 1 \} = -313 \text{ kJ}$$

1.3  $\left( \frac{\partial a}{\partial v} \right)_s = \left( \frac{\partial a}{\partial v} \right)_T + \left( \frac{\partial a}{\partial T} \right)_v \left( \frac{\partial T}{\partial v} \right)_s = -P + s \frac{\left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T}{\left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_v} = -P + \frac{sTP\beta}{c_v}$

1.4  $\frac{\sigma}{n} = s_2 - s_1 = s_2^* - s_1^* - (s_2^* - s_2) + (s_1^* - s_1)$

$$\left. \begin{matrix} P_{r1} = 0,4 \\ T_{r1} = 1,02 \end{matrix} \right\} - \frac{s_1^D}{R} = 0,294 + 0,1 \cdot 0,342 = 0,3282 ; \quad \left. \begin{matrix} P_{r2} = 0,2 \\ T_{r2} = 0,96 \end{matrix} \right\} - \frac{s_2^D}{R} = 0,163 + 0,1 \cdot 0,217 = 0,1847$$

$$\sigma = 30 \text{ J/mol K} \ln \frac{288}{306} - R(\ln 0,5 - 0,3282 + 0,1847) = 5,137 \text{ J/mol K}$$

## Ejercicio 2.

$$P_1 V_1^k = P_2 V_2^k \Rightarrow k = \frac{\ln \frac{P_1}{P_2}}{\ln \frac{V_2}{V_1}} = \frac{\ln \frac{P_1}{P_2}}{\ln \frac{P_1}{P_2} + \ln \frac{T_2}{T_1}} = 1,21$$

$$W = \int_1^2 (P + P_r) dV = \frac{nRT_1}{1-k} \left[ \left( \frac{T_2 P_1}{T_1 P_2} \right)^{1-k} - 1 \right] + P_r nR \left( \frac{T_2}{P_2} - \frac{T_1}{P_1} \right) ; \quad Q = \Delta U + W = -78 \text{ kJ}$$

$$I_t = T_0 \Delta S_u = -Q + nT_0 \left( c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} \right) = 17 \text{ kJ}$$

1.1 Una nave industrial tiene unas pérdidas de calor al exterior de 6 000kJ/h por cada grado de diferencia entre la temperatura interior y la exterior. Se utiliza una bomba de calor reversible que consume 5 kW para mantener la temperatura interior a 21 °C. Calcular la temperatura exterior para la cual dicha bomba de calor está siendo utilizada.

1.2 Hallar  $\left(\frac{\partial g}{\partial s}\right)_v$  en función de  $T, P, v, s, \beta$  y  $c_v$  (o  $c_p$ ).

1.3 Se expande adiabáticamente 1 m<sup>3</sup> de un gas que se encuentra en un recipiente cerrado e inicialmente a 1 MPa y 500 °C hasta 100 kPa. Calcular la temperatura final del gas y el número de moles de gas en el recipiente, sabiendo que se ha obtenido el máximo trabajo en el proceso. Se admite que en el estado final el gas se comporta prácticamente como gas ideal.

Datos:  $c_p^* = 30$  J/mol K;  $\omega = 0,15$ . A 1 MPa y 500 °C:  $z_1^{(0)} = 0,82$ ;  $z_1^{(1)} = 0,08$ ;  $s_1^D = -5$  J/mol K.

1.4 a) Demostrar que en un proceso politrópico reversible de un gas ideal, con exponente politrópico  $k$ ,

$$dQ = V \frac{c_v}{R} \left(1 - \frac{\gamma}{k}\right) dP$$

b) Basándose en el resultado anterior, hallar  $dS$  en dicho proceso en términos de  $dP$ .

## Ejercicio 2.

Se dispone de un depósito rígido y cerrado de  $V = 25 \text{ m}^3$ , dividido en dos cámaras A y B por un tabique adiabático. En la cámara B, con paredes diatérmicas, se ha hecho el vacío. En la cámara A de  $V_A = 10 \text{ m}^3$  y paredes adiabáticas, hay 100 kmol de un fluido puro en equilibrio líquido-vapor a  $T_1 = 330 \text{ K}$ .

Por un defecto de diseño, se rompe el tabique de separación entre las dos cámaras. Transcurrido el tiempo necesario para que se recobre el equilibrio interno, se observa que el fluido se mantiene en equilibrio líquido-vapor, a  $T_2 = T_0 = 295 \text{ K}$  (temperatura ambiente).

Calcular:

- $x_1, x_2, P_2, P_1$
- $h_1^L, h_2^L; Q$  y  $W$  intercambiados por el fluido.
- $s_1^L, s_2^L; \Delta S$  y  $\Delta B$  del fluido en el proceso.

Datos: curva de presión de vapor del fluido

$$\ln \frac{P}{1 \text{ bar}} = 9,2 - \frac{1790 \text{ K}}{T - 33 \text{ K}}$$

De la curva de saturación del fluido:

$T$ (K)	$v^L$ (cm <sup>3</sup> /mol)	$v^V$ (cm <sup>3</sup> /mol)	$h^V$ (J/mol)	$s^V$ (J/mol K)
330	95,644	773,43	-899	-26,341
295	82,520	1 869,80	-1 668	-23,859

La presión ambiente es  $P_0 = 1 \text{ bar}$ .

Ejercicio 1.

1.1  $\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_0}{T_0} = 0 \Rightarrow Q_0 = -Q_1 \frac{T_0}{T_1}$ ;  $\dot{Q}_1 = 6000 \text{ kJ/h K}(T_1 - T_0)$ ;  $\dot{W} = \dot{Q}_1 + \dot{Q}_2$

$$5 \text{ kW} = \frac{6000 \text{ kJ}}{3600 \text{ s K}} \frac{(T_1 - T_0)^2}{T_1} \Rightarrow T_0 = -8,7^\circ \text{C}$$

1.2  $\left(\frac{\partial g}{\partial s}\right)_v = \left(\frac{\partial g}{\partial T}\right)_P \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_v + \left(\frac{\partial g}{\partial P}\right)_T \left(\frac{\partial P}{\partial s}\right)_v = -\frac{sT}{c_v} + v \left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_v \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v = \frac{T}{c_v} (Pv\beta - s)$

1.3  $s_2 - s_1 = 0 = (s_2^* - s_1^*) + (s_2 - s_2^*) - (s_1 - s_1^*) = c_p^* \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} - s_1^D \Rightarrow$

$$T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{R}{c_p^*}} \exp \frac{s_1^D}{c_p^*} = 345,73 \text{ K} \quad ; \quad z_1 = z_1^{(0)} + \omega z_1^{(1)} = 0,832 \Rightarrow n = \frac{P_1 V_1}{z_1 R T_1} = 187 \text{ mol}$$

1.4 Por ser gas ideal,  $dT = \frac{1}{nR}(P dV + V dP)$ . Por ser politrópico,  $\frac{dV}{V} = -\frac{1}{k} \frac{dP}{P}$ . Por ser reversible

$$dQ = nc_v dT + P dV = \left(\frac{c_v}{R} + 1\right) P dV + \frac{c_v}{R} V dP = \frac{V c_v}{R} \left(\gamma P \frac{dV}{V} + dP\right) = \frac{V c_v}{R} \left(1 - \frac{\gamma}{k}\right) dP$$

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{V c_v}{T R} \left(1 - \frac{\gamma}{k}\right) dP = \frac{nc_v}{P} \left(1 - \frac{\gamma}{k}\right) dP$$

Ejercicio 2.

$$v_1 = \frac{10 \text{ m}^3}{100 \text{ kmol}} = 100 \text{ cm}^3/\text{mol} = v_1^L + x_1(v_1^V - v_1^L) \Rightarrow x_1 = 0,00643$$

$$v_2 = \frac{25 \text{ m}^3}{100 \text{ kmol}} = 250 \text{ cm}^3/\text{mol} = v_2^L + x_2(v_2^V - v_2^L) \Rightarrow x_2 = 0,09371$$

$$P_1 = 1 \text{ bar} \exp\left(9,2 - \frac{1790}{330 - 33}\right) = 23,88 \text{ bar} \quad ; \quad P_2 = 10,675 \text{ bar}$$

$$\frac{dP}{P} = \frac{1790 \text{ K}}{(T - 33 \text{ K})^2} dT \quad ; \quad \frac{dP}{dT} = \frac{l}{T(v^V - v^L)} \Rightarrow l = T(v^V - v^L) P \frac{1790 \text{ K}}{(T - 33 \text{ K})^2}$$

$$l_1 = 330 \text{ K}(773,43 - 95,644) \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}} \cdot 23,88 \cdot 10^5 \text{ Pa} \frac{1790 \text{ K}}{(330 - 33)^2 \text{ K}^2} = 10838,8 \frac{\text{J}}{\text{mol}} \quad ; \quad l_2 = 14676,9 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

$$h_1^L = h_1^V - l_1 = -11737,8 \frac{\text{J}}{\text{mol}} \quad ; \quad h_2^L = -16344,9 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

$$s_1^L = s_1^V - \frac{l_1}{T_1} = -59,186 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \quad ; \quad s_2^L = -73,611 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$W = 0 \quad ; \quad Q = \Delta U = \Delta H - \Delta(PV) = n(h_2^L + x_2 l_2 - h_1^L - x_1 l_1) - P_2 25 \text{ m}^3 + P_1 10 \text{ m}^3 = -332,9 \text{ MJ}$$

$$\Delta S = n \left( s_2^L + x_2 \frac{l_2}{T_2} - s_1^L - x_1 \frac{l_1}{T_1} \right) = -997,4 \text{ kJ/K} \quad ; \quad \Delta B = \Delta U - T_0 \Delta S + P_0 \Delta V = -37,17 \text{ MJ}$$

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

Febrero 2008

- 1.1 Una máquina térmica funciona entre dos cuerpos rígidos de igual capacidad calorífica  $C_V = 10 \text{ kJ/K}$  que están inicialmente a 600 K y 400 K respectivamente. Cuando se igualan las temperaturas, la máquina ha producido el 80 % del trabajo que se podría haber obtenido con una máquina reversible. Calcular el trabajo producido por la máquina, la temperatura final de los cuerpos y la destrucción exergética en el proceso.  $T_0 = 300 \text{ K}$
- 1.2 Hallar la ecuación característica  $a = a(T, v)$  de un gas ideal con  $c_v = b + cT$  siendo b y c constantes conocidas, y tomando la referencia para  $u$  y  $s$  en el estado  $(T_0, v_0)$
- 1.3 Hallar la fugacidad de un fluido puro a 32 bar y 220 K.  $P_c = 40 \text{ bar}$ ;  $T_c = 400 \text{ K}$ ;  $\omega = 0,2$
- 1.4 Demostrar que el calor específico a presión constante y el calor específico a volumen constante del agua a 4 °C y 1 bar coinciden, sabiendo que en dichas condiciones la densidad del agua tiene un máximo sobre la isóbara.

INDUSTRIALES  
ETSII | UPM

## Ejercicio 2.

En un cilindro adiabático dotado de un émbolo adiabático sin rozamiento se tienen 100 mol de una cierta sustancia pura en su punto triple a  $P_1 = 611 \text{ Pa}$ , siendo  $x_1^S = 0,5$  y  $x_1^L = 0,1$ . Sobre dicho émbolo actúan en todo momento la presión ambiente  $P_0$  y una fuerza adicional tal que el sistema se encuentra en equilibrio. Variando muy lentamente dicha fuerza, se aumenta la presión interior del cilindro hasta  $P_2 = 1 \text{ bar}$ .

Hallar:

- temperatura final  $T_2$  (K)
- título final
- trabajo intercambiado (kJ)
- variación de exergía del sistema (kJ), razonando su signo.

Datos de la sustancia:

- En el punto triple: volumen específico del sólido  $v^S = 19,65 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$ ; calor latente de fusión  $l_f = 6002 \text{ J/mol}$
- En el intervalo de presiones de interés:  
Para el líquido  $v^L = 18 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$ ;  $c_p^L = 75,4 \text{ J/mol K}$  que se pueden considerar constantes.

Tómense  $\left(\frac{\partial h^L}{\partial P}\right)_T \approx 0$ ;  $\left(\frac{\partial s^L}{\partial P}\right)_T \approx 0$

Curva de presión de vapor:

$$\ln \frac{P}{1 \text{ bar}} = 11,972 - \frac{3997 \text{ K}}{T - 39 \text{ K}}$$

El vapor se comporta como gas ideal

Condiciones ambiente:  $P_0 = 1 \text{ bar}$ ,  $T_0 = 300 \text{ K}$ .

Se sugiere tomar como referencia para la entalpía y la entropía de la sustancia, el sólido en el punto triple.

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

Febrero 2008

1.1 Proceso reversible:  $\Delta S_1^R + \Delta S_2^R + \Delta S_M^R = 0 = C_v \ln \frac{T_f^R}{T_1} + C_v \ln \frac{T_f^R}{T_2} \Rightarrow T_f^R = \sqrt{T_1 T_2}$

$$\Delta U_1^R + \Delta U_2^R + \Delta U_M^R = 0 = C_v(2T_f^R - T_1 - T_2) = -W^R = 202,04 \text{ kJ} \Rightarrow$$

$$W = 161,63 \text{ kJ} = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_M = C_v(2T_f - T_1 - T_2) \Rightarrow T_f = 491,92 \text{ K} \Rightarrow$$

$$\Delta S_1 + \Delta S_2 + \Delta S_M = \sigma = C_v \ln \frac{T_f^2}{T_1 T_2} \quad ; \quad I = T_0 \sigma = 24,69 \text{ kJ}$$

1.2  $du = (b + cT)dT \Rightarrow u = b(T - T_0) + \frac{c}{2}(T^2 - T_0^2)$

$$ds = \frac{c_v}{T} dT + \left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T dv = \frac{c_v}{T} dT + \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v dv = \frac{b + cT}{T} dT + \frac{R}{v} dv \Rightarrow$$

$$s = b \ln \frac{T}{T_0} + c(T - T_0) + R \ln \frac{v}{v_0} \Rightarrow$$

$$a = u - Ts = b \left( T - T_0 - T \ln \frac{T}{T_0} \right) - \frac{c}{2}(T - T_0)^2 - RT \ln \frac{v}{v_0}$$

1.3  $P_r = 0,8$ ;  $T_r = 0,55 \Rightarrow \log \phi = -1,755 + 0,2 \times (-2,192) = -2,1934 \Rightarrow \phi = 0,0064 \Rightarrow f = 0,205 \text{ bar}$

1.4  $c_p - c_v = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_P - \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_P + P \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P - \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v$ ;  $\left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_P = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v + \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P$

$$c_p - c_v = \left\{ \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T - P \right\} \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = TPv\beta\alpha = Tv\alpha^2/\kappa$$

Como  $\kappa > 0$  y  $\alpha = 0$ , se tiene  $c_p - c_v = 0$

## Ejercicio 2.

De la curva de presión de vapor se tiene inmediatamente  $T_1 = 273,16 \text{ K}$ . La presión no aumenta hasta que se sale del estado triple, y puesto que  $s_1 > s_1^L$  (ver cálculo más abajo), se sale en equilibrio L-V. En el equilibrio final, de la curva de presión de vapor,  $T_2 = 372,86 \text{ K}$

$$\frac{dP}{P} = \frac{3997 \text{ K } dT}{(T - 39 \text{ K})^2} \quad ; \quad \frac{dP}{dT} = \frac{l}{T(v^V - v^L)} \Rightarrow l = P(v^V - v^L) \frac{3997 \text{ K } T}{(T - 39 \text{ K})^2} \Rightarrow \begin{cases} l_1 = 45\,225 \frac{\text{J}}{\text{mol}} \\ l_2 = 41\,426 \frac{\text{J}}{\text{mol}} \end{cases}$$

$$h_1^S = 0 \quad ; \quad h_1^L = l_f = 6\,002 \frac{\text{J}}{\text{mol}} \quad ; \quad h_1^V = l_f + l_1 = 51\,227 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

$$h_2^L = h_1^L + c_p^L(T_2 - T_1) = 13\,520 \frac{\text{J}}{\text{mol}} \quad ; \quad h_2^V = h_2^L + l_2 = 54\,946 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

$$s_1^S = 0 \quad ; \quad s_1^L = \frac{l_f}{T_1} = 21,97 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \quad ; \quad s_1^V = \frac{l_f + l_1}{T_1} = 187,54 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$s_2^L = s_1^L + c_p^L \ln \frac{T_2}{T_1} = 45,43 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \quad ; \quad s_2^V = s_2^L + \frac{l_2}{T_2} = 156,54 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$s_2 = s_1 = x^S s_1^S + x^L s_1^L + (1 - x^S - x^L) s_1^V = x s_2^V + (1 - x) s_2^L = 77,21 \text{ J/mol K} \Rightarrow x = 0,286$$

$$\Delta U = \overset{0}{\cancel{Q}} - W \Rightarrow W = H_1 - H_2 - P_1 V_1 + P_2 V_2 = -429,8 \text{ kJ}$$

$$\Delta B = \Delta U - T_0 \Delta S + P_0 \Delta V = -W + P_0 \Delta V = -14\,350 \text{ kJ}$$

Se debe al contenido exergético del trabajo; aunque el trabajo es realizado por el entorno contra el sistema, su contenido exergético es saliente, ya que se debe al trabajo realizado exclusivamente contra la fuerza adicional.

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

Junio 2008

- 1.1 Una máquina térmica trabaja entre un cuerpo de volumen constante y  $C_V = 500 \text{ J/K}$ , inicialmente a  $500 \text{ K}$ , y el ambiente a  $300 \text{ K}$ .
- Calcular el trabajo que puede suministrar la máquina hasta que se pare, suponiendo todo el proceso reversible.
  - Calcular el trabajo que suministraría la máquina hasta que se pare, si se generaran  $10 \text{ J/K}$  de entropía en el proceso.

- 1.2 Se tiene un cilindro adiabático dotado de un émbolo también adiabático que puede deslizar sin rozamiento. El cilindro contiene  $10 \text{ kmol}$  de un gas de ecuación térmica

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

siendo  $a = 0,2 \text{ Pa m}^6/\text{mol}^2$ ,  $b = 10^{-4} \text{ m}^3/\text{mol}$  y  $c_v = 21 \text{ J/mol K}$ . Inicialmente el gas se encuentra a  $T_1 = 300 \text{ K}$  y ocupa un volumen  $V_1 = 10 \text{ m}^3$ . Se expande muy lentamente el gas hasta ocupar un volumen doble del inicial. Calcular la temperatura final, el trabajo intercambiado en el proceso y la variación de exergía del gas.

Estado ambiente:  $T_0 = 300 \text{ K}$ ;  $P_0 = 1 \text{ bar}$ .

- 1.3 Calcular la variación de entropía de un fluido desde el estado  $T_1 = 392 \text{ K}$  y  $P_1 = 38 \text{ bar}$  hasta  $T_2 = 412 \text{ K}$  y  $P_2 = 42 \text{ bar}$ .  $T_c = 400 \text{ K}$ ;  $P_c = 40 \text{ bar}$ ;  $\omega = 0,3$ ;  $c_p^* = 30 \text{ J/mol K}$ .
- 1.4 Obténgase la velocidad sónica  $a$  de un fluido en función de  $\gamma$ ,  $\kappa$  y su volumen específico *por unidad de masa*,  $v$ . Recuérdese que

$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial P}{\partial \rho}\right)_s}$$

Razónese qué pasa con dicho valor cuando el fluido es incompresible,  $\kappa \approx 0$ .

Aplicación numérica: hallar la velocidad sónica en un gas ideal de  $M = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg/mol}$ ,  $\gamma = 1,4$  y a  $T = 300 \text{ K}$ .

## Ejercicio 2.

Se dispone de un cilindro adiabático dotado de un émbolo también adiabático, de masa despreciable y que puede deslizarse sin rozamiento. Sobre la cara exterior del émbolo actúa únicamente la presión atmosférica exterior,  $P_0 = 1$  bar. En el interior del cilindro hay 1000 mol de un fluido en equilibrio líquido-vapor, inicialmente a  $T_1 = 225,17$  K ocupando un volumen  $V_1 = 6,3$  m<sup>3</sup>.

Desde una cierta altura se deja caer una masa  $M$  sobre el émbolo, observándose que una vez alcanzado el equilibrio, el sistema se encuentra a  $T_2 = 267,95$  K en equilibrio líquido-vapor, ocupando  $V_2 = 1$  m<sup>3</sup>. Calcular

- Trabajo intercambiado por el conjunto cilindro+fluido+émbolo+masa con el exterior
- $x_1$  y  $x_2$
- $l_1, l_2, h_1^L, h_2^L$
- $s_1^L, s_2^L$
- $\Delta B$  del fluido razonando su signo.

