

# GEOMETRÍA LINEAL, grupo A

Examen final

Septiembre de 2014

Tiempo: 3 horas

Justifica tus respuestas

(1) (1,5 puntos)

- (a) Da la definición de giro en el plano afín euclídeo estándar  $\mathbf{A}_{\mathbf{R}}^2$ .
- (b) Sean  $g_1$  y  $g_2$  dos giros de  $\mathbf{A}_{\mathbf{R}}^2$ , ambos de ángulo  $\pi/4$ . Demuestra que  $g_1 \circ g_2$  es un giro de ángulo  $\pi/2$ .

(2) (1,5 puntos) Di si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas, razonando tu respuesta:

- (a) Existe un isomorfismo afín de  $\mathbf{A}_{\mathbf{R}}^2$  en  $\mathbf{A}_{\mathbf{R}}^2$  con exactamente dos puntos fijos.
- (b) Existe un isomorfismo afín de  $\mathbf{A}_{\mathbf{R}}^2$  en  $\mathbf{A}_{\mathbf{R}}^2$  cuyo completado a  $\mathbf{P}_{\mathbf{R}}^2$  tiene exactamente dos puntos fijos.

(3) (4 puntos) Consideramos en  $\mathbf{P}_{\mathbf{C}}^3$  los puntos  $p_0 = (1 : 0 : 0 : 0)$ ,  $p_1 = (1 : 0 : 1 : 0)$ ,  $p_2 = (0 : 1 : 0 : 1)$  y  $p_3 = (0 : 0 : 0 : 1)$ . Sea  $f$  una proyectividad de  $\mathbf{P}_{\mathbf{C}}^3$  en  $\mathbf{P}_{\mathbf{C}}^3$  tal que  $p_0, p_1, p_2$  y  $p_3$  son sus únicos puntos fijos.

- (a) Halla todos los planos invariantes de  $f$ , justificando por qué los planos invariantes que has hallado son todos. ¿Cuántos son?
- (b) Halla todas las rectas invariantes de  $f$ , justificando por qué las rectas invariantes que has hallado son todas. ¿Cuántas son?
- (c) Da un ejemplo concreto de una proyectividad  $f$  como la descrita más arriba (es decir, tal que  $p_0, p_1, p_2$  y  $p_3$  sean sus únicos puntos fijos).
- (d) Escribe la matriz, con respecto a la referencia canónica de  $\mathbf{P}_{\mathbf{C}}^3$ , de la proyectividad  $g$  que cumple  $g(p_i) = p_i$  para todo  $i = 0, 1, 2, 3$  y tal que  $g((0 : 1 : -1 : 0)) = (2 : 1 : 1 : 2)$ .

(4) (3 puntos) Se considera en  $\mathbf{A}_{\mathbf{R}}^2$  la cónica  $C$  de ecuación

$$X^2 - 4X + Y^2 - 2Y - 3 = 0$$

y los puntos  $p_1 = (0, 3)$ ,  $p_2 = (4, -1)$ ,  $p_3 = (4, 3)$  y  $p_4 = (0, -1)$ , todos ellos pertenecientes a  $C$ .

- (a) Clasifica  $C$  afínmente.
- (b) Determina las rectas tangentes  $l_1, l_2, l_3$  y  $l_4$  a  $C$  en  $p_1, p_2, p_3$  y  $p_4$ . Comprueba que  $l_1$  es paralela a  $l_2$  y que  $l_3$  es paralela a  $l_4$ .
- (c) Sea  $r$  la recta que pasa por  $p_1$  y  $p_2$  y sea  $r'$  la recta que pasa por  $p_3$  y  $p_4$ . Demuestra que el punto  $q = r \cap r'$  es el polo de la recta del infinito de  $\mathbf{A}_{\mathbf{R}}^2$ .

The logo for Cartagena99 features the word 'Cartagena' in a stylized, blue, serif font with a slight shadow, followed by '99' in a larger, bold, blue font. The entire logo is set against a light blue and white background with a subtle gradient.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70