Datos:  $T_0 = 293,15$  K;  $l = 30\,428 \frac{\text{J}}{\text{mol}} - 53 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} T$ .

De la curva de saturación del fluido

$T$	$P$ (bar)	$v^V$ (cm <sup>3</sup> /mol)	$v^L$ (cm <sup>3</sup> /mol)	$h^V$ (J/mol)	$s^V$ (J/mol K)
225,17	1	18 068	69,05	-4 498	-16,9609
267,95	5	3 972	76,19	-2 647	-21,9339

Tiempo: 1 h

Fecha prevista para la publicación de las notas: 16 julio

Puntos: 10 sobre 20.

Fecha prevista para la revisión: 22 julio

# Examen de Termodinámica I

Junio 2008

## Ejercicio 1.

1.1 a)  $W = B = C_V \left( T_1 - T_0 - T_0 \ln \frac{T_1}{T_0} \right) = 23\,376 \text{ J}$  ; b)  $W = B - I = 23\,376 \text{ J} - 300 \text{ K} \cdot 10 \text{ J/K}$

1.2  $v_1 = 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$ ;  $v_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$

$$P = \frac{RT}{v-b} - \frac{a}{v^2} \Rightarrow \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v = \frac{R}{v-b} \Rightarrow ds = \frac{c_v}{T} dT + \frac{R}{v-b} dv \quad ; \quad du = c_v dT + \frac{a}{v^2} dv$$

$$\Delta S = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 \left( \frac{v_2 - b}{v_1 - b} \right)^{\frac{R}{c_v}} = 223,18 \text{ K}$$

$$W = -\Delta U = -n \left[ c_v (T_2 - T_1) - a \left( \frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) \right] = 15\,133 \text{ kJ}$$

$$\Delta B = \Delta U - \overset{0}{\Delta S} + P_0 \Delta V = -14\,133 \text{ kJ}$$

1.3  $T_{r1} = 0,98$ ;  $P_{r1} = 0,95 \Rightarrow -s_1^D/R = 3,138 + 0,3 \times 3,287 = 4,1241$

$T_{r2} = 1,03$ ;  $P_{r2} = 1,05 \Rightarrow -s_2^D/R = 1,275 + 0,3 \times 1,029 = 1,5837$

$$s_2 - s_1 = c_p^* \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} + s_2^D - s_1^D = 21,98 \text{ J/mol K}$$

1.4 Teniendo en cuenta que  $\rho = 1/v$

$$\left( \frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_s = -v^2 \left( \frac{\partial P}{\partial v} \right)_s = v^2 \frac{\left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_P}{\left( \frac{\partial s}{\partial P} \right)_v} = v^2 \frac{\left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_P \left( \frac{\partial T}{\partial v} \right)_P}{\left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_v \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_v} = -v^2 \gamma \left( \frac{\partial P}{\partial v} \right)_T = \frac{\gamma v}{\kappa} \Rightarrow a = \sqrt{\frac{\gamma v}{\kappa}}$$

Si  $\kappa \approx 0$ , la velocidad sónica será muy grande.

Para una gas ideal  $\kappa = 1/P \Rightarrow a = \sqrt{\gamma RT/M} = 347 \text{ m/s}$

## Ejercicio 2.

$$W = P_0 \Delta V = -530 \text{ kJ}$$

$$v_1 = \frac{V_1}{n} = v_1^L + x_1(v_1^V - v_1^L) \Rightarrow x_1 = \frac{\frac{V_1}{n} - v_1^L}{v_1^V - v_1^L} = 0,34618 \quad ; \quad x_2 = 0,23713$$

$$l_1 = 18\,494 \text{ J/mol} \quad ; \quad l_2 = 16\,226,65 \text{ J/mol}$$

$$h_1^L = h_1^V - l_1 = -22\,992 \text{ J/mol} \quad ; \quad h_2^L = -18\,873,65 \text{ J/mol}$$

$$s_1^L = s_1^V - \frac{l_1}{T_1} = -99,0944 \text{ J/mol K} \quad ; \quad s_2^L = -82,4924 \text{ J/mol K}$$

$$\begin{aligned} \Delta B &= \Delta U - T_0 \Delta S + P_0 \Delta V = \Delta H - T_0 \Delta S + (P_1 V_1 - P_2 V_2 + P_0 V_2 - P_0 V_1) = \\ &= m \left[ h_2^L - h_1^L - T_0 (s_2^L - s_1^L) + x_2 \left( l_2 - T_0 \frac{l_2}{T_2} \right) - x_1 \left( l_1 - T_0 \frac{l_1}{T_1} \right) \right] + V_2 (P_0 - P_2) = 422,4 \text{ kJ} \end{aligned}$$

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

- 1.1** Se mezclan 50 g de hielo a 1 bar y a la correspondiente temperatura de fusión, 0 °C, con 50 g de vapor de agua a 1 bar y a la correspondiente temperatura de ebullición, 100 °C, de forma isóbara y adiabática. Determinar, en el equilibrio final, qué fases habrá, la temperatura y el porcentaje de vapor, y la generación entrópica en el proceso. Datos:  $l_{\text{fusión}} = 334 \text{ kJ/kg}$ ;  $c_p^L = 4,18 \text{ kJ/kg K}$ ;  $l_{\text{vaporización}} = 2258 \text{ kJ/kg}$ ; constantes todos ellos en las condiciones de interés.
- 1.2** Un cuerpo rígido de masa  $M = 1 \text{ kg}$  y  $C_V = 100 \text{ J/K}$  que se encuentra inicialmente a la temperatura ambiente  $T_0 = 300 \text{ K}$ , se mueve en un plano horizontal con velocidad  $c_1 = 10 \text{ m/s}$  hacia otro cuerpo rígido idéntico al primero, a la misma temperatura y en reposo. Tiene lugar un choque inelástico, en el que ambos cuerpos quedan adheridos, desplazándose solidariamente tras el choque a velocidad  $c_2$ . Suponiendo que ambos cuerpos quedan en equilibrio térmico entre sí, y que son despreciables la transmisión de calor al ambiente y la deformación de los cuerpos, hallar la temperatura final de los mismos, la variación de entropía del universo en el proceso y las exergías totales inicial y final del conjunto de ambos cuerpos. Se recuerda que en el choque se conserva la cantidad de movimiento.
- 1.3** a) Obtener razonadamente  $\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial P}\right)_h$  en función de  $\alpha$ ,  $T$ ,  $c_p$  y  $v$ .  
 b) Calcular su valor para un fluido a 1 bar y 298 K, sabiendo que su comportamiento se ajusta a la ecuación de estado térmica

$$v = \frac{RT}{P} + 4,045 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}} - \frac{1,9384 \cdot 10^{-8} \frac{\text{m}^3 \text{ K}}{\text{Pa}}}{T} P$$

y que, en dichas condiciones,  $c_p(1 \text{ bar}, 298 \text{ K}) = 35,613 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$

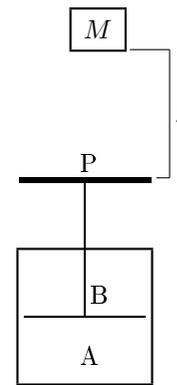
- 1.4** Se tienen 10 mol de un gas inicialmente a  $T_1 = 300 \text{ K}$  y  $P_1 = 1 \text{ bar} = P_0$  en un cilindro que dispone de un émbolo que puede deslizarse sin rozamiento y sobre cuya cara exterior actúa en todo momento únicamente la presión ambiente  $P_0$ . El cilindro se pone en contacto térmico con un foco térmico, recibiendo calor hasta que el factor de compresibilidad del gas vale  $z_2 = 0,9775$ . Calcular la temperatura y el volumen finales del gas, y el calor total intercambiado por éste.  
 Datos:  $P_c = 2,5 \text{ bar}$ ;  $T_c = 300 \text{ K}$ ;  $\omega = 0$ ;  $c_p^* = 30 \text{ J/mol K}$

Tiempo: 1 h 5 min

Puntos: 10 sobre 20.

Septiembre 2008

## Ejercicio 2.



El depósito adiabático y rígido de la figura, de sección interna  $0,1 \text{ m}^2$ , está dividido en dos cámaras A y B por un émbolo diatérmico de masa, espesor, capacidad calorífica y rozamiento despreciables. En cada cámara hay  $n = 2 \text{ mol}$  de un gas ideal de  $c_v = 21 \text{ J/mol K}$ , inicialmente a  $P_1 = 1 \text{ bar}$  y  $T_1 = 300 \text{ K}$ . El émbolo tiene un vástago rígido sin rozamiento que sale al exterior, y está unido a la plataforma P.

Desde una cierta altura  $z$  medida desde P, se deja caer una masa  $M = 100 \text{ kg}$  sobre P. Al alcanzarse un nuevo equilibrio, la presión en A resulta ser  $P_{A,2} = 120\,500 \text{ Pa}$ .

Despreciando las capacidades caloríficas de todos los elementos sólidos, así como sus deformaciones, y el calor intercambiado con el ambiente, hallar:

- Presión final en B,  $P_{B,2}$  (Pa)
- Temperatura final del gas  $T_2$  (K)
- Volumen final de la cámara A,  $V_{A,2}$  ( $\text{m}^3$ )
- Altura  $z$  (m)
- Generación entrópica interna del depósito en el proceso (J/K)
- Variación de exergía  $\Delta B_{A+B}$  del depósito (J), razonando su signo

Estado ambiente:  $T_0 = 300 \text{ K}$ ;  $P_0 = 1 \text{ bar}$ .

Tiempo: 50 min

Fecha prevista para la publicación de las notas: 29 septiembre

Fecha prevista para la revisión: 3 octubre

Puntos: 10 sobre 20.

## Examen de Termodinámica I

### Ejercicio 1.

1.1 Tomando como referencias  $h^S(0^\circ\text{C}) = 0 \frac{\text{J}}{\text{g}}$ ;  $s^S(0^\circ\text{C}) = 0 \frac{\text{J}}{\text{g K}}$

$$h^L(0^\circ\text{C}) = h^S(0^\circ\text{C}) + l_f = 334 \frac{\text{J}}{\text{g}}; \quad h^L(100^\circ\text{C}) = h^L(0^\circ\text{C}) + c_p^L 100 \text{ K} = 752 \frac{\text{J}}{\text{g}}$$

$$h^V = h^L(100^\circ\text{C}) + l_v = 3010 \frac{\text{J}}{\text{g}}$$

$$s^L(0^\circ\text{C}) = s^S(0^\circ\text{C}) + \frac{l_f}{273,15 \text{ K}} = 1,2228 \frac{\text{J}}{\text{g K}}; \quad s^L(100^\circ\text{C}) = s^L(0^\circ\text{C}) + c_p^L \ln \frac{373,15}{273,15} = 2,5268 \frac{\text{J}}{\text{g K}}; \quad s^V = s^L(100^\circ\text{C}) + \frac{l_v}{373,15} = 8,5565 \frac{\text{J}}{\text{g K}}$$

$$Q = 0 = \Delta H \Rightarrow 50h^S(0^\circ\text{C}) + 50h^V(100^\circ\text{C}) = 100h_f \Rightarrow h_f = 1505 \text{ J/g}$$

Entre la del líquido a  $100^\circ\text{C}$  y la del vapor, luego hay equilibrio L-V

$$h_f = x_f h^V + (1 - x_f) h^L(100^\circ\text{C}) \Rightarrow x_f = 0,3347$$

$$\sigma = \Delta S = 100 \text{ g} [x_f s^V + (1 - x_f) s^L(100^\circ\text{C})] - [50 \text{ g} s^S(0^\circ\text{C}) + 50 \text{ g} s^V] = 26,65 \text{ J/K}$$

1.2  $M c_1 = 2 M c_2 \Rightarrow c_2 = \frac{c_1}{2} = 5 \text{ m/s}$

$$\Delta U' = 0 = 2C_V(T_2 - T_0) + \frac{1}{2} 2M c_2^2 - \frac{1}{2} M c_1^2 \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{M(c_1^2 - 2c_2^2)}{4C_V} = 300,125 \text{ K}$$

$$\sigma = \Delta S = 2C_V \ln \frac{T_2}{T_0} = 0,083316 \text{ J/K}; \quad B'_1 = B_1 + \frac{1}{2} M c_1^2 = 50 \text{ J}$$

$$B'_2 = B'_1 - T_0 \sigma = 25,005 \text{ J}$$

$$1.3 \mu_{JT} = \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_h = - \frac{\left( \frac{\partial h}{\partial P} \right)_T}{\left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_P} = - \frac{v + T \left( \frac{\partial s}{\partial P} \right)_T}{c_p} = \frac{v(\alpha T - 1)}{c_p}$$

$$v(298 \text{ K}, 1 \text{ bar}) = 0,025 \text{ m}^3/\text{mol} \Rightarrow \mu_{JT} = -1,1914 \cdot 10^{-5} \frac{\text{K}}{\text{Pa}}$$

1.4  $P_r = 0,4 \Rightarrow T_{r,2} = 1,7 \Rightarrow T_2 = 510 \text{ K} \Rightarrow V_2 = \frac{n z R T_2}{P_2} = 0,4145 \text{ m}^3$

$$T_{r,1} = 1 \Rightarrow - \frac{h_1^D}{R T_c} = 0,455 \Rightarrow h_1^D = -1135 \frac{\text{J}}{\text{mol}}; \quad - \frac{h_2^D}{R T_c} = 0,153 \Rightarrow h_2^D = -381,6 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

$$Q = H_2 - H_1 = n (h_2^* - h_1^* + h_2^D - h_1^D) = 10 [30(510 - 300) - 381,6 + 1135] \text{ J} = 66812 \text{ J}$$

Septiembre 2008

Ejercicio 2.

$$P_{B,2} = P_{A,2} - \frac{Mg}{A} = 120500 \text{ Pa} - \frac{100 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{0,1 \text{ m}^2} = 110700 \text{ Pa}$$

$$V = 2n \frac{RT_1}{P_1} = nRT_2 \left( \frac{1}{P_{A,2}} + \frac{1}{P_{B,2}} \right) \Rightarrow T_2 = \frac{2T_1}{P_1 \left( \frac{1}{P_{A,2}} + \frac{1}{P_{B,2}} \right)} = 346,18 \text{ K}$$

$$V_{A,2} = \frac{nRT_2}{P_{A,2}} = 0,0478 \text{ m}^3$$

$$\Delta U' = 0 \Rightarrow 2nc_v(T_2 - T_1) - Mg \left( z + \frac{V_{A,2} - V_{A,1}}{A} \right) = 0 \Rightarrow$$

$$z = \frac{2nc_v(T_2 - T_1)}{Mg} - \frac{V_{A,2} - V_{A,1}}{A} = 3,98 \text{ m}$$

$$\sigma = \Delta S = 2nc_p \ln \frac{T_2}{T_1} - nR \ln \frac{P_{A,2}}{P_1} - nR \ln \frac{P_{B,2}}{P_1} = 11,997 \text{ J/K}$$

$$\Delta B = \Delta U - T_0 \Delta S + P_0 \Delta V = 280 \text{ J} > 0$$

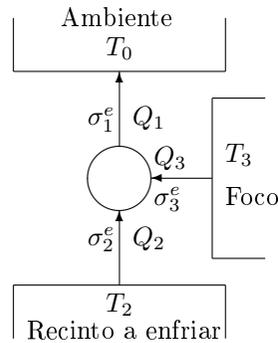
Dado que el estado inicial coincide con el mínimo de exergía (estado inerte), necesariamente tenía que aumentar.

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1 Se tiene una máquina triterma frigorífica cuyo esquema es el de la figura. Para hacerla funcionar, se dispone de un foco a  $T_3 = 360$  K. La temperatura del foco frío es  $T_2 = 273$  K y la del ambiente  $T_0 = 300$  K. El funcionamiento de la máquina es internamente reversible, pero el intercambio de calor de la misma con los focos es irreversible. Al extraer  $Q_2 = 10$  kJ del foco frío, se han producido unas generaciones entrópicas externas de valor  $\sigma_1^e = 0,5$  J/K,  $\sigma_2^e = 0,3$  J/K y  $\sigma_3^e = 0,6$  J/K.

- a) Se pide calcular el calor  $Q_3$  intercambiado con el foco a  $T_3$ , y el intercambiado con el ambiente (vistos ambos desde la máquina), así como la eficiencia de la máquina triterma.
- b) Determinése la variación de exergía del foco a  $T_3$  y del foco frío, y la destrucción exergética total en el sistema conjunto.



1.2 Un kg de vapor saturado se expande reversible y politrópicamente desde 20 bar hasta 1,5 bar. Sabiendo que el título del vapor al final de la expansión es 0,85, calcular el coeficiente politrópico, el trabajo y el calor intercambiados.  
 Datos: A 20 bar:  $v^V = 0,0995$  m<sup>3</sup>/kg;  $h^V = 2800$  kJ/kg. A 1,5 bar:  $v^V = 1,16$  m<sup>3</sup>/kg;  $h^V = 2700$  kJ/kg;  $v^L = 0,0011$  m<sup>3</sup>/kg;  $h^L = 467$  kJ/kg.

1.3 En un cilindro diatérmico, dotado de un émbolo también diatérmico que puede deslizarse con rozamiento equivalente a una presión  $r = 1$  bar, se encuentran 2 mol de un gas ideal inicialmente a  $P_1 = 6$  bar y  $T_1 = T_0 = 300$  K. Se comprimen cuasiestática e isotérmicamente hasta un estado final 2. Sabiendo que en el proceso la variación de la función de Helmholtz es  $\Delta A = 2000$  J, calcular:

- a) Variación de entropía, generación entrópica y flujo entrópico calorífico del proceso.  
 b) Variación de exergía y destrucción exergética del proceso.  
 Dato: Condiciones ambiente:  $P_0 = 1$  bar,  $T_0$ .

1.4 Calcular la entalpía del butano vapor saturado a 361,42 K. Utilícense las tablas de Lee-Kesler.  $T_c = 425,2$  K;  $P_c = 38$  bar;  $\omega = 0,193$ . Para la curva de saturación, utilícense la ecuación de Lee-Kesler:

$$\ln P_r = f^{(0)} + \omega f^{(1)} \begin{cases} f^{(0)} = 5,92714 - \frac{6,09648}{T_r} - 1,28862 \ln T_r + 0,169347 T_r^6 \\ f^{(1)} = 15,2518 - \frac{15,6875}{T_r} - 13,4721 \ln T_r + 0,43577 T_r^6 \end{cases}$$

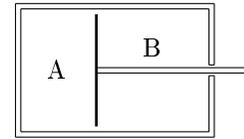
$$h^*(273,15 \text{ K}) = 0 \text{ J/mol}; c_p^* = 100 \text{ J/mol K}$$

Tiempo: 1 h

Puntos: 10 sobre 20.

Febrero 2009

## Ejercicio 2.



$V_{B1} = 0,6$  m<sup>3</sup> respectivamente.

La ecuación térmica del gas es

$$Pv = RT + \frac{aT - b}{v}$$

siendo  $a = 0,11$  J m<sup>3</sup>/mol<sup>2</sup> K y  $b = 50$  J m<sup>3</sup>/mol<sup>2</sup>. Se conoce además  $c_v^* = 21$  J/mol K.

Variando adecuadamente la fuerza exterior que actúa sobre el vástago, se desplaza muy lentamente el émbolo hasta llegar a  $V_{A2} = 0,2$  m<sup>3</sup> (estado 2).

Posteriormente, se suelta el vástago, sin ejercer ninguna fuerza sobre él, hasta alcanzarse un nuevo equilibrio (estado 3).

La temperatura ambiente es de  $T_0 = 300$  K.

- Demostrar que para el gas del cilindro  $c_v = c_v^*$ .
- Hallar  $u = u(T, v)$  tomando como referencia el estado  $(T_1, v_{B1})$ .
- Hallar  $s = s(T, v)$  tomando como referencia el estado  $(T_1, v_{B1})$ .
- Hallar  $P_{A1}, P_{B1}$ .
- Hallar  $T_2, P_{A2}, P_{B2}$ .
- Hallar  $T_3, P_3, V_{A3}$ .
- Trabajo intercambiado por el sistema en el proceso 1-2, indicando si es producido o absorbido por el mismo.
- Generación entrópica en el proceso 2-3.
- Variación de exergía de todo el cilindro en la etapa 1-2.
- Variación de exergía de todo el cilindro en la etapa 2-3.

Tiempo: 1 h

Puntos: 10 sobre 20.

Fecha prevista para la publicación de las notas: 6 marzo

Fecha prevista para la revisión: 13 marzo

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

$$1.1 \quad Q_1 + Q_2 + Q_3 = 0 \Rightarrow Q_1 = -Q_2 - Q_3; \quad -\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} - \frac{Q_3}{T_3} = \sum_i \sigma_i^e = 1,4 \text{ J/K} \Rightarrow$$

$$Q_3 = 8,454 \text{ kJ} \quad ; \quad Q_1 = -18,454 \text{ kJ} \quad ; \quad \epsilon = \frac{Q_2}{Q_3} = 1,1829$$

$$\Delta B_3 = \Delta U_3 - T_0 \Delta S_3 = -Q_3 \left(1 - \frac{T_0}{T_3}\right) = -1,409 \text{ kJ} \quad ; \quad \Delta B_2 = 0,989 \text{ kJ}$$

$$I_t = T_0 \sum_i \sigma_i^e = 0,42 \text{ kJ}$$

$$1.2 \quad v_1 = 0,0995 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}; \quad v_2 = x_2 v_2^V + (1 - x_2) v_2^L = 0,9862 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}; \quad k = \frac{\ln \frac{P_1}{P_2}}{\ln \frac{v_2}{v_1}} = 1,1293$$

$$W = \int_1^2 P dv = \frac{P_1 V_1}{1 - k} \left[ \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{k-1} - 1 \right] = 395 \text{ kJ}$$

$$Q = \Delta U + W = \Delta H - (P_2 V_2 - P_1 V_1) + W = 11,1 \text{ kJ}$$

$$1.3 \quad \Delta A = \Delta U - T \Delta S = -T \int_1^2 \frac{c_p}{T} dT + nRT \ln \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow \begin{cases} \Delta S = -6,67 \text{ J/K} \\ P_2 = 8,959 \text{ bar} \end{cases}$$

$$\sigma = - \int_1^2 \frac{r dV}{T} = - \frac{r(V_2 - V_1)}{T_1} = nRr \left( \frac{1}{P_1} - \frac{1}{P_2} \right) = 0,915 \text{ J/K} \Rightarrow J_s = -7,582 \text{ J/K}$$

$$I = T_0 \sigma = 274,6 \text{ J} \quad ; \quad \Delta B = -T_0 \Delta S + P_0 \Delta V = 1725,4 \text{ J}$$

$$1.4 \quad T_r = 0,85 \Rightarrow P_r = 0,3211 \Rightarrow P = 12,2 \text{ bar}$$

$P_r$	$\left(-\frac{h^D}{RT_c}\right)^{(0)}$	$\left(-\frac{h^D}{RT_c}\right)^{(1)}$	$\left(-\frac{h^D}{RT_c}\right)$
0,1	0,141	0,182	0,17613
0,2	0,300	0,401	0,37739

$$h^D = - \left[ 0,37739 + \frac{0,37739 - 0,17613}{0,2 - 0,1} (0,3211 - 0,2) \right] RT_c = -2195,8 \text{ J/mol} \Rightarrow$$

$$h = h^*(273,15 \text{ K}) + \int_{273,15 \text{ K}}^{361,42 \text{ K}} c_p^* dT + h^D = 6631,2 \text{ J/mol}$$

Febrero 2009

## Ejercicio 2.

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v = \frac{R}{v} + \frac{a}{v^2} \quad ; \quad \left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T = T \left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right)_v = 0 \Rightarrow c_v = c_v^* + \int_{\infty}^v \left(\frac{\partial c_v}{\partial v}\right)_T dv = c_v^*$$

$$du = c_v dT + \left\{ T \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v - P \right\} dv = c_v^* dT + \frac{b}{v^2} dv \Rightarrow u = c_v^*(T - T_1) - b \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_{B1}}\right)$$

$$ds = \frac{c_v}{T} dT + \left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_v dv = \frac{c_v^*}{T} dT + \left(\frac{R}{v} + \frac{a}{v^2}\right) dv \Rightarrow s = c_v^* \ln \frac{T}{T_1} + R \ln \frac{v}{v_{B1}} - a \left(\frac{1}{v} - \frac{1}{v_{B1}}\right)$$

$$P_{A1} = 0,91451 \text{ bar} \quad ; \quad P_{B1} = 0,64256 \text{ bar}$$

$$S_{A+B2} - S_{A+B1} = 0 \Rightarrow (n_A + n_B) c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + n_A R \ln \frac{V_{A2}}{V_{A1}} + n_B R \ln \frac{V_{B2}}{V_{B1}} -$$

$$- a \left\{ n_A^2 \left(\frac{1}{V_{A2}} - \frac{1}{V_{A1}}\right) + n_B^2 \left(\frac{1}{V_{B2}} - \frac{1}{V_{B1}}\right) \right\} = 0 \Rightarrow T_2 = 420,4 \text{ K}$$

$$P_{A2} = 4,39692 \text{ bar} \quad ; \quad P_{B2} = 0,85030 \text{ bar} \quad ; \quad U_{A+B3} - U_{A+B2} = 0 \Rightarrow$$

$$(n_A + n_B) c_v (T_3 - T_2) - b \left\{ n_A \left(\frac{1}{v_3} - \frac{1}{v_{A2}}\right) + n_B \left(\frac{1}{v_3} - \frac{1}{v_{B2}}\right) \right\} = 0 \Rightarrow T_3 = 301,3 \text{ K}$$

$$P_3 = 0,83131 \text{ bar} \quad ; \quad V_{A3} = 1 \text{ m}^3 \frac{n_A}{n_A + n_B} = 0,6 \text{ m}^3 \quad ; \quad W_{1-2} = U_{A+B2} - U_{A+B1} = -22,2 \text{ kJ}$$

$$\sigma_{2-3} = S_{A+B3} - S_{A+B2} = 84,17 \text{ J/K} \quad ; \quad \Delta B_{1-2} = -W_{1-2} = 22,2 \text{ kJ}$$

$$\Delta B_{2-3} = -T_0 \sigma_{2-3} = -25,25 \text{ kJ}$$

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1 Se tiene un cuerpo rígido de capacidad calorífica  $C_V = 100 \text{ J/K}$  inicialmente a temperatura ambiente  $T_0 = 300 \text{ K}$ . Se utiliza una bomba de calor funcionando entre el ambiente y el cuerpo rígido para calentar éste. Cuando el cuerpo alcanza  $T_2 = 500 \text{ K}$  se para el proceso. La máquina ha consumido un trabajo un 20% superior al que habría necesitado si el proceso hubiera sido reversible. Se pide el trabajo consumido por la máquina, la eficiencia media de la misma y la destrucción exérgica en el universo en el proceso.

1.2 Un mol de gas ideal de  $c_v = \frac{3}{2}R$  está contenido en un cilindro provisto de un émbolo. El gas está inicialmente a  $T_1 = 298 \text{ K}$ ,  $P_1 = 1 \text{ bar}$ , iguales a las condiciones ambiente.

1. Calcular el trabajo realizado por el sistema cilindro-émbolo-gas en el caso de que realice un proceso reversible y adiabático, siendo  $V_2 = 2V_1$

2. Suponiendo que la presión exterior al sistema siguiese la ley:  $P_e = \frac{210 \text{ Pa m}^5}{V^{5/3}}$  y que el sistema produjese un trabajo de 1500 J, calcular el volumen final del sistema.

3. Suponiendo la misma ley de variación de  $P_e$  que en el apartado anterior, el mismo trabajo producido y que el proceso finalizase a  $T_2 = 200 \text{ K}$ , calcular la variación de exergía del gas en el proceso.

1.3 Hallar razonadamente la derivada  $\left(\frac{\partial c_p}{\partial P}\right)_T$  y de ahí, obtener  $c_p = c_p(T, P)$  para un gas con  $c_p^* = 3,5 R$  y ecuación térmica

$$\frac{Pv}{RT} = 1 + (A + BT)P + (C + DT)P^2$$

siendo A, B, C, D constantes conocidas.

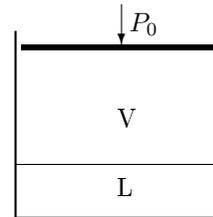
1.4 Hallar la fugacidad de un fluido puro a 32 bar y 280 K.  $P_c = 40 \text{ bar}$ ;  $T_c = 350 \text{ K}$ ;  $\omega = 0,2$ .

Tiempo: 1 h

Puntos: 10 sobre 20.

Junio 2009

## Ejercicio 2.



En un depósito adiabático dotado de un émbolo adiabático sin rozamiento, se tiene una cierta cantidad de un fluido puro en equilibrio líquido-vapor, inicialmente a  $P_1 = 0,5 \text{ bar}$  y con  $x_1 = 0,8195$ . El sistema se encuentra en equilibrio gracias a la fuerza adicional necesaria (**no representada** en la figura) que se ejerce sobre el émbolo. Variando muy lentamente dicha fuerza, se sube la presión del fluido a  $P_2 = 2,5 \text{ bar}$ .

Del fluido se conocen en el intervalo de condiciones de interés: Para el líquido  $v^L = 20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{mol}$ ;  $c_p^L = 76 \text{ J/mol K}$ . La entalpía y la entropía del líquido puede admitirse que no varían con la presión.

El vapor puede considerarse como gas ideal.

Curva de presión de vapor:  $\ln \frac{P}{1 \text{ bar}} = 13,3 - \frac{4960 \text{ K}}{T}$

El ambiente está a  $P_0 = 1 \text{ bar}$  y  $T_0 = 293,15 \text{ K}$ .

Hallar el título final, el trabajo específico en el proceso y la variación de exergía específica del fluido.

Tiempo: 45 min

Fecha prevista para la publicación de las notas: 10 julio

Fecha prevista para la revisión: 17 julio

Puntos: 10 sobre 20.

## Examen de Termodinámica I

### Ejercicio 1.

$$1.1 \quad W^R = -\Delta B = -C_V \left( T_2 - T_0 - T_0 \ln \frac{T_2}{T_0} \right) = -4675,2 \text{ J} \Rightarrow W = 1,2W^R = -5610 \text{ J}; I_t = W - \Delta B = 0,2W^R = 935 \text{ J}$$

$$1.2 \quad s_2 - s_1 = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\frac{R}{c_v}} = 187,73 \text{ K} \Rightarrow W = -\Delta U = 1 \text{ mol}^{\frac{3}{2}} R(T_1 - T_2) = 1375,3 \text{ J}$$

$$W = \int_1^2 P_e dV = 210 \text{ Pa m}^5 \left( \frac{3}{-2} \right) \left( V_2^{-\frac{2}{3}} - V_1^{-\frac{2}{3}} \right) = 1500 \text{ J} \Rightarrow V_2 = 0,05395 \text{ m}^3$$

En el tercer caso el volumen final es el mismo, luego

$$\Delta B = nc_v(T_2 - T_1) - T_1 n \left( c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right) + P_1(V_2 - V_1) = 1249 \text{ J}$$

$$1.3 \quad \left( \frac{\partial c_p}{\partial P} \right)_T = -T \left( \frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_P \quad (\text{ver libro}); \quad v = RT \left[ \frac{1}{P} + A + BT + (C + DT)P \right] \Rightarrow$$

$$\left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = R \left[ \frac{1}{P} + A + 2BT + (C + 2DT)P \right] \Rightarrow \left( \frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_P = 2RT(B + DP)$$

$$c_p = c_p^* + \int_0^P \left( \frac{\partial c_p}{\partial P} \right)_T dP = c_p^* - 2RT^2 \int_0^P (B + DP)dP = R[3,5 - TP(2B + DP)]$$

$$1.4 \quad P_r = \frac{32}{40} = 0,8; \quad T_r = \frac{280}{350} = 0,8$$

$$\log_{10} \phi = -0,537 + 0,2(-0,493) = -0,6356 \Rightarrow \phi = 0,2314 \Rightarrow f = 7,4 \text{ bar}$$

Junio 2009

### Ejercicio 2.

$$T_1 = \frac{4960 \text{ K}}{13,3 - \ln 0,5} = 354,46 \text{ K} \quad ; \quad T_2 = 400,53 \text{ K}$$

$$v_1^V = \frac{RT_1}{P_1} = 0,05894 \text{ m}^3/\text{mol} \quad ; \quad v_2^V = 0,01332 \text{ m}^3/\text{mol}$$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{P}{T^2} = \frac{l}{T(v^V - v^L)} \Rightarrow l = \frac{P}{T} \frac{4960 \text{ K}(v^V - v^L)}{1} \Rightarrow \begin{cases} l_1 = 41225 \text{ J/mol} \\ l_2 = 41178 \text{ J/mol} \end{cases}$$

$$h_1^L = 0 \quad ; \quad h_1^V = l_1$$

$$h_2^L = c_p^L(T_2 - T_1) = 3501 \frac{\text{J}}{\text{mol}} \quad ; \quad h_2^V = h_2^L + l_2 = 44679 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

$$s_1^L = 0 \quad ; \quad s_1^V = \frac{l_1}{T_1} = 116,3 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$s_2^L = c_p^L \frac{T_2}{T_1} = 9,286 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \quad ; \quad s_2^V = s_2^L + \frac{l_2}{T_2} = 112,1 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$s_1 = s_1^L + x_1(s_1^V - s_1^L) = s_2 = s_2^L + x_2(s_2^V - s_2^L) \Rightarrow x_2 = \frac{x_1 s_1^V - s_2^L}{s_2^V - s_2^L} = 0,8368$$

$$w = -\Delta u = -\Delta h + \Delta(Pv) = -3800 \text{ J/mol}$$

$$\Delta b = \Delta u - T_0 \Delta s + P_0 \Delta v = -w + P_0 \Delta v = 84,9 \text{ J/mol}$$

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

- 1.1 De un gas ideal se conoce su  $c_v = a + bT$ .
- Obtener la ecuación de la línea de estados de un proceso adiabático reversible de dicho gas en el diagrama  $T-v$ .
  - Calcular la variación de exergía y el trabajo realizado por 50 mol del gas cuando se expansionan según un proceso adiabático reversible desde  $V_1 = 0,2 \text{ m}^3$  y  $P_1 = 10 \text{ bar}$  hasta  $T_2 = 350 \text{ K}$   
 $a = 30 \text{ J/mol K}$ ;  $b = 0,005 \text{ J/mol K}^2$   
Estado ambiente:  $P_0 = 1 \text{ bar}$ ,  $T_0 = 300 \text{ K}$

- 1.2 Calcular  $\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_g$  en función de  $s$ ,  $c_p$ ,  $\alpha$  y las funciones de la ecuación térmica.

- 1.3 Calcular la variación de la función de Gibbs específica durante una expansión isoterma a  $T = 406,78 \text{ K}$  entre  $P_1 = 39,805 \text{ bar}$  y  $P_2 = 8,38 \text{ bar}$  para un fluido con  $\omega = 0,152$ ;  $T_c = 369,8 \text{ K}$  y  $P_c = 41,9 \text{ bar}$ .

- 1.4 Un depósito adiabático de  $1 \text{ m}^2$  de sección contiene un gas ideal de  $c_v = 2,5 R$  a  $T_0 = 300 \text{ K}$  y  $P_0 = 1 \text{ bar}$ , iguales a las del ambiente. El depósito está dotado en su parte superior de un émbolo adiabático de espesor despreciable, que desliza sin rozamiento, inicialmente a  $0,5 \text{ m}$  del fondo.

Se deja caer sobre el émbolo una masa de  $80 \text{ kg}$  desde una altura de  $20 \text{ m}$  medida desde el fondo del cilindro.

Despreciando las capacidades caloríficas de los elementos sólidos del sistema, calcular, una vez alcanzado el equilibrio, la temperatura final y la destrucción exergética en el universo.

Tiempo: 55 min

Puntos: 10 sobre 20.

Septiembre 2009

## Ejercicio 2.

Un tanque rígido cerrado de  $10 \text{ m}^3$  está lleno de propileno a  $T_0 = 295 \text{ K}$  (igual a la del ambiente) y  $P_1 = 10,694 \text{ bar}$ . A partir de este estado, recibe calor del exterior hasta llegar a  $T_2 = 330 \text{ K}$ .

- Calcular el número de moles  $n_A$  que debería contener el tanque para que toda la sustancia se encontrara en estado líquido saturado al llegar a  $T_2$ , y el número de moles  $n_B$  que debería contener si estuviera en estado de vapor saturado al llegar a esa temperatura.
- Calcular los títulos del sistema en el estado a  $(T_1, P_1)$  cuando tiene  $n_A$  y  $n_B$  moles respectivamente ( $x_{1A}$  y  $x_{1B}$ )
- En el caso de que hubiese  $n_A$  moles, calcular el incremento de exergía del sistema entre el estado 1 y el 2.
- Si a partir de  $T_2$ , el sistema siguiese recibiendo calor hasta llegar a  $T_3 = 350 \text{ K}$ , hallar las presiones  $P_{3A}$  y  $P_{3B}$  en el tanque, en los casos en que hubiese respectivamente  $n_A$  y  $n_B$  moles de propileno.

Datos: De la curva de saturación

$T$ (K)	$P$ (bar)	$v^L$ ( $\frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}$ )	$v^V$ ( $\frac{\text{cm}^3}{\text{mol}}$ )	$h^L$ ( $\frac{\text{J}}{\text{mol}}$ )	$h^V$ ( $\frac{\text{J}}{\text{mol}}$ )	$s^L$ ( $\frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ )
295	10,694	82,528	1869,8	-16011	-1668	-72,48
330	23,751	95,644	773,43	-11809	-899	-59,41

Para el vapor recalentado entre  $T_2$  y  $T_3$  puede suponerse que el factor de compresibilidad es constante e igual al del vapor saturado a  $T_2$ .

Para el líquido comprimido en el rango de condiciones de interés, puede admitirse que  $P\beta = 2,7 \text{ bar/K}$  (constante).

Tiempo: 50 min

Puntos: 10 sobre 20.

Fecha prevista para la publicación de las notas: 25 septiembre

Fecha prevista para la revisión: 2 octubre

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1  $T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR} = 481,09 \text{ K}$

$$ds = \frac{c_v}{T} dT + R \frac{dv}{v} = 0 \Rightarrow a \ln \frac{T}{T_1} + b(T - T_1) + R \ln \frac{V}{V_1} = 0$$

$$T_2 = 350 \text{ K} \Rightarrow W = -\Delta U = -50 \text{ mol} \left( a(T_2 - T_1) + \frac{b}{2}(T_2^2 - T_1^2) \right) = 210\,258 \text{ J}$$

$$V_2 = 0,682 \text{ m}^3 \Rightarrow \Delta B = \Delta U - T_0 \Delta S + P_0 \Delta V = -W + P_0 \Delta V = -162\,059 \text{ J}$$

1.2  $\left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_g = v + T \left(\frac{\partial s}{\partial P}\right)_g = v - T \left(\frac{\partial g}{\partial P}\right)_s = v - T \frac{v - s \frac{v \alpha T}{c_p}}{-s \frac{T}{c_p}} = v \left(1 - \alpha T + \frac{c_p}{s}\right)$

1.3  $T_r = 1,1; P_{r1} = 0,95; P_{r2} = 0,2$

$$\log \phi_1 = -0,113 + 0,152 \times 0,006 = -0,112088 \Rightarrow f_1 = 30,75 \text{ bar}$$

$$\log \phi_2 = -0,022 + 0,152 \times 0 \Rightarrow f_2 = 7,97 \text{ bar} \Rightarrow$$

$$\Delta g = RT \ln \frac{f_2}{f_1} = -4\,568 \text{ J/mol}$$

1.4  $P_2 = P_0 + \frac{Mg}{A} = 100\,784 \text{ Pa}$

$$U_2 - U_1 + \frac{MgV_2}{A} + Mgz = -P_0(V_2 - V_1) \Rightarrow$$

$$H_2 - H_1 = Mgz = \frac{P_0 V_1}{RT_0} 3,5 R(T_2 - T_1) \Rightarrow T_2 = 326,88 \text{ K}$$

$$I_t = T_0 \Delta S = P_0 V_1 \left( 3,5 \ln \frac{T_2}{T_1} - \ln \frac{P_2}{P_1} \right) = 14\,626 \text{ J}$$

Septiembre 2009

## Ejercicio 2.

$$\frac{V}{n_A} = v_2^L \Rightarrow n_A = 104\,554 \text{ mol} \quad ; \quad n_B = \frac{V}{v_2^V} = 12\,929 \text{ mol}$$

$$v_{1A} = x_{1A} v_1^V + (1 - x_{1A}) v_1^L \Rightarrow x_{1A} = \frac{\frac{V}{n_A} - v_1^L}{v_1^V - v_1^L} = 0,00734$$

$$x_{1B} = \frac{\frac{V}{n_B} - v_1^L}{v_1^V - v_1^L} = 0,38657$$

$$\Delta B = \Delta U - T_0 \Delta S + P_0 \Delta V = \Delta H - T_0 \Delta S - V \Delta P =$$

$$= n_A \left( h_2^L - h_1^L - x_{1A} (h_1^V - h_1^L) - T_0 \left[ s_2^L - s_1^L - x_{1A} \frac{h_1^V - h_1^L}{T_1} \right] \right) - V \Delta P =$$

$$= 23\,155 \text{ kJ}$$

$$P_{3A} = \frac{n_A z_2^V R T_3}{V} = P_2 \frac{T_3}{T_2} = 25,19 \text{ bar}$$

$$P_{3B} = P_2 + \int_2^{3B} \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v dT = P_2 + (T_3 - T_2) 2,7 \text{ bar/K} = 77,751 \text{ bar}$$

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1 Un cilindro rígido adiabático está separado en dos cámaras A y B por un émbolo adiabático que puede deslizarse sin rozamiento. En la cámara A hay un gas ideal de  $c_{p,A} = 30 \text{ J/mol K}$ , ocupando inicialmente un volumen  $V_{A1} = 0,03 \text{ m}^3$  a  $100 \text{ °C}$  y 2 bar. En la cámara B hay otro gas ideal, de  $c_{p,B} = 40 \text{ J/mol K}$ , ocupando inicialmente un volumen  $V_{B1} = 0,05 \text{ m}^3$  a  $0 \text{ °C}$ .

Desde el estado inicial de equilibrio, se aplica lentamente un trabajo a la cámara A, mediante un agitador, hasta llegar a  $V_{A2} = 0,04 \text{ m}^3$ . Calcular el trabajo intercambiado por la cámara B, el trabajo aplicado por medio del agitador y la variación de entropía del conjunto.

1.2 Se comprueba que en la cima de una montaña, en la que se mide una presión de 0,8 ata, la temperatura de ebullición del agua es  $93,87 \text{ °C}$ . Obtener el calor latente de vaporización del agua, admitiendo que se puede considerar constante en el intervalo de 0,8 a 1 ata. Supóngase que el volumen específico del agua líquida es despreciable frente al del vapor, y que éste tiene comportamiento ideal en las condiciones de interés.

1.3 De cierto fluido se conoce

$$f = P \exp\left(\frac{a + bT}{RT} P\right)$$

siendo  $a$  y  $b$  constantes conocidas. Obténganse la ecuación térmica del fluido y su ecuación calórica, sabiendo que  $c_p^* = 3,5R$

1.4 Una máquina realiza un ciclo de Carnot entre los estados 1, 2, 3 y 4 de una cierta sustancia. El punto 1 es líquido saturado a  $591,57 \text{ K}$  y  $97,4848 \text{ bar}$ , 2 es el vapor saturado a la misma presión, y 3 y 4 están a  $460,11 \text{ K}$ . Calcular el trabajo producido por mol de sustancia. Datos:  $h_2^D = -5306,31 \text{ J/mol}$ ;  $P_c = 217,6 \text{ bar}$ ;  $T_c = 657,3 \text{ K}$ ;  $\omega = 0,344$

Tiempo: 1 h 10 min

Puntos: 10 sobre 20.

Febrero 2010

## Ejercicio 2.

Un cilindro dotado de un émbolo horizontal sin rozamiento, de sección  $0,5 \text{ m}^2$  e imperfectamente aislado térmicamente, contiene  $n = 100 \text{ mol}$  de un gas de ecuación característica

$$g = A \left( T - T_0 - T \ln \frac{T}{T_0} \right) - B(T - T_0)^2 + RT \ln \frac{P}{P_0} + C(P - P_0) - \frac{DP}{T} + \frac{DP_0}{T_0^2} (2T_0 - T)$$

siendo  $A = 29 \text{ J/mol K}$ ;  $B = 0,07 \text{ J/mol K}^2$ ;  $C = 7,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$ ;  $D = 0,74 \text{ m}^3\text{K/mol}$ . El estado de referencia es el ambiente  $T_0 = 300 \text{ K}$ ;  $P_0 = 1 \text{ bar}$ .

Inicialmente el gas se encuentra en equilibrio a  $T_1 = T_0$  y  $P_1 = P_0$ . Desde una altura  $z = 20 \text{ m}$  sobre el fondo del depósito, se deja caer sobre el émbolo una masa  $M = 200 \text{ kg}$ . Al restablecerse el equilibrio interno en el gas, se observa que la temperatura del gas es  $T_2 = 304 \text{ K}$ .

Hallar

- La ecuación entrópica  $s = s(T, P)$  y la térmica  $v = v(T, P)$  del gas
- La ecuación calórica  $h = h(T, P)$  y el  $c_p = c_p(T, P)$  del gas
- El calor (J) intercambiado por el gas, razonando su signo
- La variación de entropía del universo (J/K)
- La variación de exergía del gas (J), razonando su signo

Despréciense la masa y el espesor del émbolo, las capacidades caloríficas de todos los elementos sólidos y cualquier deformación de estos en el choque, así como el rozamiento con el aire.

Tiempo: 45 min

Puntos: 10 sobre 20.

Fecha prevista para la publicación de las notas: 26 febrero

Fecha prevista para la revisión: 5 marzo

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1  $n_A = \frac{P_1 V_{A,1}}{RT_{A,1}} = 1,9339 \text{ mol}$  ;  $n_B = 4,4032 \text{ mol}$  ;  $V_{B,2} = 0,04 \text{ m}^3$

$$\Delta S_B = 0 \Rightarrow T_{B,2} = T_{B,1} \left( \frac{V_{B,2}}{V_{B,1}} \right)^{\frac{R}{c_{p,B} - R}} = 289,62 \text{ K}$$

$$P_2 = \frac{n_B RT_{B,2}}{V_{B,2}} = 2,65075 \text{ bar} \Rightarrow T_{A,2} = 659,4 \text{ K}$$

$$W_B = -\Delta U_B = -2,3 \text{ kJ} ; W_{\text{agit}} = -\Delta U_{A+B} = -14,3 \text{ kJ}$$

$$\Delta S_{A+B} = \Delta S_A = 28,5 \text{ J/K}$$

1.2  $\frac{dP}{dT} = \frac{l}{T(v^V - v^L)} \approx \frac{lP}{RT^2} \Rightarrow \frac{d \ln P}{d \left( \frac{1}{T} \right)} = -\frac{l}{R} \Rightarrow$

$$l = -R \ln 0,8^{\frac{373,15 \times (273,15 + 93,87)}{100 - 93,87}} \text{ K} = 41\,450 \text{ J/mol}$$

1.3  $\ln \phi = \frac{a + bT}{RT} P \Rightarrow \left( \frac{\partial \ln \phi}{\partial P} \right)_T = \left( \frac{\partial g^D}{\partial P} \right)_T = \frac{v^D}{RT} = \frac{a + bT}{RT} \Rightarrow$

$$v = \frac{RT}{P} + a + bT \Rightarrow \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P} + b \Rightarrow \left( \frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_P = 0 \Rightarrow c_p = c_p^* \Rightarrow dh = c_p^* dT + [v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P] dP = c_p^* dT + a dP \Rightarrow h = 3,5R(T - T_0) + a(P - P_0)$$

siendo  $T_0, P_0$  el estado de referencia que se tome para  $h$ .

1.4  $P_{r,1} = 0,448$ ;  $T_{r,1} = 0,9$ . Leyendo en tablas

$P_r$	$-\left( \frac{h^D}{RT_c} \right)^{(0)}$	$-\left( \frac{h^D}{RT_c} \right)^{(1)}$	$-\frac{h^D}{RT_c}$
0,6	4,074	4,254	5,5374
0,8	4,094	4,248	5,5553

extrapolando  $-\frac{h_1^D}{RT_c} = 5,5237 \Rightarrow$

$$h_1^D = -30\,187,6 \text{ J/mol} \Rightarrow l = h_2^D - h_1^D = 24\,881,3 \text{ J/mol}$$

$$w = q_C \eta = l \left( 1 - \frac{T_F}{T_C} \right) = 24\,881,3 \text{ J/mol} \left( 1 - \frac{460,11}{591,57} \right) = 5\,529 \text{ J/mol}$$

Febrero 2010

## Ejercicio 2.

$$s = - \left( \frac{\partial g}{\partial T} \right)_P = A \ln \frac{T}{T_0} + 2B(T - T_0) - R \ln \frac{P}{P_0} - D \left( \frac{P}{T^2} - \frac{P_0}{T_0^2} \right)$$

$$v = \left( \frac{\partial g}{\partial P} \right)_T = \frac{RT}{P} + C - \frac{D}{T}$$

$$h = g + Ts = A(T - T_0) + B(T^2 - T_0^2) + C(P - P_0) - 2D \left( \frac{P}{T} - \frac{P_0}{T_0} \right)$$

$$c_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_P = A + 2BT + \frac{2DP}{T^2} ; P_2 = P_1 + \frac{Mg}{0,5 \text{ m}^2} = 103\,920 \text{ Pa}$$

$$\Delta U + \Delta E_p = Q - P_0 \Delta V \Rightarrow Q = \Delta H - Mg z = -8\,929 \text{ J}$$

$$\Delta S_u = \Delta S - \frac{Q}{T_0} = 91,21 \text{ J/K}$$

$$\Delta B = \Delta U - T_0 \Delta S + P_0 \Delta V = Mg \left( z - \frac{V_2}{0,5 \text{ m}^2} \right) - T_0 \Delta S_u = 237 \text{ J}$$

El calor es cedido al ambiente porque el calor pasa del cuerpo de mayor temperatura al de menor; el incremento de exergía es positivo ya que en el estado inicial estaba en el mínimo posible de exergía.

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1 Una máquina biterma funciona entre un foco caliente a  $T_{F1} = 773 \text{ K}$  y otro frío a  $T_{F2} = 300 \text{ K}$ . La parte de la máquina en contacto con el foco caliente está a  $T_{M1} = 690 \text{ K}$ , y la que está en contacto con el frío, a  $T_{M2} = 305 \text{ K}$ . En un número entero de ciclos, la máquina produce un trabajo  $W_M = 120 \text{ kJ}$  e intercambia un calor  $Q_2 = -100 \text{ kJ}$  (vistos desde la máquina) con el foco frío. La temperatura del ambiente es  $298 \text{ K}$ .

- Calcular la destrucción exergética debido a las irreversibilidades internas de la máquina y la destrucción exergética del universo.
- Si la máquina funcionase endorreversiblemente, con iguales temperaturas y  $Q_2$  que en el caso anterior, calcular el trabajo que produciría la máquina y la destrucción exergética en el universo.

1.2 En un cierto intervalo de condiciones, la ecuación de estado de un gas es  $Pv = RT + AP + BP^2$ , siendo  $A = 0,30214 \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$ ,  $B = -2,979 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{mol Pa}}$ .

- Deducir la expresión del coeficiente de Joule-Thomson  $\mu_{JT}$ , en función de  $\lambda_\theta$  y  $c_p$ .
- Hallar la presión para la cual se cumple  $\mu_{JT} = 0$ .

Se recuerda que  $\mu_{JT} = \left( \frac{\partial T}{\partial P} \right)_h$  y  $\lambda_\theta = \left( \frac{\partial h}{\partial P} \right)_T$

1.3 Se tiene  $1 \text{ kg}$  de hielo a temperatura de fusión a  $1 \text{ bar}$  y  $0^\circ \text{C}$

- Mezclándolo isóbara y adiabáticamente con agua a  $10^\circ \text{C}$ , ¿qué masa mínima de agua hará falta para que se funda todo el hielo?
- Si sólo se añade la mitad de la cantidad de agua hallada en a), calcular el título de líquido final y la generación entrópica en el proceso.

Datos: A  $1 \text{ bar}$ :  $l_f = 333,9 \text{ kJ/kg}$ . Para el agua líquida,  $c_p^L = 4182 \text{ J/kg K}$ .

1.4 Un fluido puro a  $P_1 = 16 \text{ bar}$  y  $T_1 = 384 \text{ K}$  evoluciona hasta  $P_2 = 32 \text{ bar}$  y  $T_2 = 460 \text{ K}$ . Hallar la fugacidad en el estado 1 y  $h_2 - h_1$ .

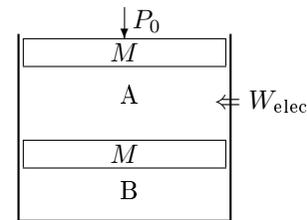
Datos:  $P_c = 40 \text{ bar}$ ;  $T_c = 400 \text{ K}$ ;  $\omega = 0$ ;  $c_p^* = 30 \text{ J/mol K}$ .

Tiempo: 50 min

Puntos: 10 sobre 20.

Junio 2010

## Ejercicio 2.



Un cilindro adiabático, de sección  $1 \text{ m}^2$ , dispone de un émbolo horizontal adiabático de capacidad calorífica despreciable, masa  $M = 2000 \text{ kg}$  y que puede deslizarse sin rozamiento. El interior está dividido en dos cámaras A y B por un émbolo diatérmico de igual masa  $M = 2000 \text{ kg}$  de capacidad calorífica despreciable que puede deslizarse sin rozamiento, aunque inicialmente está sujeto por unos topes.

En la cámara A hay  $n_A = 60 \text{ mol}$  a  $T_1 = 400 \text{ K}$  de un gas cuya ecuación térmica es

$$v = \frac{RT}{P} + 3 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{mol K}} T$$

y  $c_{pA} = 31 \text{ J/mol K}$ , constante en el rango de condiciones del problema, y un sistema de calefacción eléctrico de volumen despreciable.

En la cámara B hay  $n_B = 240 \text{ mol}$  de un gas ideal de  $c_{vB} = 21 \text{ J/mol K}$  a  $P_{B1} = 12 \text{ bar}$ .

Desde este estado inicial, se suministra al calefactor de A un trabajo eléctrico de  $1000 \text{ kJ}$ , y el sistema evoluciona hasta el estado 2.

Posteriormente se sueltan los topes del émbolo interior, alcanzándose el estado 3. Hallar:

- Presiones y temperatura en los estados 1, 2 y 3
- Variación de entropía y de exergía total del sistema gas+cilindro+émbolos en las etapas 1-2 y 2-3.

Datos:  $T_0 = 298 \text{ K}$ . En el exterior del émbolo sólo actúa en todo momento la presión atmosférica  $P_0 = 1 \text{ bar}$ .

Tiempo: 1 h

Fecha prevista para la publicación de las notas: 29 junio

Fecha prevista para la revisión: 2 julio

Puntos: 10 sobre 20.

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1  $Q_1 = W_M - Q_2 = 220 \text{ kJ}$

$$\sigma_M = -\frac{W_M}{T_{M1}} + Q_2\left(\frac{1}{T_{M1}} - \frac{1}{T_{M2}}\right) = 9,0283 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$\sigma_u = Q_1\left(\frac{1}{T_{M1}} - \frac{1}{T_{F1}}\right) - \frac{W_M}{T_{M1}} + Q_2\left(\frac{1}{T_{M1}} - \frac{1}{T_{F2}}\right) = 48,7279 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

$$I_M = 298\sigma_M = 2,69 \text{ kJ} ; I_u = 298\sigma_u = 14,521 \text{ kJ}$$

$$W_M^R = T_{M1}Q_2\left(\frac{1}{T_{M1}} - \frac{1}{T_{M2}}\right) = 126,23 \text{ kJ}$$

$$I_u = 298 \left[ (W_M^R - Q_2)\left(\frac{1}{T_{M1}} - \frac{1}{T_{F1}}\right) - \frac{W_M^R}{T_{M1}} + Q_2\left(\frac{1}{T_{M1}} - \frac{1}{T_{F2}}\right) \right] = 12,119 \text{ kJ}$$

1.2 a) Ver libro.

$$\lambda_\theta = A + BP ; \mu_{JT} = 0 \Rightarrow P = 1,0789 \text{ bar}$$

1.3  $H_1 = H_2 \Rightarrow m^S h^S + m^L (h^S + l_F + c_p^L(T_1 - T_f)) = (m^S + m^L) (h^S + l_f +)$

$$\Rightarrow m^L = \frac{m^S l_f}{c_p^L(T_1 - T_f)} = 7,9842 \text{ kg}$$

$$m^S h^S + \frac{m^L}{2} (h^S + l_f + c_p^L(T_1 - T_f)) = \left(m^S + \frac{m^L}{2}\right) (h^S + x_2^L l_f \Rightarrow x_2^L = 0,89984$$

$$\sigma = \left(m^S + \frac{m^L}{2}\right) x_2^L \frac{l_F}{T_F} - \frac{m^L}{2} \left(\frac{l_F}{T_F} + c_p^L \ln \frac{T_1}{T_F}\right) = 10,922 \text{ J/K}$$

1.4  $P_{r1} = \frac{16}{40} = 0,4$ ;  $T_{r1} = \frac{384}{400} = 0,96$ ;  $P_{r2} = \frac{32}{40} = 0,8$ ;  $T_{r1} = \frac{460}{400} = 1,15$

$$\log_{10} \phi_1 = -0,07 \Rightarrow f_1 = 13,62 \text{ bar}$$

$$h_2 - h_1 = h_2^D + c_p^*(T_2 - T_1) - h_1^D = -(0,732 - 0,502)RT_c + c_p^*(T_2 - T_1) = 1515 \text{ J/mol}$$

Junio 2010

## Ejercicio 2.

Todo el proceso en A es isóbar a  $P_A = P_0 + \frac{Mg}{A} = 1,196 \text{ bar}$ ;

$$\Delta U_{A+B} + \Delta E_{pM} = -W_{elec} - P_0(V_{A2} - V_{A1}) \Rightarrow T_2 = T_1 - \frac{W_{elec}}{n_B c_{vB} + n_A c_{pA}} = 544,93 \text{ K}$$

$$V_{B2} = V_{B1} = 0,665 \text{ m}^3 ; P_{B2} = 16,3478 \text{ bar} ; P_{B3} = P_A + \frac{Mg}{A} = 1,392 \text{ bar}$$

$$\Delta U_{A+B} + \Delta E_{p,2 \text{ émbolos}} = -P_0 \Delta V_{A+B} \Rightarrow \Delta H_A + \Delta H_B = (P_{B3} - P_{B2})V_{B2} \Rightarrow T_3 = 433,1 \text{ K}$$

$$\Delta S_{1-2} = n_A c_{pA} + n_B c_{pB} \ln \frac{T_1}{T_2} - n_B R \ln \frac{P_{B2}}{P_{B1}} = 2133,4 \text{ J/K} ; \Delta S_{2-3} = 2872 \text{ J/K}$$

$$\Delta B'_{1-2} = \Delta U'_{1-2} - T_0 \Delta S_{1-2} + P_0(\Delta V_{1-2} = -W_{elec} - T_0 \Delta S_{1-2} = 364,25 \text{ kJ}$$

$$\Delta B'_{2-3} = -T_0 \Delta S_{1-2} = -855,94 \text{ kJ}$$

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1 Para mantener una habitación a  $20^\circ\text{C}$  se dispone de una bomba de calor reversible que opera entre dicha habitación y el exterior a  $0^\circ\text{C}$ . Si se estima que las pérdidas por aislamiento imperfecto de la habitación son de  $10\,000\text{ kcal/h}$ ,

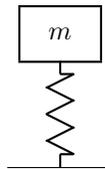
- calcular la potencia que consume la bomba de calor
- calcular la relación entre dicha potencia y la que se consumiría para mantener la temperatura de la habitación constante mediante calentadores de resistencia eléctrica.

1.2 Un cilindro rígido adiabático está separado en dos cámaras A y B por un émbolo adiabático que puede deslizar sin rozamiento. En la cámara A hay un gas ideal de  $c_{v,A} = 21\text{ J/mol K}$ , ocupando inicialmente un volumen  $V_{A1} = 0,03\text{ m}^3$  a  $100^\circ\text{C}$  y  $2\text{ bar}$ . En la cámara B hay otro gas ideal, de  $c_{v,B} = 32\text{ J/mol K}$ , ocupando inicialmente un volumen  $V_{B1} = 0,05\text{ m}^3$  a  $0^\circ\text{C}$ . Partiendo de dicho estado inicial de equilibrio, se conecta una resistencia eléctrica de volumen y capacidad calorífica despreciables, situada en el interior de la cámara A, a una batería. El émbolo se desplaza entonces lentamente hasta que el volumen de la cámara A es  $V_{A2} = 0,04\text{ m}^3$ . Calcúlese el trabajo intercambiado por la cámara B, el trabajo eléctrico suministrado por la batería y la variación de entropía del conjunto.

1.3 Se tiene un fluido a  $T_1 = 427,5\text{ K}$  y presión ambiente  $P_1 = P_0 = 1\text{ bar}$ . Calcular su exergía específica. Datos:  $T_c = 370\text{ K}$ ;  $P_c = 2,5\text{ bar}$ ;  $\omega = 0$ ;  $c_p^* = 35\text{ J/mol K}$ . Temperatura ambiente:  $T_0 = 285\text{ K}$ .

1.4 Un muelle, de capacidad calorífica despreciable, puesto en vertical, sostiene una masa  $m = 100\text{ kg}$  con  $C_V = 1\,320\text{ J/K}$  a  $1\text{ m}$  del suelo. Se aplica una fuerza exterior adicional de forma que al final la masa se encuentra a  $0,5\text{ m}$  del suelo. El trabajo realizado por dicha fuerza ha sido  $286\text{ J}$ . Hallar la temperatura final de la masa.

Datos: Todo el conjunto se encuentra inicialmente a  $T_1 = 300\text{ K}$ , y no intercambia calor con el ambiente en todo el proceso. La longitud del muelle cuando sobre él no actúa ninguna fuerza exterior es  $1,5\text{ m}$ .

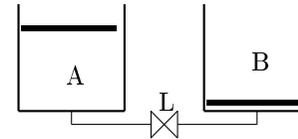


Tiempo: 50 min

Puntos: 10 sobre 20.

Septiembre 2010

## Ejercicio 2.



tubería+válvula adiabático y de volumen interno despreciable.

Sobre la cara exterior de los émbolos actúa en todo momento la presión ambiente  $P_0 = 1\text{ bar}$  más una fuerza exterior.

Inicialmente B está vacío, y en A hay  $10\text{ mol}$  de un fluido en estado de vapor saturado a  $P_1 = 1,487\text{ bar}$ . Variando muy lentamente la fuerza exterior que actúa sobre el émbolo de A, se aumenta la presión en A hasta  $P_2 = 20,1\text{ bar}$  (estado 2).

Manteniendo constante dicha presión, se pone en contacto térmico A con el ambiente a  $t_0 = 20^\circ\text{C}$ , hasta que el fluido alcanza el estado de líquido saturado (estado 3), momento en que se vuelve a aislar A.

A continuación, se abre la válvula L, permitiendo el paso de todo el fluido de A a B (estado 4). Durante este proceso, se mantienen constantes las presiones en A y B, siendo  $P_A = P_2$  y  $P_B = P_1$ .

- Hallar las temperaturas ( $^\circ\text{C}$ ) en los estados 1, 2, 3 y 4, y el título  $x_4$ .
- Tomando como referencias  $h_1 = 0$  y  $s_1 = 0$ , hallar las entalpías y entropías de los estados 2, 3 y 4.
- Hallar  $W_{1-2}$ ,  $Q_{2-3}$  y  $I_{3-4}$ .

Propiedades del fluido, en el rango de condiciones de interés:

$$\text{Ecuación térmica del vapor: } Pv = RT + \left( -2,53 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}} + 6,64 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{mol K}} T \right) P$$

$$c_p^v = 100 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$\text{Presión de vapor: } \ln \frac{P^{\text{sat}}}{1\text{ bar}} = 10,5878 - \frac{2\,376\text{ K}}{T}$$

$$\text{Calor latente de vaporización: } l = 43,1 \frac{\text{kJ}}{\text{mol}} - 0,103 \frac{\text{kJ}}{\text{mol K}} T$$

Tiempo: 1 h

Fecha prevista para la publicación de las notas: 3 septiembre

Fecha prevista para la revisión: 9 septiembre

Puntos: 10 sobre 20.

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1  $\dot{Q}_1 = 10\,000 \text{ kcal/h} = 11,6 \text{ kW} = \dot{W}_{el}$

$$\frac{\dot{Q}_0}{T_0} + \frac{\dot{Q}_1}{T_1} = 0 \Rightarrow \dot{Q}_0 = -\dot{Q}_1 \frac{T_0}{T_1} \Rightarrow W = \dot{Q}_0 + \dot{Q}_1 = \dot{Q}_1 \left(1 - \frac{T_0}{T_1}\right) = 793 \text{ W}$$

$$\frac{\dot{W}}{\dot{W}_{el}} = 6,8 \%$$

1.2  $n_A = \frac{P_1 V_{A,1}}{RT_{A,1}} = 1,9339 \text{ mol}$  ;  $n_B = 4,4032 \text{ mol}$  ;  $V_{B,2} = 0,04 \text{ m}^3$

$$\Delta S_B = 0 \Rightarrow T_{B,2} = T_{B,1} \left(\frac{V_{B,2}}{V_{B,1}}\right)^{\frac{R}{c_{v,B}}} = 289,45 \text{ K}$$

$$P_2 = \frac{n_B RT_{B,2}}{V_{B,2}} = 2,6492 \text{ bar} \Rightarrow T_{A,2} = 659,04 \text{ K}$$

$$W_B = -\Delta U_B = -2,3 \text{ kJ} ; W_{el} = -\Delta U_{A+B} = -13,91 \text{ kJ}$$

$$\Delta S_{A+B} = \Delta S_A = 27,7 \text{ J/K}$$

1.3  $b_1 = (u_1 - u_0) - T_0(s_1 - s_0) + p_0(v_1 - v_0) \stackrel{p_1 \equiv p_0}{=} (h_1 - h_0) - T_0(s_1 - s_0) =$   
 $= (h_1^D - h_0^D) - T_0(s_1^D - s_0^D) + c_p^* \left[ (T_1 - T_0) - T_0 \ln \frac{T_1}{T_0} \right]$

$$p_{1r} = \frac{p_1}{p_c} = 0,4 ; T_{r1} = \frac{T_1}{T_c} = 0,75 ; T_{r,0} = \frac{T_0}{T_c} = 0,5$$

$$-\frac{h_1^D}{RT_c} = 4,679 \Rightarrow h_1^D = -22,175 \text{ kJ/mol} ; -\frac{h_0^D}{RT_c} = 5,440 \Rightarrow h_0^D = -25,782 \text{ kJ/mol}$$

$$-\frac{s_1^D}{R} = 5,248 \Rightarrow s_1^D = -43,634 \text{ J/mol K} ; -\frac{s_0^D}{R} = 6,479 \Rightarrow s_0^D = -53,869 \text{ J/mol K}$$

$$b_1 = 1,6330 \text{ kJ/mol}$$

1.4  $-mg = k(l - l_0) \Rightarrow k = 1960 \text{ N/m}$

$$W_{muelle} = -\int_{l_1}^{l_2} k(l - l_0) dl = -735 \text{ J} ; \Delta E_{p,m} = -490 \text{ J}$$

$$\Delta U + \Delta E_{p,m} = -W + W_{muelle} \Rightarrow \Delta U = C_V \Delta T = (490 + 286 - 735) \text{ J} \Rightarrow T_2 = 300,031 \text{ K}$$

Septiembre 2010

## Ejercicio 2.

$$T_1 = \frac{2376 \text{ K}}{10,5878 - \ln 1,487} = 233,146 \text{ K} = T_4 \equiv -40^\circ \text{C}$$

$$T_3 = \frac{2376 \text{ K}}{10,5878 - \ln 20,1} = 313,164 \text{ K} \equiv 40,01^\circ \text{C}$$

$$v = \frac{RT}{P} + a + bT \Rightarrow \left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_P = \frac{R}{P} + b \Rightarrow \left(\frac{\partial h}{\partial P}\right)_T = a$$

$$dh = c_p^V dT + a dP ; ds = \frac{c_p^V}{T} dT - \left(\frac{R}{P} + b\right) dP$$

$$s_2 - s_1 = 0 = c_p^V \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} - b(P_2 - P_1) \Rightarrow$$

$$T_2 = 327,59 \text{ K} \equiv 54,44^\circ \text{C} \Rightarrow h_2 = 4735,3 \text{ J/mol}$$

$$h_3 = c_p^V (T_3 - T_1) + a(P_2 - P_1) - l(T_3) = -7551,4 \text{ J/mol}$$

$$s_3 = c_p^V \left(\ln \frac{T_3}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} - b(P_2 - P_1)\right) - \frac{l(T_3)}{T_3} = -39,13 \text{ J/mol K}$$

$$U_{B,4} - U_{A,3} = -P_2(0 - V_{A,3}) - P_1(V_{B,4} - 0) \Rightarrow h_4 = h_3 = -(1 - x_4)l(T_1) \Rightarrow x_4 = 0,6043$$

$$s_4 = -(1 - x_4) \frac{l(T_1)}{T_1} = \frac{h_4}{T_1} = -32,39 \text{ J/mol K}$$

$$v_1 = 0,01205 \text{ m}^3/\text{mol} ; v_2 = 0,001 \text{ m}^3/\text{mol} \Rightarrow$$

$$W_{1-2} = -\Delta U_{1-2} = -\Delta H_{1-2} + \Delta(PV)_{1-2} = -45169 \text{ J}$$

$$Q_{2-3} = H_3 - H_2 = -122875 \text{ J} ; T_{3-4} = T_0(S_4 - S_3) = 19,76 \text{ kJ}$$

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1 Se pone a funcionar una máquina biterma M entre dos cuerpos rígidos 1 y 2 de igual capacidad calorífica a volumen constante  $C = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$ , y se le aporta 2 kJ de trabajo. Durante el proceso, se incrementa la exergía del conjunto máquina+cuerpos en 1,4kJ. La temperatura inicial de los cuerpos es  $T_0 = 298\text{K}$ , igual a la del ambiente. Calcular  $\Delta U_{1+2+M}$  del conjunto,  $\Delta S_{1+2+M}$  del conjunto,  $\sigma$  del proceso,  $\Delta U_1$ ,  $\Delta U_2$  y  $\Delta U_M$

1.2 La curva de sublimación de cierta sustancia viene dada por

$$\ln \frac{P_{\text{sub}}}{1 \text{ bar}} = 25 - \frac{3750 \text{ K}}{T}$$

y su presión de vapor por

$$\ln \frac{P_{\text{vap}}}{1 \text{ bar}} = 20 - \frac{3000 \text{ K}}{T}$$

Calcular la presión y temperatura del punto triple de la sustancia, y sus calores latentes de fusión, vaporización y sublimación en dicho punto.

Admitase que la fase gas se comporta como gas ideal y que  $v^V \gg v^L$  y  $v^V \gg v^S$

1.3 Calcular el trabajo específico necesario para llevar isóbara y reversiblemente una sustancia del estado 1: (533,68 K, 4,54 bar), al estado 2: (57,18 K, 4,54 bar), y la discrepancia de volumen en el estado 2.

Datos:  $T_c = 190,6 \text{ K}$ ,  $P_c = 45,4 \text{ bar}$ ,  $\omega = 0,008$ . Admitase que en el **estado 1** el fluido se comporta como **gas ideal**.

1.4 Se tiene un cilindro adiabático, de sección  $A = 1 \text{ m}^2$ , conteniendo una masa de agua  $m_{\text{H}_2\text{O}}$  en equilibrio líquido-vapor, que ocupa  $1 \text{ m}^3$ . El cilindro está dotado de un émbolo de masa despreciable, también adiabático y que puede deslizar sin rozamiento, sobre cuya cara exterior actúa la presión ambiente  $P_0 = 1 \text{ bar}$ . Se deja caer sobre el émbolo una masa  $M$ , situada inicialmente a una altura  $z$  medida desde el suelo, con lo que el fluido en el cilindro pasa del estado inicial,  $x_1 = 0,5$  y  $P_1 = 1 \text{ bar}$ , al final  $x_2 = 0,55$  y  $P_2 = 2 \text{ bar}$ . De la curva de presión de vapor del agua:

$P$ (bar)	$T$ (K)	$h^L$ (kJ/kg)	$v^L$ (m <sup>3</sup> /kg)	$h^V$ (kJ/kg)	$v^V$ (m <sup>3</sup> /kg)
1	372,782	417,512	0,00104342	2675,43	1,69373
2	393,381	504,702	0,00106084	2706,9	0,885442

Calcular  $m_{\text{H}_2\text{O}}$ , el volumen final del depósito,  $M$  y la altura inicial a la que se encontraba,  $z$ .

Tiempo: 55 min

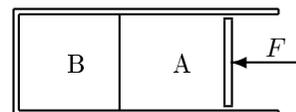
Puntos: 10 sobre 20.

Febrero 2011

## Ejercicio 2.

La función de Helmholtz de cierto fluido viene dada, en el intervalo de condiciones de interés, por

$$a = 30 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} T \left( 1 - \ln \frac{T}{300 \text{ K}} \right) - 1,6 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} T - RT \ln \frac{v}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{mol}} + \\ + \frac{8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Pa m}^6}{\text{K mol}^2} T - 0,5 \frac{\text{Pa m}^6}{\text{mol}^2}}{v} - \frac{3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Pa m}^9}{\text{mol}^3}}{v^2} - 7880 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$



El depósito de la figura es adiabático, así como el émbolo, que puede deslizar sin rozamiento. El depósito está dividido en dos cámaras por un tabique fijo rígido diatérmico. La cámara B, de  $V_B = 1 \text{ m}^3$  contiene  $n_B = 2000 \text{ mol}$  del fluido citado, y la A, con un volumen inicial  $V_{A1} = 1 \text{ m}^3$ , contiene  $n_A = 1250 \text{ mol}$  del mismo fluido. En el estado inicial del sistema, éste se encuentra en equilibrio a  $T_1 = 300 \text{ K}$ , ejerciéndose la fuerza necesaria sobre la cara exterior del émbolo.

Variando muy lentamente la fuerza exterior, se reduce el volumen de A a  $V_{A2} = 0,5 \text{ m}^3$  (estado 2).

Después, se **inmoviliza** el émbolo y se rompe el tabique interior, alcanzándose un nuevo equilibrio (estado 3).

Hallar:

- La ecuación térmica del fluido,  $P = P(T, v)$
- La ecuación entrópica del fluido,  $s = s(T, v)$
- La ecuación calórica del fluido,  $u = u(T, v)$
- El calor específico isócoro,  $c_v = c_v(T, v)$
- Las presiones iniciales  $P_{A1}$  y  $P_{B1}$  (bar)
- La temperatura en el estado 2,  $T_2$  (K)
- Las presiones en el estado 2  $P_{A2}$  y  $P_{B2}$  (bar)
- El trabajo del sistema en el proceso 1-2 (kJ)
- La temperatura y la presión en el estado 3,  $T_3$  (K) y  $P_3$  (bar)
- La generación entrópica interna en la etapa 2-3 (J/K)

Tiempo: 1 h

Fecha prevista para la publicación de las notas: 8 febrero

Fecha prevista para la revisión: 11 febrero

Puntos: 10 sobre 20.

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1  $\Delta U_{1+2+M} = 2 \text{ kJ}$

$$\Delta B_{1+2+M} = \Delta U_{1+2+M} + P_0 \Delta V_{1+2+M} - T_0 \Delta S_{1+2+M} \Rightarrow$$

$$\Delta S_{1+2+M} = \frac{\Delta U_{1+2+M} - \Delta B_{1+2+M}}{T_0} = 2,01 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}$$

$$\sigma = \Delta S_{1+2+M} - J_s = 2,01 \frac{\text{kJ}}{\text{K}} = C \ln \frac{T_{f1}}{T_0} + C \ln \frac{T_{f2}}{T_0} \Rightarrow T_{f1} = \frac{T_0^2}{T_{f2}} \exp \frac{\Delta S}{C}$$

$$\Delta U_{1+2+M} = C(T_{f1} - T_0) + C(T_{f2} - T_0) = C(T_{f1} + T_{f2} - 2T_0) \Rightarrow$$

$$2 \text{ kJ} = C \left( \frac{T_0^2}{T_{f2}} \exp \frac{\Delta S}{C} + T_{f2} - 2T_0 \right) \Rightarrow T_{f2} = 278,55 \text{ K}, T_{f1} = 319,45 \text{ K} \Rightarrow$$

$$\Delta U_1 = 21,45 \text{ kJ} ; \Delta U_2 = -19,45 \text{ kJ} ; \Delta U_M = 0 \text{ kJ}$$

1.2 En el punto triple  $25 - \frac{3750 \text{ K}}{T} = 20 - \frac{3000 \text{ K}}{T} \Rightarrow T_t = 150 \text{ K} ; P_t = 1 \text{ bar}$

$$\frac{dP_{\text{sub}}}{dT} = \frac{l_{\text{sub}}}{T(v^V - v^S)} \approx \frac{l_{\text{sub}} P}{RT^2} \Rightarrow l_{\text{sub}} = 31,177 \text{ kJ/mol}$$

y análogamente  $l_{\text{vap}} = 24,94 \text{ kJ/mol} ; l_{\text{fus}} = l_{\text{sub}} - l_{\text{vap}} = 6,23 \text{ kJ/mol}$

1.3  $P_{r,2} = 0,1 ; T_{r,2} = 0,3 \Rightarrow$

$$z_2 = 0,029 + 0,008 \times (-0,0081) = 0,0289352 \Rightarrow v_2 = \frac{zRT_2}{P} = 3,03 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$$

$$w = P(v_2 - v_1) = -4423 \frac{\text{J}}{\text{mol}} ; v^P = v_2 - \frac{RT_2}{P} = -1,0169 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$$

1.4  $V_1 = 1 \text{ m}^3 = m_{\text{H}_2\text{O}} (x_1 v_1^V + (1-x_1) v_1^L) \Rightarrow m_{\text{H}_2\text{O}} = 1,18 \text{ kg}$

$$V_2 = m_{\text{H}_2\text{O}} [x_2 v_2^V + (1-x_2) v_2^L] = 0,5752 \text{ m}^3 ; P_2 - P_1 = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa} = \frac{Mg}{A} \Rightarrow$$

$$M = 10204 \text{ kg} ; \Delta U' = \Delta H - (P_2 V_2 - P_1 V_1) + \Delta E_p = -P_1 A(z_2 - z_1) \Rightarrow z = 2 \text{ m}$$

Febrero 2011

## Ejercicio 2.

$$P = - \left( \frac{\partial a}{\partial v} \right)_T = \frac{RT}{v} + \frac{8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Pa m}^6}{\text{K mol}^2} T - 0,5 \frac{\text{Pa m}^6}{\text{mol}^2}}{v^2} - \frac{6 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Pa m}^9}{\text{mol}^3}}{v^3}$$

$$s = - \left( \frac{\partial a}{\partial T} \right)_v = 30 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \ln \frac{T}{300 \text{ K}} + R \ln \frac{v}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{mol}} - \frac{8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Pa m}^6}{\text{K mol}^2}}{v} + 1,6 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$u = a + Ts = 30 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \left( T - \frac{0,5 \frac{\text{Pa m}^6}{\text{mol}^2}}{v} - \frac{3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Pa m}^9}{\text{mol}^3}}{v^2} \right) - 7880 \frac{\text{J}}{\text{mol}}$$

$$c_v = \left( \frac{\partial u}{\partial T} \right)_v = 30 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$$

$$v_B = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{mol} ; v_{A1} = 8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{mol} ; v_{A2} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{mol}$$

$$P_{B1} = 34,6864 \text{ bar} ; P_{A1} = 25,945 \text{ bar}$$

$$S_2 - S_1 = 0 = (n_A + n_B) c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + n_A R \ln \frac{v_{A2}}{v_{A1}} - n_A 8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Pa m}^6}{\text{K mol}^2} \left( \frac{1}{v_{A2}} - \frac{1}{v_{A1}} \right) \Rightarrow$$

$$T_2 = 327,17 \text{ K} ; P_{B2} = 40,07 \text{ bar} ; P_{A2} = 43,739 \text{ bar}$$

$$W_{1-2} = U_1 - U_2 = (n_A + n_B) c_v (T_1 - T_2) -$$

$$-n_A \left\{ 0,5 \frac{\text{Pa m}^6}{\text{mol}^2} \left( \frac{1}{v_{A1}} - \frac{1}{v_{A2}} \right) + 3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Pa m}^9}{\text{mol}^3} \left( \frac{1}{v_{A1}^2} - \frac{1}{v_{A2}^2} \right) \right\} = -1692 \text{ kJ}$$

$$n = 3250 \text{ mol} ; V_3 = 1,5 \text{ m}^3 \Rightarrow v_3 = 4,615 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{mol}$$

$$U_3 - U_2 = 0 = n c_v (T_3 - T_2) - n \left( 0,5 \frac{\text{Pa m}^6}{\text{mol}^2} + \frac{3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Pa m}^9}{\text{mol}^3}}{v_3^2} \right) +$$

$$+n_A \left( \frac{0,5 \frac{\text{Pa m}^6}{\text{mol}^2}}{v_{A2}} + \frac{3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Pa m}^9}{\text{mol}^3}}{v_{A2}^2} \right) + n_B \left( \frac{0,5 \frac{\text{Pa m}^6}{\text{mol}^2}}{v_B} + \frac{3 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Pa m}^9}{\text{mol}^3}}{v_B^2} \right) \Rightarrow$$

$$T_3 = 326,57 \text{ K} ; P_3 = 41,52 \text{ bar}$$

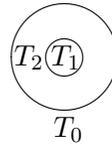
$$\sigma_{2-3} = S_3 - S_2 = n c_v \ln \frac{T_3}{T_2} + n_A R \ln \frac{v_3}{v_{A2}} + n_B R \ln \frac{v_3}{v_{B2}} -$$

$$-8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Pa m}^6}{\text{K mol}^2} \left( \frac{n}{v_3} - \frac{n_A}{v_{A2}} - \frac{n_B}{v_B} \right) = 43,93 \text{ J/K}$$

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1 Un foco esférico está contenido íntegramente dentro de otro, en un ambiente a  $T_0 = 300$  K. La temperatura del foco interior es  $T_1 = 500$  K y la del exterior  $T_2 = 400$  K. Durante un cierto intervalo de tiempo, intercambian calor entre sí y con el ambiente, de forma que el calor visto desde el foco 1 es  $Q_1 = -1$  kJ y el que recibe el ambiente es 3 kJ. Calcular el incremento de entropía del sistema formado por los focos 1 y 2, la generación entrópica en ese sistema y la destrucción exergética en el universo.



1.2 Determinar los valores de  $Q$ ,  $W$ ,  $\Delta U$ ,  $\Delta H$ ,  $\Delta S$ ,  $\Delta A$ ,  $\Delta G$  en la vaporización completa reversible de 1 kg de HFC-134a líquido a 1 bar y  $-26$  °C. Datos:  $l = 217$  kJ/kg;  $M = 101$  g/mol; despreciese el volumen específico del líquido frente al del vapor. Supóngase comportamiento ideal en el vapor.

1.3 Se tiene un líquido en las condiciones 1 bar, 200 K. Se expande de forma isoterma hasta que alcanza el estado de líquido saturado, a 0,1 bar. Suponer que la sustancia en estado líquido es incompresible, de volumen específico  $v = 2 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>/mol, y que su vapor se comporta como gas ideal. Calcular:

1. Discrepancia de volumen específico en el estado inicial
2. Discrepancia de volumen específico en el estado de líquido saturado
3. Incremento de  $g$  desde el estado inicial al de líquido saturado
4. Fugacidad en el estado inicial

1.4 La ecuación característica de un determinado fluido viene dada por

$$h = aRT_0 \left[ \left( \frac{P}{P_0} \right)^{1/a} \exp \left( \frac{s}{aR} \right) - 1 \right]$$

donde  $a$  es una constante. Obtener:

- a)  $T = T(s, P)$
- b)  $s = s(T, P)$
- c)  $h = h(T, P)$
- d)  $v = v(T, P)$
- e)  $c_p = c_p(T, P)$  y su valor en el estado de gas ideal  $c_p^* = c_p^*(T)$

Tiempo: 1 h

Puntos: 10 sobre 20.

Junio 2011

## Ejercicio 2.

Se dispone de un cilindro adiabático, dotado de un émbolo también adiabático que desliza con rozamiento, y que inicialmente está dividido en dos cámaras A y B por un tabique fijo, rígido y diatérmico.

En las cámaras hay un gas de van der Waals, de ecuación térmica

$$\left( P + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = RT$$

En el estado inicial  $V_{A1} = V_{B1} = 0,02$  m<sup>3</sup>,  $T_1 = 300$  K =  $T_0$  (temperatura ambiente),  $n_A = 10$  mol y  $n_B = 20$  mol. Utilizando el émbolo exterior, se realiza un proceso de compresión hasta alcanzar  $V_{A2} = 0,005$  m<sup>3</sup> y una temperatura  $T_2 = 365$  K (estado 2).

A continuación, con el émbolo exterior inmovilizado, se rompe el tabique interior, alcanzándose un nuevo equilibrio (estado 3).

Datos:  $a = 0,65 \frac{\text{J m}^3}{\text{mol}^2}$ ,  $b = 7,8 \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$   
 $c_v^* = C + DT$ , siendo  $C = 11,8 \frac{\text{J}}{\text{mol K}}$ ,  $D = 0,03 \frac{\text{J}}{\text{mol K}^2}$ ,  $P_0 = 1$  bar

Se pide:

- 1) Demostrar que  $c_v = c_v^*$
- 2)  $P_{A1}$ ,  $P_{B1}$ ,  $P_{A2}$ ,  $P_{B2}$
- 3)  $P_3$ ,  $T_3$ .
- 4) Trabajo  $W_{1-2}$  y trabajo útil  $W_{1-2}^{\text{útil}}$  en la etapa 1-2 (kJ).
- 5) Exergías destruidas en los procesos 1-2 ( $I_{1-2}$ ) y 2-3 ( $I_{2-3}$ ).

Tiempo: 1 h

Puntos: 10 sobre 20.

Fecha prevista para la publicación de las notas: 14 junio

Fecha prevista para la revisión: 20 junio

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1

$$\Delta S_{\text{sist}} = \Delta S_1 + \Delta S_2 = \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = \frac{-1 \text{ kJ}}{500 \text{ K}} + \frac{1 \text{ kJ} - 3 \text{ kJ}}{400 \text{ K}} = -7 \text{ J/K}$$

$$\sigma_{12} = Q_1 \left( \frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) = 0,5 \text{ J/K}$$

$$I_0 = T_0 \left( \Delta S_{\text{sist}} + \frac{Q_0}{T_0} \right) = T_0 \cdot 3 \text{ J/K} = 900 \text{ J}$$

1.2  $Q = \Delta H = 217 \text{ kJ/K}$

$$W = \int_L^V P_e dV = P_e \Delta V \approx P_e \frac{RT}{P} = 20,3 \text{ kJ}$$

$$\Delta U = Q - W = 196,7 \text{ kJ}, \quad \Delta S = \frac{Q}{T} = 0,878 \text{ kJ/K}$$

$$\Delta A = \Delta U - T \Delta S = -20 \text{ kJ}, \quad \Delta G = 0$$

1.3

$$v_1^D = 2 \cdot 10^{-3} - \frac{RT}{P} = -0,01463 \text{ m}^3/\text{mol}, \quad v^{L,D} = -0,164 \text{ m}^3/\text{mol}$$

$$\Delta g = \int_i^L v dP = v^L \Delta P = -180 \text{ J/mol}, \quad \Delta g = RT \ln \frac{f^L}{f^i} \Rightarrow f^i = 0,111 \text{ bar}$$

$$1.4 \quad T = \left( \frac{\partial h}{\partial s} \right)_P = T_0 \left( \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1}{a}} \exp \left( \frac{s}{aR} \right) \Rightarrow s = aR \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{P}{P_0}$$

$$h = aR(T - T_0) \Rightarrow c_p = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_P = aR \Rightarrow c_p^* = \lim_{P \rightarrow 0} c_p = aR$$

$$v = \left( \frac{\partial h}{\partial P} \right)_s = RT/P$$

Junio 2011

Ejercicio 2.

$$v_{A,1} = 0,002 \text{ m}^3/\text{mol}; \quad v_{B,1} = 0,001 \text{ m}^3/\text{mol}$$

$$P_{A,1} = 11,35 \text{ bar} \quad ; \quad P_{B,1} = 20,55 \text{ bar}$$

$$v_{A,2} = 0,0005 \text{ m}^3/\text{mol} \quad ; \quad v_{B,2} = v_{B,1} \quad ; \quad P_{A,2} = 45,91 \text{ bar} \quad ; \quad P_{B,2} = 26,41 \text{ bar}$$

$$du = c_v dT + \frac{a}{v^2} dv \Rightarrow \left( \frac{\partial c_v}{\partial v} \right)_T = 0 \Rightarrow c_v = c_v^*$$

$$\Delta U_{2-3} = 0 = (n_A + n_B) [C(T_3 - T_2) + D(2T_3^2 - T_2^2)] -$$

$$-a \left[ n_A \left( \frac{1}{v_3} - \frac{1}{v_{A,2}} \right) + n_B \left( \frac{1}{v_3} - \frac{1}{v_{B,2}} \right) \right]$$

$$v_3 = \frac{V_{A,2} + V_{B,2}}{n_A + n_B} = \frac{1}{1200} \text{ m}^3/\text{mol} \Rightarrow T_3 = 378,22 \text{ K}$$

$$-W_{1-2} = \Delta U_{A+B,1-2} = (n_A + n_B) \left[ C(T_2 - T_1) + \frac{D}{2}(T_2^2 - T_1^2) \right] -$$

$$-a n_A \left( \frac{1}{v_{A,2}} - \frac{1}{v_{A,1}} \right) = 32,7 \text{ kJ} \quad ; \quad W_{1-2}^{\text{util}} = W_{1-2} - P_0 \Delta V = -31,2 \text{ kJ}$$

$$ds = \frac{c_v}{T} dT + \frac{R}{v-b} dv \Rightarrow$$

$$I_{1-2} = T_0 (n_A + n_B) \left[ C \ln \frac{T_2}{T_1} + D(T_2 - T_1) \right] + n_A R \ln \frac{v_{A,2} - b}{v_{A,1} - b} = 561 \text{ J}$$

$$I_{2-3} = T_0 (n_A + n_B) \left[ C \ln \frac{T_3}{T_2} + D(T_3 - T_2) \right] + n_A R \ln \frac{v_3 - b}{v_{A,2} - b} + n_B R \ln \frac{v_3 - b}{v_{B,2} - b} = -2,4 \text{ kJ}$$

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1 Se tienen dos depósitos A y B de igual volumen, conectados por un conducto de volumen despreciable, dotado de una válvula inicialmente cerrada. En A hay inicialmente  $n = 10$  mol de un gas ideal de  $c_v = 21$  J/mol K a  $P_1 = 1$  bar y  $T_1 = 500$  K, y en B se ha hecho el vacío. El ambiente se encuentra a  $P_0 = 1$  bar y  $T_0 = 300$  K. Se abre la válvula y se alcanza el equilibrio, siendo el proceso adiabático. Tomando el estado ambiente como referencia para la energía interna y la entropía, calcular para el sistema formado por los dos depósitos y el conducto:

- energía interna, entropía y exergía iniciales
- energía interna, entropía y exergía finales.

Despréciense las capacidades caloríficas de los elementos sólidos del sistema.

1.2 Calcular la variación de la función de Helmholtz específica de un fluido en un proceso isoterma desde  $P_1 = 72$  bar y  $T = 563,2$  K hasta  $P_2 = 32$  bar. Datos:  $P_c = 80$  bar;  $T_c = 512$  K;  $\omega = 0,5$ .

1.3 Hallar la fugacidad en función de  $T$  y  $P$  de un fluido de ecuación térmica

$$Pv = RT + BP + CP^2$$

siendo B y C dos funciones exclusivamente de  $T$ , conocidas.

1.4 Se tiene un cilindro provisto de un émbolo que desliza con un rozamiento constante equivalente a una presión  $r = 0,25$  bar. Inicialmente contiene  $m = 2$  kg de un fluido bifásico con título  $x = 0,01$  a  $P_1 = 1,25$  bar (temperatura de saturación a dicha presión:  $T_1 = 379,12$  K). Se aporta calor cuasiestáticamente al sistema hasta que el volumen del cilindro se duplica. En todo momento actúa sobre la cara exterior del émbolo sólo la presión ambiente  $P_0 = 1$  bar. Hallar el título final, el trabajo realizado por el cilindro (émbolo incluido), el calor absorbido por dicho sistema y su función disipación en el proceso.

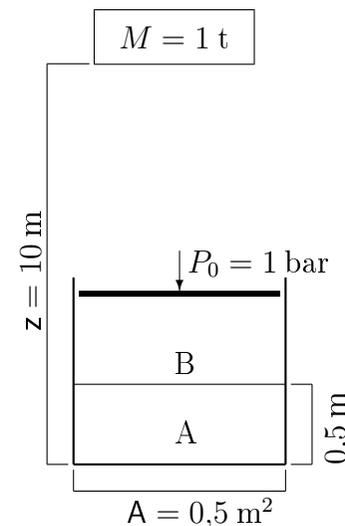
Datos:  $v^L = 1,0482 \cdot 10^{-3}$  m<sup>3</sup>/kg;  $v^V = 1,3749$  m<sup>3</sup>/kg;  $l = 2240,6$  kJ/kg.

Tiempo: 1 h

Puntos: 10 sobre 20.

Julio 2011

## Ejercicio 2.



Se dispone de un cilindro adiabático, de sección  $A = 0,5$  m<sup>2</sup>, dotado de un émbolo de masa despreciable, adiabático, que desliza sin rozamiento, sobre cuyo exterior actúa en todo momento la presión exterior ambiente  $P_0 = 1$  bar. El cilindro está dividido en dos cámaras A y B por un tabique fijo, rígido y diatérmico. En la cámara A, de  $V_A = 0,25$  m<sup>3</sup>, hay  $n_A = 10$  mol de un gas ideal de  $c_{v,A} = 29$  J/mol K, y en la cámara B,  $n_B = 40$  mol de un gas de  $c_{p,B}^* = 33$  J/mol K y ecuación térmica

$$Pv = RT + (a + bT)P + cP^2$$

siendo:  $a = -5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}^3}{\text{mol}}$ ,  $b = 5 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^3}{\text{mol K}}$  y  $c = 10^{-8} \frac{\text{s} \cdot \text{m}^3}{\text{mol Pa}}$ .

En el equilibrio inicial,  $T_1 = 300$  K =  $T_0$  (temperatura ambiente).

Desde una altura  $z = 10$  m, medida desde el fondo del cilindro, se deja caer una masa  $M = 1$  t sobre el émbolo, alcanzándose un nuevo equilibrio (estado 2). Se pide:

- Demostrar que  $c_{p,B} = c_{p,B}^*$
- Hallar  $h_B = h_B(T, P)$  y  $s_B = s_B(T, P)$  tomando para ambas la referencia en el estado  $T_0, P_0$ .
- $P_{A1}, V_{B1}, P_{B2}, T_2, P_{A2}, V_{B2}$
- Variaciones de entropía de A y de B en el proceso ( $\Delta S_A, \Delta S_B$ ).
- Variación de exergía de A y de B en el proceso ( $\Delta B_A, \Delta B_B$ ).
- Exergía destruida en el proceso.

Se desprecia el flujo de calor al ambiente, el rozamiento de la masa con el aire, los trabajos de deformación de los sólidos y su capacidad calorífica. Tiempo: 1 h Puntos: 10 sobre 20.

Fecha prevista para la publicación de las notas: 12 julio

Fecha prevista para la revisión: 15 julio

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1  $V_1 = \frac{nRT_1}{P_1} = 0,4157 \text{ m}^3$ ;  $\Delta U = 0 \Rightarrow T_2 = T_1 \rightarrow P_2 = 0,5P_1$

$$U_1 = nc_v(T_1 - T_0) = 42 \text{ kJ} \quad ; \quad S_1 = nc_p \ln \frac{T_1}{T_0} = 149,75 \text{ J/K}$$

$$B_1 = U_1 - U_0 - T_0(S_1 - S_0) + P_0(2V_1 - V_0) = 55,27 \text{ kJ}$$

$$U_2 = 42 \text{ kJ} \quad ; \quad S_2 = n \left( c_p \ln \frac{T_2}{T_0} - R \ln \frac{P_2}{P_0} \right) = 207,38 \text{ J/K}$$

$$B_2 = U_2 - U_0 - T_0(S_2 - S_0) + P_0(2V_1 - V_0) = 37,99 \text{ kJ}$$

1.2  $\Delta a = \Delta g - \Delta(Pv) = RT \ln \frac{f_2}{f_1} - RT\Delta z$

$$P_{r1} = \frac{P_1}{P_c} = 0,9 \quad ; \quad P_{r2} = 0,4 \quad ; \quad T_r = 1,1$$

$$z_1 = 0,7278 + 0,5 \cdot 0,0338 = 0,7447 \quad ; \quad z_2 = 0,8930 + 0,5 \cdot 0,0038 = 0,8949$$

$$\log \phi_1 = -0,045 + 0,5 \cdot 0,001 = -0,1035 \Rightarrow \phi_1 = 0,788$$

$$\log \phi_2 = -0,106 + 0,5 \cdot 0,005 = -0,0445 \Rightarrow \phi_2 = 0,9026$$

$$\Delta a = -3864,1 \text{ J/mol}$$

1.3  $\left( \frac{\partial \ln \phi}{\partial P} \right)_T = \frac{v^D}{RT} = \frac{B + CP}{RT} \Rightarrow$

$$f = P \exp \int_0^P \frac{B + CP}{RT} dP = P \exp \left( \frac{BP + 0,5CP^2}{RT} \right)$$

1.4  $\left. \begin{aligned} \frac{V_1}{m} = v^L + x_1(v^V - v^L) \\ \frac{2V_1}{m} = v^L + x_2(v^V - v^L) \end{aligned} \right\} \Rightarrow (x_2 - x_1)(v^V - v^L) = v^L + x_1(v^V - v^L) \Rightarrow$

$$x_2 = 2x_1 + \frac{v^L}{v^V - v^L} = 0,020763$$

$$W = P_0 \Delta V = P_0 m(x_2 - x_1)(v^V - v^L) = 2,9574 \text{ kJ}$$

$$Q = \Delta U + W = \Delta H - P \Delta V + W = m(x_2 - x_1)l - r \Delta V =$$

$$= m(x_2 - x_1) [l - r(v^V - v^L)] = 47,491 \text{ kJ}$$

$$\Psi = T\sigma = T\Delta S - Q = m(x_2 - x_1)l - Q = 739,35 \text{ J}$$

Julio 2011

## Ejercicio 2.

$$v = \frac{RT}{P} + a + bT + cP \Rightarrow \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P} + b \Rightarrow \left( \frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_P = 0 \Rightarrow$$

$$c_{p,B} = c_{p,B}^* - T \int_0^P \left( \frac{\partial^2 v}{\partial T^2} \right)_P dP$$

$$\left( \frac{\partial h}{\partial P} \right)_T = v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \Rightarrow h = c_{p,B}^*(T - T_0) + a(P - P_0) + \frac{c}{2}(P^2 - P_0^2)$$

$$\left( \frac{\partial s}{\partial P} \right)_T = - \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \Rightarrow s = c_{p,B}^* \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{P}{P_0} - b(P - P_0)$$

$$P_{A1} = \frac{n_A RT_1}{V_A} = 0,9977 \text{ bar} \quad ; \quad V_{B,1} = n_B \left( \frac{RT_1}{P_0} + a + bT_1 + cP_0 \right) = 0,9 \text{ m}^3$$

$$P_{B2} = P_0 + \frac{Mg}{A} = 1,196 \text{ bar}$$

$$\Delta U' = -P_0 \Delta V_A = \Delta U_A + \Delta U_B + Mg \left( \frac{V_A + V_{B,2}}{A} - z \right) \Rightarrow$$

$$\Delta U_A + \Delta H_B = Mg \left( z - \frac{V_A}{A} \right) \Rightarrow$$

$$T_2 = T_1 + \frac{Mg \left( z - \frac{V_A}{A} \right) - n_B \left( a(P_{B,2} - P_{B,1}) + \frac{c}{2}(P_{B,2}^2 - P_{B,1}^2) \right)}{n_A c_{v,A} + n_B c_{p,B}} = 359,73 \text{ K}$$

$$P_{A2} = 1,1964 \text{ bar} \quad ; \quad V_{B2} = 0,92 \text{ m}^3 \quad ; \quad \Delta S_A = n_A c_{v,A} \ln \frac{T_2}{T_1} = 52,65 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_B = n_B \left[ c_{p,B} \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_{B,2}}{P_{B,1}} - b(P_{B,2} - P_{B,1}) \right] = 176,21 \text{ J/K}$$

$$\Delta B_A = 1,52 \text{ kJ} \quad ; \quad \Delta B_B = \Delta H_B - \Delta(P_B V_B) + P_0 \Delta V_B - T_0 \Delta S_B = 4,88 \text{ kJ}$$

$$I = T_0(\Delta S_A + \Delta S_B) = 68,66 \text{ kJ}$$

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

- 1.1 Hallar la variación de  $g$  de un fluido en un proceso isoterma a 749 K desde 5,6 bar hasta 21 bar. Datos:  $P_c = 14$  bar;  $T_c = 700$  K,  $\omega = 0,7$ . Se sugiere usar tablas de fugacidad.
- 1.2 Se sabe que la ecuación característica de un sistema es

$$u = cT_0 \left[ \left( \frac{v_0 - b}{v - b} \right)^{R/c} \exp\left(\frac{s}{c}\right) - 1 \right] - \frac{a}{v} + \frac{a}{v_0}$$

siendo  $(T_0, v_0)$  el estado de referencia tomado para  $u$ . Obtener la ecuación entrópica  $s = s(T, v)$  y calcular el calor específico a volumen constante a 200K y 20 bar. Datos:  $a = 0,2333 \text{ Pa m}^6/\text{mol}^2$ ;  $b = 4,363 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$ ;  $c = 21 \text{ J/mol K}$ ;

- 1.3 Una bomba de calor de funcionamiento internamente reversible cede a una habitación 2 kW de calor. La temperatura de la habitación se mantiene constante a  $T_C = 298$  K. Durante la cesión de calor, el fluido de trabajo se encuentra a una temperatura constante de  $T_C + a$ . La extracción de calor del ambiente se realiza también a temperatura constante,  $T_F - b$ , siendo  $T_F = T_0 = 273$  K la temperatura del ambiente. Calcular la generación entrópica en el conjunto y la destrucción exergética total en el proceso por unidad de tiempo, en los siguientes casos:
- $a = 1$  K,  $b = 1$  K
  - $a = 1$  K,  $b = 2$  K
  - $a = 2$  K,  $b = 1$  K

- 1.4 Se tiene un sistema que contiene 500 mol de cierto fluido en equilibrio líquido-vapor con título  $x_1 = 0,95$  a la presión ambiente de  $P_0 = 1$  bar. Dicho sistema es puesto en contacto a través de una pared diatérmica con un foco a temperatura  $T_F = 400$  K, manteniéndose constante su presión, hasta alcanzarse el equilibrio. Calcúlese el calor intercambiado, la variación de entropía del fluido y la destrucción exergética total. Datos: Temperatura ambiente  $T_0 = 280$  K. La presión de vapor del fluido viene dada por

$$\ln \frac{P}{1 \text{ bar}} = 11,972 - \frac{3997 \text{ K}}{T - 39 \text{ K}}$$

Considérese  $v^L \ll v^V \approx RT/P$ . A 1 bar,  $c_p^V = 36,8 \text{ J/mol K}$ .

Tiempo: 1 h

Puntos: 10 sobre 20.

Enero 2012

## Ejercicio 2.

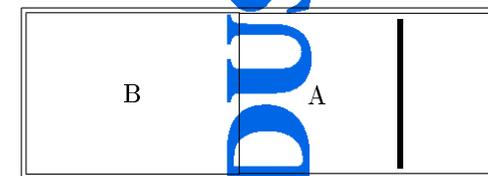
Un cilindro adiabático, dotado de un émbolo adiabático con rozamiento, está dividido en dos cámaras A y B por un tabique fijo, rígido y diatérmico. Dichas cámaras contienen  $n_A = 100$  mol y  $n_B = 200$  mol de un mismo gas de van der Waals, de  $c_v^* = c + eT$ , siendo  $c = 13 \text{ J/mol K}$  y  $e = 0,04 \text{ J/mol K}^2$ . Inicialmente el gas se encuentra en equilibrio térmico, siendo  $P_{A,1} = 30$  bar,  $V_{A,1} = 0,06 \text{ m}^3$  y  $V_B = 0,06 \text{ m}^3$ . A partir de este estado, se comprime adiabáticamente el gas, llegándose a  $V_{A,2} = 0,05 \text{ m}^3$  y  $P_{A,2} = 40$  bar (estado 2). A continuación, se rompe el tabique interior, manteniendo inmovilizado el émbolo exterior, alcanzándose un nuevo equilibrio (estado 3). Se pide:

- Demostrar que  $c_v = c_v^*$  para el gas del enunciado.
- Obtener su ecuación calórica  $u = u(v, T)$ , tomando como referencia para  $u$  un estado dado por  $(v_{\text{ref}}, T_{\text{ref}})$
- Obtener su ecuación entrópica  $s = s(v, T)$ , tomando como referencia para  $s$  un estado dado por  $(v_{\text{ref}}, T_{\text{ref}})$
- Presión en B y temperatura en ambas cámaras en los estados 1, 2.
- Trabajo en la etapa 1-2.
- Generación entrópica en la etapa 1-2.
- Temperatura y presión en el estado 3.
- Generación entrópica en el proceso 2-3

Datos: ecuación de van der Waals:

$$\left( P + \frac{a}{v^2} \right) (v - b) = RT$$

$a = 0,9 \text{ J m}^3/\text{mol}^2$ ;  $b = 13 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$



Tiempo: 1 h

Puntos: 10 sobre 20.

Fecha prevista para la publicación de las notas: 1 febrero

Fecha prevista para la revisión: 6 febrero

# Examen de Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1  $T_r = 1,07$ ;  $P_{r,1} = 0,4$ ;  $P_{r,2} = 1,5$

$$\log_{10} \phi_1 = -0,049 - 0,7 \times 0,002 = -0,0504 \Rightarrow \phi_1 = 0,8904$$

$$\log_{10} \phi_2 = -0,220 + 0,7 \times 0,017 = -0,2081 \Rightarrow \phi_2 = 0,6193$$

$$\Delta g = RT \ln \frac{\phi_2 P_2}{\phi_1 P_1} = 5970 \text{ J/mol}$$

1.2 Ver libro de cuestiones

1.3 Internamente reversible:  $\frac{Q_C}{T_C + a} + \frac{Q_F}{T_F - b} = 0 \Rightarrow Q_F = -Q_C \frac{T_F - b}{T_C + a}$

$$\sigma_C^e = Q_C \left( \frac{1}{T_C + a} - \frac{1}{T_C} \right) = -Q_C \frac{a}{T_C(T_C + a)}$$

$$\sigma_F^e = Q_F \left( \frac{1}{T_F - b} - \frac{1}{T_F} \right) = Q_F \frac{b}{T_F(T_F - b)} = -Q_C \frac{b}{T_F(T_C + a)}$$

$$\sigma^e = \sigma_C^e + \sigma_F^e = \frac{Q_C}{T_C + a} \frac{aT_F + bT_C}{T_F T_C} = \begin{cases} 0,047 \text{ W/K} \\ 0,071 \text{ W/K} \\ 0,069 \text{ W/K} \end{cases}$$

$$\dot{I}_t = T_F \sigma^e = \frac{Q_C}{T_C + a} \frac{aT_F + bT_C}{T_C} = \begin{cases} 12,8 \text{ W} \\ 19,5 \text{ W} \\ 18,9 \text{ W} \end{cases}$$

1.4  $P = 1 \text{ bar} \Rightarrow T^{\text{sat}} = 372,86 \text{ K}$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{l}{T(v^v - v^L)} \approx \frac{lP}{RT^2} \Rightarrow l = RT^2 \frac{d \ln P}{dT} = 41,45 \text{ kJ/mol}$$

$$Q = n\Delta h = n(1 - x_1)l + nc_p^v(T_2 - T^{\text{sat}}) = 1535,6 \text{ kJ}$$

$$\Delta S = n(1 - x_1) \frac{l}{T^{\text{sat}}} + nc_p^v \ln \frac{T_2}{T^{\text{sat}}} = 4,072 \text{ kJ/K}$$

$$T_t = T_0 \Delta S_u = T_0 \left( \Delta S - \frac{Q}{T_f} \right) = 65,24 \text{ kJ}$$

Enero 2012

## Ejercicio 2.

$$P = \frac{RT}{v - b} - \frac{a}{v^2} ; \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v = \frac{R}{v - b} = \left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T ; \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T = T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P = \frac{a}{v^2}$$

$$\left( \frac{\partial c_v}{\partial v} \right)_T = \left[ \frac{\partial \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T}{\partial T} \right]_v = 0 \Rightarrow c_v = c_v^* + \int_{\infty}^v \left( \frac{\partial c_v}{\partial v} \right)_T dv = c_v^*$$

$$du = c_v dT + \frac{a}{v^2} dv \Rightarrow u = c(T - T_{\text{ref}}) + \frac{e}{2}(T^2 - T_{\text{ref}}^2) - a \left( \frac{1}{v} - \frac{1}{v_{\text{ref}}} \right)$$

$$ds = \frac{c_v}{T} dT + \frac{R}{v - b} dv \Rightarrow s = c \ln \frac{T}{T_{\text{ref}}} + e(T - T_{\text{ref}}) + R \ln \frac{v - b}{v_{\text{ref}} - b}$$

$$v_{A,1} = 0,0006 \text{ m}^3/\text{mol} ; v_B = 0,0003 \text{ m}^3/\text{mol} ; v_{A,2} = 0,0005 \text{ m}^3/\text{mol}$$

$$T_1 = \left( P_{A,1} + \frac{a}{v_{A,1}^2} \right) \frac{v_{A,1} - b}{R} = 310,9 \text{ K} ; P_{B,1} = \frac{RT_1}{v_B - b} - \frac{a}{v_B^2} = 52,05 \text{ bar}$$

$$T_2 = 338,2 \text{ K} ; P_{B,2} = 65,42 \text{ bar}$$

$$W_{1-2} = -U_2 + U_1 = (n_A + n_B) \left[ c(T_1 - T_2) + \frac{e}{2}(T_1^2 - T_2^2) \right] - n_A a \left( \frac{1}{v_{A,1}} - \frac{1}{v_{A,2}} \right) = -182,8 \text{ kJ}$$

$$S_2 - S_1 = \int_{s_{1-2}}^0 \sigma_{1-2} + \sigma_{1-2} = (n_A + n_B) \left( c \ln \frac{T_2}{T_1} + e(T_2 - T_1) \right) + n_A R \ln \frac{v_{A,2} - b}{v_{A,1} - b} = 457 \text{ J/K}$$

$$U_3 - U_2 = Q - W = 0 = (n_A + n_B) \left[ c(T_3 - T_2) + \frac{e}{2}(T_3^2 - T_2^2) \right] -$$

$$-a \left\{ \frac{(n_A + n_B)^2}{V_3} - \frac{n_A^2}{V_{A,2}} - \frac{n_B^2}{V_B} \right\} \Rightarrow T_3 = 332,7 \text{ K} ; P_3 = 49,94 \text{ bar}$$

$$S_3 - S_2 = \left\{ (n_A + n_B) \left[ c \ln \frac{T_3}{T_2} + e(T_3 - T_2) \right] + n_A R \ln \frac{v_3 - b}{v_{A,2} - b} + n_B R \ln \frac{v_3 - b}{v_B - b} \right\} = \sigma_{2-3} = 48,6 \text{ J/K}$$

# Examen final. Termodinámica I

## Ejercicio 1.

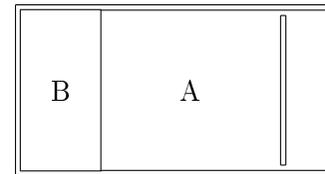
- 1.1 De un fluido se conocen  $\alpha = 5 \cdot 10^{-4} \text{ K}^{-1}$  y  $\kappa = 4 \cdot 10^{-5} \text{ bar}^{-1}$ , que pueden considerarse constantes en todo el rango de condiciones de interés. Se comprime reversiblemente 1 mol de dicho fluido que inicialmente ocupa  $25 \text{ cm}^3$  desde 1 bar hasta 20 bar, manteniéndolo constantemente a 300 K. Calcular la variación de entropía y el calor intercambiado en el proceso.
- 1.2 Se tiene un cilindro horizontal adiabático provisto de un émbolo también adiabático de masa despreciable y sección  $A = 0,5 \text{ m}^2$  y que puede deslizarse sin rozamiento. Sobre el exterior del émbolo actúa únicamente y en todo momento la presión ambiente  $P_0 = 1 \text{ bar}$ . El interior del émbolo está unido al fondo del cilindro mediante un muelle de constante elástica  $k = 46 \text{ kN/m}$  cuya longitud cuando no actúa ninguna fuerza sobre él es  $x_0 = 0,2 \text{ m}$ . En el interior del cilindro hay un gas ideal con  $c_v = 2,5R$  a una temperatura  $T_1 = 300 \text{ K}$  y que ocupa un volumen  $V_1 = 0,1 \text{ m}^3$ . Mediante un sistema de calefacción interno se suministra calor al sistema de forma que éste se expande muy lentamente hasta duplicar su volumen. Se pide calcular la presión inicial y la final, la temperatura final, la variación de entropía del gas y el calor intercambiado por el sistema cilindro+gas+émbolo+muelle.
- 1.3 La temperatura de ebullición de una cierta sustancia a 30 bar es 520 K. Calcular el factor de compresibilidad y el volumen ocupado por 2kg de mezcla bifásica de dicha sustancia con título  $x = 0,15$  a la presión indicada. DATOS:  $P_c = 50 \text{ bar}$ ;  $T_c = 567,26 \text{ K}$ ;  $\omega = 0$ ;  $M = 48 \text{ g/mol}$ .
- 1.4 Se tiene un líquido de volumen específico  $v = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$  en las condiciones 1 bar, 200 K. Se expande de forma isoterma hasta que alcanza el estado de líquido saturado a 0,1 bar. Admitiendo que  $\kappa \approx 0$  y que el vapor se comporta como gas ideal, calcular:
- Discrepancia de volumen específico en el estado inicial
  - Discrepancia de volumen específico en el estado final
  - Variación de  $g$  en el proceso
  - Fugacidad en el estado inicial

Tiempo: 1 h

Puntos: 10 sobre 20.

Junio 2012

## Ejercicio 2.



Se dispone de un cilindro adiabático, dotado de un émbolo también adiabático que desliza con rozamiento, y que inicialmente está dividido en dos cámaras A y B por un tabique fijo, rígido y diatérmico.

En la cámara B hay  $n_B = 10 \text{ mol}$  de un gas ideal de  $c_{v,B}^* = 30 \text{ J/mol K}$ , ocupando un volumen  $V_B = 0,25 \text{ m}^3$ . En la cámara A hay  $n_A = 100 \text{ mol}$  de un gas de ecuación térmica

$$Pv = RT + \left( a + \frac{b}{T} \right) P$$

siendo  $a = -3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}$ ;  $b = 0,6 \text{ K m}^3/\text{mol}$  y  $c_{p,A}^* = 29 \text{ J/mol K}$ .

Inicialmente el sistema está en equilibrio, siendo  $P_{A1} = P_0 = 1 \text{ bar}$  y  $T_1 = T_0 = 300 \text{ K}$  (iguales a las condiciones del ambiente).

Se comprime el gas hasta alcanzar  $P_{A2} = 20 \text{ bar}$  y  $T_2 = 720 \text{ K}$  (estado 2).

Se pide:

- Demostrar que  $c_{p,A} = c_{p,A}^* - \frac{2bP}{T^2}$
- Hallar la ecuación calórica del gas A,  $h_A = h_A(T, P)$ , tomando como referencia el estado ambiente.
- Hallar la ecuación entrópica del gas A,  $s_A = s_A(T, P)$ , tomando como referencia el estado ambiente.
- Hallar  $V_{A,1}$ ,  $P_{B,1}$ ,  $P_{B,2}$  y  $V_{A,2}$
- Calcular el trabajo en el proceso 1-2
- Calcular la exergía destruida en el proceso en el conjunto del cilindro.
- Calcular la variación de exergía de A y la de B, razonando sus respectivos signos.

Tiempo: 1 h

Puntos: 10 sobre 20.

Fecha prevista para la publicación de las notas: 19 junio

Fecha prevista para la revisión: 26 junio

## Examen final. Termodinámica I

### Ejercicio 1.

$$1.1 \quad \delta q = T ds = T \left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T dv = -T \alpha v dP;$$

$$dv = v \alpha dT - v \kappa dP \Rightarrow v = v_0 e^{[-\kappa(P-P_0)]} ; \quad Q = - \int_{P_1}^{P_2} T \alpha V_0 e^{[-\kappa(P-P_0)]} dP =$$

$$= \frac{TV_1 \alpha}{\kappa} \{ \exp[-\kappa(P_2 - P_1)] - 1 \} = -14,2 \text{ kJ} ; \quad \Delta S = Q/T = 0,025 \text{ J/K}$$

$$1.2 \text{ Equilibrio mecánico: } P = P_0 + \frac{\kappa(x-x_0)}{A}$$

$$x_1 = \frac{V_1}{A} = 0,2 \text{ m} \Rightarrow p_1 = 1 \text{ bar} ; \quad x_2 = \frac{V_2}{A} = 0,4 \text{ m} \Rightarrow p_2 = 1,1840 \text{ bar}$$

$$T_2 = T_1 \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = 710,40 \text{ K} ; \quad Q = \Delta U + \Delta E_p + W =$$

$$= n c_v (T_2 - T_1) + \frac{1}{2} \kappa [(x_2 + x_0)^2 - (x_1 + x_0)^2] + P_0 (V_2 - V_1) = 45,120 \text{ kJ}$$

$$\Delta S = n \left( c_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right) = 94,942 \text{ J/K}$$

$$1.3 \quad P_r = \frac{P}{P_c} = 0,6 ; \quad T_r = \frac{T}{T_c} = 0,91669.$$

$$z_{0,85} = z_{0,85}^{(0)} = 0,0983 ; \quad z_{0,90} = z_{0,90}^{(0)} = 0,1006$$

$$z^L = 0,0983 + \frac{0,1006 - 0,0983}{0,90 - 0,85} (0,91669 - 0,85) = 0,101368$$

$$z_{0,93} = z_{0,93}^{(0)} = 0,6635 ; \quad z_{0,95} = z_{0,95}^{(0)} = 0,6967$$

$$z^V = 0,6635 + \frac{0,6967 - 0,6635}{0,95 - 0,93} (0,91669 - 0,93) = 0,641401$$

$$V = nv = n [v^L + x(v^V - v^L)] = \frac{m}{M} \frac{RT}{P} [z^L + x(z^V - z^L)] = 6,5708 \text{ l}$$

1.4 Al ser  $\kappa \approx 0$  el volumen específico del líquido es constante sobre la isoterma

$$v^D = v - \frac{RT}{P} \Rightarrow v_i^D = -0,01463 \text{ m}^3/\text{mol} ; \quad v_f^D = -0,1643 \text{ m}^3/\text{mol}$$

$$\Delta g = \int_i^f v dP = v^L (P_f - P_i) = -180 \text{ J/mol}$$

$$\left( \frac{\partial \ln f}{\partial P} \right)_T = \frac{v^L}{RT} \Rightarrow f_i = P_f \exp \left[ \frac{v^L (P_i - P_f)}{RT} \right] = 0,111 \text{ bar}$$

Junio 2012

### Ejercicio 2.

$$v = \frac{RT}{P} + a + \frac{b}{T} ; \quad \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = \frac{R}{P} - \frac{b}{T^2} \Rightarrow \left( \frac{\partial h}{\partial P} \right)_T = v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = a + \frac{2b}{T}$$

$$\left( \frac{\partial c_p}{\partial P} \right)_T = \left( \frac{\partial h}{\partial T} \right)_P = -\frac{2b}{T^2} \Rightarrow c_{p,A} = c_{p,A}^* + \int_0^P -\frac{2b}{T^2} dP = c_{p,A}^* - \frac{2bP}{T^2}$$

$$dh = c_p dT + \left( \frac{\partial h}{\partial P} \right)_T dP = \left( c_p^* - \frac{2bP}{T^2} \right) dT + \left( a + \frac{2b}{T} \right) dP \Rightarrow$$

$$h_A = c_{p,A}^* (T - T_0) + a(P - P_0) + 2b \left( \frac{P}{T} - \frac{P_0}{T_0} \right)$$

$$ds = \frac{c_p}{T} dT + \left( \frac{\partial s}{\partial P} \right)_T dP = \left( \frac{c_p^*}{T} + \frac{2bP}{T^3} \right) dT + \left( -\frac{R}{P} + \frac{b}{T^2} \right) dP \Rightarrow$$

$$s_A = c_{p,A}^* \ln \frac{T}{T_0} - R \ln \frac{P}{P_0} + b \left( \frac{P}{T^2} - \frac{P_0}{T_0^2} \right)$$

$$V_{A,1} = n_A \left( \frac{RT_1}{P_{A,1}} + a + \frac{b}{T_1} \right) = 2,394 \text{ m}^3 ; \quad P_{B,1} = \frac{n_B RT_1}{V_B} = 0,9977 \text{ bar}$$

$$P_{B,2} = 2,3945 \text{ bar} ; \quad V_{A,2} = 0,0827 \text{ m}^3$$

$$W = -\Delta U = -\Delta U_B - \Delta H_A + P_{A,2} V_{A,2} - P_{A,1} V_{A,1} =$$

$$= -n_B c_{v,B}^* (T_2 - T_1) - n_A \left[ c_{p,A}^* (T_2 - T_1) + a(P_2 - P_1) + 2b \left( \frac{P_2}{T_2} - \frac{P_1}{T_1} \right) \right] +$$

$$+ n_A \left[ R(T_2 - T_1) + a(P_2 - P_1) + b \left( \frac{P_2}{T_2^2} - \frac{P_1}{T_1^2} \right) \right] = -1,14 \text{ MJ}$$

$$I = T_0 \Delta S = n_B T_0 c_{v,B}^* \ln \frac{T_2}{T_1} + n_A T_0 \left[ c_{p,A}^* \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} + b \left( \frac{P_2}{T_2^2} - \frac{P_1}{T_1^2} \right) \right] = 143 \text{ kJ}$$

$$\Delta B_B = n_B c_{v,B}^* \left( T_2 - T_1 - T_0 \ln \frac{T_2}{T_1} \right) = 47,2 \text{ kJ}$$

$$\Delta B_A = \Delta H_A - T_0 \Delta S_A + (P_{A,2} - P_0) V_{A,2} = 720 \text{ kJ}$$

Ambas cámaras aumentan su contenido exergético, ya que empezaban en el mínimo de exergía (estado ambiente).

## Examen final. 55000013 - Termodinámica I

### Ejercicio 1.

1.1 Se tienen dos cuerpos rígidos A y B de igual capacidad calorífica  $C_V = 1 \text{ kJ/K}$ , inicialmente a  $280 \text{ K}$  y  $320 \text{ K}$  respectivamente. Se coloca entre ellos una bomba de calor que, con funcionamiento completamente reversible en todo momento, toma calor del cuerpo rígido A y cede calor al cuerpo rígido B. Se pide calcular las temperaturas finales así como el incremento de exergía de A y de B, tras consumir la bomba de calor un trabajo de  $100 \text{ kJ}$  y siendo la temperatura ambiente  $T_0 = 300 \text{ K}$ .

1.2 Se tiene un gas con  $c_v^*$  constante y cuya ecuación de estado térmica viene dada por

$$\frac{Pv}{RT} = 1 + \frac{a + bT}{v}$$

con a y b también constantes. Se pide obtener  $c_v = c_v(T, v)$ .

1.3 Se tienen  $100 \text{ mol}$  de un gas con  $T_c = 300 \text{ K}$ ,  $P_c = 50 \text{ bar}$  y  $\omega = 0$ , inicialmente a  $T_1 = 285 \text{ K}$  y  $P_1 = 30 \text{ bar}$ . Desde ese estado tiene lugar una expansión isóbara hasta  $T_2 = 315 \text{ K}$  seguida de una expansión isoterma hasta  $P_3 = 10 \text{ bar}$ , siendo ambos procesos endorreversibles. Se pide calcular el calor intercambiado por el gas en el proceso global, sabiendo que  $c_p^*(T) = a - bT$ , con  $a = 32 \text{ J/mol K}$  y  $b = 6,4 \cdot 10^{-3} \text{ J/mol K}^2$ .

1.4 Se dispone de un cilindro con paredes diatérmicas y un émbolo que puede deslizarse sin rozamiento. En el interior del mismo hay  $0,2 \text{ kg}$  de un fluido en equilibrio bifásico, ocupando un volumen de  $1 \text{ m}^3$ . A partir de esta situación el émbolo se desplaza reversiblemente produciendo un trabajo de  $8 \text{ kJ}$ . Se pide:

- Título inicial
- Volumen y título finales
- Calor intercambiado en el proceso y variación de exergía.

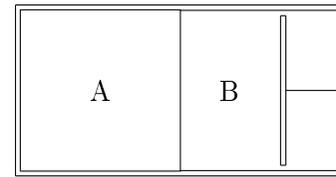
DATOS:  $T_0 = 300 \text{ K}$ ,  $P_0 = 1 \text{ bar}$ . A  $T_0$ :  $P^s = 0,035366 \text{ bar}$ ,  $l = 2437,3 \text{ kJ/kg}$ ,  $v^L = 1,0035 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{kg}$ ,  $v^V = 39,082 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

Tiempo: 1 h

Puntos: 10 sobre 20.

### Ejercicio 2.

Un depósito adiabático tiene un émbolo también adiabático, inicialmente sujeto con unos topes, y que puede deslizarse sin rozamiento.



Su interior está dividido en dos cámaras A y B por un tabique rígido, fijo y diatérmico. Cada una de las cámaras contiene  $n_A = n_B = 100 \text{ mol}$  de un gas de van der Waals, de  $c_v = 29 \text{ J/mol K}$ . El volumen inicial de la cámara A es  $V_{A1} = 0,5 \text{ m}^3$  y el de la cámara B,  $V_{B1} = 0,3 \text{ m}^3$ , encontrándose ambas a  $T_1 = 310 \text{ K}$ .

A partir de este estado, se realiza una expansión cuasiestática del gas contenido en B hasta  $V_{B2} = 0,5 \text{ m}^3$  (estado 2). A continuación se inmoviliza el émbolo y se retira el aislamiento exterior, alcanzándose el estado de equilibrio 3. Calcular:

- $P_{A1}$ ,  $P_{B1}$
- Obtener las ecuaciones  $u = u(T, v)$  y  $s = s(T, v)$
- $T_2$ ,  $P_{A2}$ ,  $P_{B2}$
- $Q_{2-3}$ ,  $I_{t,2-3}$
- $W_{1-2}$ ,  $I_{1-2}$
- $\Delta B_{1-2}$ ,  $\Delta B_{2-3}$

Datos:  $P_0 = 1 \text{ bar}$ ,  $T_0 = 300 \text{ K}$ . Ecuación de van der Waals:

$$\left(P + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

con  $a = 0,24 \text{ Pa} \cdot \text{m}^6/\text{mol}^2$ ,  $b = 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$

Tiempo: 1 h

Fecha prevista para la publicación de las notas: 4 febrero

Fecha prevista para la revisión: 11 febrero

Puntos: 10 sobre 20.

# Examen final. 55000013 - Termodinámica I

## Ejercicio 1.

1.1 P1.:  $W = -\Delta U_A - \Delta U_B = C_V(T_{A,1} - T_{A,2} + T_{B,1} - T_{B,2})$

P2.:  $0 = -\Delta S_A - \Delta S_B = C_V \left( \ln \frac{T_{A,1}}{T_{A,2}} + \ln \frac{T_{B,1}}{T_{B,2}} \right) \Rightarrow T_{B,2} = \frac{T_{A,1} T_{B,1}}{T_{A,2}} \Rightarrow$

$T_{A,2}^2 + \left( \frac{W}{C_V} - T_{A,1} - T_{B,1} \right) T_{A,2} + T_{A,1} T_{B,1} = 0 T_{A,2} = 168,62 \text{ K} \quad ; \quad T_{B,2} = 531,38 \text{ K}$

$\Delta B = \Delta U - T_0 \Delta S = C_V \left( T_2 - T_1 - T_0 \ln \frac{T_2}{T_1} \right) \Rightarrow$

$\Delta B_A = 40,765 \text{ kJ} \quad ; \quad \Delta B_B = 59,235 \text{ kJ} \quad ; \quad \Delta B_{A+B} = 100 \text{ kJ} = -W$

1.2  $P = \frac{RT}{v} \left( 1 + \frac{a}{v} \right) + \frac{bRT^2}{v^2} \Rightarrow \left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T = \left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = \frac{R}{v} \left( 1 + \frac{a}{v} \right) + \frac{2bRT}{v^2}$

$ds = \frac{c_v}{T} dT + \left[ \frac{R}{v} \left( 1 + \frac{a}{v} \right) + \frac{2bRT}{v^2} \right] dv \Rightarrow \left( \frac{\partial c_v}{\partial T} \right)_v = \frac{2bRT}{v^2}$

$c_v(T, v) = c_v^*(T) + \int_{\infty}^v \left( \frac{\partial c_v}{\partial v} \right)_T dv = c_v^* + \int_{\infty}^v \frac{2bRT}{v^2} dv = c_v^* - \frac{2bRT}{v}$

1.3  $\sigma_{1-2} = 0 \Rightarrow P_e = P \Rightarrow Q_{1-2} = H_2 - H_1; \sigma_{2-3} = 0 \Rightarrow Q_{2-3} = T_2(S_3 - S_2)$

$Q_{1-3} = n[h_2 - h_1 + T_2(s_3 - s_2)] =$

$= n \left[ h_2^D - h_1^D + T_2(s_3^D - s_2^D) + a(T_2 - T_1) - \frac{b}{2}(T_2^2 - T_1^2) + \left( -RT_2 \ln \frac{P_3}{P_2} \right) \right]$

$\left. \begin{aligned} T_{r,1} = \frac{T_1}{T_c} = 0,95 \quad ; \quad T_{r,2} = T_{r,3} = \frac{T_2}{T_c} = 1,05 \\ P_{r,1} = \frac{P_1}{P_c} = 0,6 \quad ; \quad P_{r,3} = \frac{P_3}{P_c} = 0,2 \end{aligned} \right\}$

$h_1^D = -RT_c 0,885 = -2,2075 \text{ kJ/mol} \quad ; \quad h_2^D = -RT_c 0,654 = -1,6313 \text{ kJ/mol}$

$s_2^D = -R 0,439 = -3,6501 \text{ J/(mol K)} \quad ; \quad s_3^D = -R 0,124 = -1,0310 \text{ J/(mol K)}$

$Q_{1-3} = 518,09 \text{ kJ}$

1.4  $\frac{V_1}{m} = v_1 = v^L + x_1(v^V - v^L) \Rightarrow x_1 = \frac{V_1 - v^L}{v^V - v^L} = 0,12791$

Enero 2013

$W = P \Delta V \Rightarrow V_2 = V_1 + \frac{W}{P} = 3,26205 \text{ m}^3 \quad ; \quad x_2 = \frac{V_2 - v^L}{v^V - v^L} = 0,4173$

P1.:  $Q = \Delta U + W = \Delta U + P \Delta V = \Delta H = m(x_2 - x_1)l = 141,07 \text{ kJ}$

$\Delta B = (Q - T_0 J_s) - W^{\text{útil}} - I = (P_0 - P)(V_2 - V_1) = 218,21 \text{ kJ}$

## Ejercicio 2.

$P_{A,1} = \frac{RT_1}{v_{A,1} - b} - \frac{a}{v_{A,1}^2} = 5,095 \text{ bar} \quad ; \quad P_{B,1} = 8,426 \text{ bar}$

$ds = \frac{c_v}{T} dT + \left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T dv = \frac{c_v}{T} dT + \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v dv \Rightarrow s = c_v \ln \frac{T}{T_r} + R \ln \frac{v - b}{v_r - b}$

$du = c_v dT + \left( \frac{\partial u}{\partial v} \right)_T dv = c_v dT + \left[ T \left( \frac{\partial P}{\partial T} \right)_v - P \right] dv \Rightarrow$

$u = c_v(T - T_r) - a \left( \frac{1}{v} - \frac{1}{v_r} \right)$

$S_2 - S_1 = 0 = (n_A + n_B) \ln \frac{T_2}{T_1} + n_B R \ln \frac{v_{B,2} - b}{v_{B,1} - b} \Rightarrow T_2 = 287,91 \text{ K}$

$P_{A,2} = 4,72 \text{ bar} = P_{B,2} \quad ; \quad T_3 = T_0$

$U_3 - U_2 = Q_{2-3} = (n_A + n_B) c_v (T_3 - T_2) = 70,122 \text{ kJ}$

$I_{t,2-3} = T_0 \Delta S_u = T_0 \Delta S - Q_{2-3} = 1,452 \text{ kJ} \quad ; \quad I_{1-2} = 0 \text{ J}$

$W_{1-2} = U_1 - U_2 = (n_A + n_B) c_v (T_1 - T_2) + n_B a \left( \frac{1}{v_{B,2}} - \frac{1}{v_{B,1}} \right) = 125 \text{ kJ}$

$B_2 - B_1 = U_2 - U_1 - T_0(S_2 - S_1) + P_0(V_2 - V_1) = -104,9 \text{ kJ}$

$B_3 - B_2 = U_3 - U_2 - T_0(S_3 - S_2) + P_0(V_3 - V_2) = -1,452 \text{ kJ}$

## Examen final. 55000013 - Termodinámica I

### Ejercicio 1.

1.1 Se tiene una máquina frigorífica triterma que extrae calor de un foco frío a temperatura  $T_F < T_0$  y toma calor de un foco caliente a  $T_C > T_0$ , siendo  $T_0$  la temperatura del ambiente, el cual actúa como tercer foco. La máquina tiene un funcionamiento reversible. Se pide obtener la eficiencia de la máquina frigorífica, definida como

$$\epsilon = \left| \frac{Q_F}{Q_C} \right|$$

en función de las temperaturas  $T_F$ ,  $T_0$  y  $T_C$ .

1.2 Se tiene un cilindro horizontal adiabático, provisto de un émbolo también adiabático que puede deslizar sin rozamiento, y en cuyo interior hay  $n = 5$  mol de un gas ideal con  $c_v = 21$  J/mol K. La masa del émbolo es  $M = 25$  kg y su capacidad calorífica puede considerarse despreciable. Sobre la cara exterior del émbolo actúa únicamente y en todo momento la presión atmosférica  $P_0 = 90$  kPa. Inicialmente el gas se encuentra en equilibrio a  $T_1 = 440$  K y  $P_1 = 98$  kPa y el émbolo está fijado por unos topes. En cierto instante se sueltan los topes y como consecuencia del desequilibrio mecánico el émbolo comienza a desplazarse. Se pide calcular, para el instante en que el volumen del cilindro se ha incrementado un 5% respecto al inicial: temperatura y presión del gas, el trabajo intercambiado por el sistema cilindro+gas+émbolo y la velocidad del émbolo. Supóngase que la expansión del gas es suficientemente lenta como para que el proceso pueda considerarse cuasiestático a pesar del desequilibrio mecánico.

1.3 Razonar cuánto vale el mínimo trabajo útil necesario para producir un vacío de  $2 \text{ m}^3$  en un ambiente a  $P_0 = 1$  bar.

1.4 La fugacidad de una sustancia gaseosa viene dada por

$$f(T, P) = P \exp\left(\frac{BP + CP^2}{RT}\right)$$

siendo B y C constantes. Se pide calcular las discrepancias  $g^D$ ,  $v^D$ ,  $h^D$  y  $s^D$  en función de  $T$  y  $P$ .

Tiempo: 45 min

Puntos: 10 sobre 20.

### Ejercicio 2.

Julio 2013

En un depósito rígido de  $V = 1 \text{ m}^3$  se tienen 150 mol de un fluido en equilibrio líquido-vapor. Inicialmente, el fluido se encuentra a  $T_1 = 300 \text{ K} = T_0$  (temperatura ambiente), y se calienta con un sistema de calefacción hasta alcanzar  $T_2 = 400 \text{ K}$ , también en equilibrio líquido-vapor. Hallar:

- Presión y volumen específico del vapor en los estados inicial y final ( $P_1, P_2, v_1^V, v_2^V$ )
- Título inicial y final ( $x_1, x_2$ )
- Calor latente del fluido a  $T_1$  y a  $T_2$
- Entalpías y entropías específicas del vapor en ambos estados y del líquido en el estado 2 ( $h_1^V, s_1^V, h_2^V, s_2^V, h_2^L, s_2^L$ ) tomando como referencia  $h_1^L = 0 \text{ J/mol}$  y  $s_1^L = 0 \text{ J/mol K}$ .
- Calor intercambiado en el proceso por el fluido con su entorno.
- Variación de exergía del fluido.

Supóngase:

La curva de presión de vapor del fluido viene bien representada por

$$\ln \frac{P}{1 \text{ bar}} = 11,79 - \frac{3888 \text{ K}}{T - 43 \text{ K}}$$

El vapor cumple la ecuación térmica

$$P(v^V + 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{mol}) = RT$$

y tiene  $c_p^V = 35 \text{ J/mol K}$  constante en el rango de interés.

El volumen específico del líquido vale  $v_1^L = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$  a  $T_1$ , y  $v_2^L = 1,9 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{mol}$  a  $T_2$ .

Tiempo: 45 min

Puntos: 10 sobre 20.

Fecha prevista para la publicación de las notas: 19 julio

Fecha prevista para la revisión: 24 julio

## Examen final. 55000013 - Termodinámica I

### Ejercicio 1.

1.1 P1.:  $Q_F + Q_0 + Q_C = 0 \Rightarrow Q_0 = -Q_F - Q_C$

$$\frac{Q_F}{T_F} + \frac{Q_0}{T_0} + \frac{Q_C}{T_C} = 0 = \frac{Q_F}{T_F} - \frac{Q_F + Q_C}{T_0} + \frac{Q_C}{T_C} = Q_F \left( \frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_0} \right) + Q_C \left( \frac{1}{T_C} - \frac{1}{T_0} \right)$$

$$Q_F = Q_C \frac{\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_C}}{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_0}} \Rightarrow \epsilon = \frac{|Q_F|}{|Q_C|} = \frac{+Q_F}{+Q_C} = \frac{\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_C}}{\frac{1}{T_F} - \frac{1}{T_0}} = \frac{T_F T_C - T_0}{T_C T_0 - T_F}$$

1.2  $\Delta S = 0 \Rightarrow T_2 = 1,05^{-R/c_v} \cdot T_1 = 431,58 \text{ K.}$

$$P_2 = \frac{RT_2}{v_2} = 91,548 \text{ kPa}$$

$$W = P_0 \Delta V = 101,02 \text{ J} \quad ; \quad \Delta U + \frac{1}{2} M c_2^2 = -W \Rightarrow$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{nc_v(T_1 - T_2) - W}{M/2}} = 7,9139 \text{ m/s}$$

1.3 Será igual al máximo trabajo útil que puede obtenerse de dicho vacío interaccionando con el ambiente, o sea, su exergía,  $B = P_0 V = 200 \text{ kJ}$

1.4  $g^D = RT \ln \phi = BP + CP^2$

$$v^D = \left( \frac{\partial g^D}{\partial P} \right)_T = B + 2CP \quad ; \quad h^D = -T^2 \left( \frac{\partial \frac{g^D}{T}}{\partial T} \right)_P = BP + CP^2$$

$$s^D = - \left( \frac{\partial \frac{g^D}{T}}{\partial T} \right)_P = 0$$

### Ejercicio 2.

Sustituyendo en la ecuación dada

$$P_1 = 0,03549 \text{ bar} \quad ; \quad P_2 = 2,4577 \text{ bar}$$

$$v^V = \frac{RT}{P} - b \Rightarrow v_1^V = 0,7 \text{ m}^3/\text{mol} \quad ; \quad v_2^V = 0,011 \text{ m}^3/\text{mol}$$

$$\frac{V}{n} = xv^V + (1-x)v^L \Rightarrow x_1 = 0,0095 \quad ; \quad x_2 = 0,6036$$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{l}{T(v^V - v^L)} = \frac{P \cdot 3888 \text{ K}}{(T - 43 \text{ K})^2} \Rightarrow l_1 = 43,89 \text{ kJ/mol} \quad ; \quad l_2 = 33,03 \text{ kJ/mol}$$

$$dh^V = c_p^V dT + \left( \frac{\partial h}{\partial P} \right)_T dP = c_p^V dT + \left[ v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P \right] dP = c_p^V dT - b dP$$

$$ds^V = \frac{c_p^V}{T} dT + \left( \frac{\partial s}{\partial P} \right)_T dP = \frac{c_p^V}{T} dT - \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_P dP = \frac{c_p^V}{T} dT - \frac{R}{P} dP$$

$$h_1^V = h_1^L + l_1 = 43,89 \text{ kJ/mol} \quad ; \quad h_2^V = h_1^V + c_p^V(T_2 - T_1) - b(P_2 - P_1) = 46,79 \text{ kJ/mol}$$

$$h_2^L = h_2^V - l_2 = 146 \text{ J/mol} \quad ; \quad s_1^V = s_1^L + \frac{l_1}{T_1} = 146,3 \text{ J/mol K}$$

$$s_2^V = s_1^V + c_p^V \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1} = 121,1 \text{ J/mol K} \quad ; \quad s_2^L = s_2^V - \frac{l_2}{T_2} = 38,6 \text{ J/mol K}$$

$$Q = \Delta U = \Delta H - V \Delta P = n[x_2 h_2^V + (1-x_2)h_2^L - x_1 h_1^V] - V(P_2 - P_1) = 4765 \text{ kJ}$$

$$\Delta B = \Delta U - T_0 \Delta S = Q - T_0 n[x_2 s_2^V + (1-x_2)s_2^L - x_1 s_1^V] = 849 \text{ kJ}$$