ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

La formulación más general del modelo de optimización estática y determinista es el modelo de programación no lineal*. Esta unidad didáctica se dedica al estudio de este modelo y puede dividirse en dos grandes partes: la primera dedicada a la búsqueda y formulación de condiciones teóricas de optimalidad y la segunda que se ocupa del diseño de algoritmos para la obtención de la solución numérica.*

Tras introducir los conceptos básicos y presentar algunos ejemplos de aplicación del modelo, se desarrollan algunas condiciones teóricas de optimalidad para el problema de programación no lineal. Este estudio es interesante no sólo desde el punto de vista teórico sino porque a partir de dichas condiciones es posible idear algoritmos de solución.

Una de las condiciones de existencia de óptimo más conocidas es el teorema de Weierstrass, que garantiza que cualquier función continua definida en un conjunto compacto alcanza en él su máximo y su mínimo. Esta condición es no computable, en el sentido que de ella no es posible extraer criterios numéricos susceptibles de ser programados en un computador.

Las condiciones de óptimo que estudiaremos aquí son, en su mayor parte, condiciones de las que pueden seguirse criterios numéricos de óptimo. Para ello es necesario suponer hipótesis de diferenciabilidad y convexidad a las funciones del problema. La convexidad es una hipótesis clave para la obtención de las condiciones de óptimo más relevantes. Por ello es preciso hacer un detenido estudio de las propiedades de las funciones convexas y de sus extensiones como la cuasiconvexidad y la pseudoconvexidad. Luego se expondrán diversas condiciones, necesarias y suficientes, que debe cumplir el óptimo del problema de programación no lineal.

El apartado dedicado a la exposición de algoritmos para la resolución numérica de los problemas de programación no lineal está dividido en dos bloques. Inicialmente, se estudiarán algunos métodos para la optimización de una función sin presencia de condiciones de restricción y posteriormente se analizará el caso general en el que se considerarán problemas con restricciones.

Si bien es cierto que la mayoría de las aplicaciones prácticas de los modelos de optimización incluye restricciones, el estudio de las técnicas de optimización sin restricciones es importante por varias razones. En primer lugar, muchos algoritmos de optimización con restricciones resuelven el problema transformándolo en una sucesión de problemas sin restricciones, utilizando para ello, por ejemplo, multiplicadores de Lagrange, funciones de penalización o funciones barrera. En segundo lugar, otros algoritmos de optimización con restricciones actúan de la manera siguiente: parten de un punto y, a continua-

ción, buscan una dirección a lo largo de la cual optimizan la función criterio. Este problema de búsqueda del óptimo a lo largo de una dirección de mejora de la función objetivo es un problema sin restricciones, o bien, con frecuencia, con simples restricciones de acotación. Finalmente, varias de las técnicas de optimización sin restricciones pueden extenderse de una manera natural para incluir restricciones, por lo que pueden servir para idear y motivar procedimientos de solución para problemas con restricciones.

Presentaremos diversos algoritmos para la minimización de una función de una y varias variables; unos aplicables a cualquier función, incluso aunque no sea diferenciable, y otros más fuertes basados en la utilización de derivadas.

En el último apartado de la unidad didáctica se aborda el estudio de los métodos numéricos para resolver el modelo más general, es decir, el problema de programación no lineal con restricciones. Este estudio de los algoritmos de optimización con restricciones incluirá dos grandes familias: los métodos de direcciones factibles *y los* métodos de penalización.

OBJETIVOS

- *Conocer el modelo de programación no lineal.*
- *Determinar las condiciones teóricas que deben verificar las soluciones óptimas del problema de programación no lineal.*
- *Saber resolver teóricamente el problema de programación no lineal.*
- *Conocer el concepto de algoritmo para resolver numéricamente el problema de programación no lineal.*
- *Conocer y saber aplicar diversos algoritmos para la optimización sin restricciones de una función numérica.*
- *Conocer las principales familias de algoritmos para la resolución numérica de un problema de programación no lineal general.*
- *Saber aplicar los métodos numéricos para resolver prácticamente un modelo de programación no lienal.*

CONTENIDOS

INTRODUCCIÓN

La organización y funcionamiento de una sociedad moderna, depende en buena parte de la calidad de su sistema de redes *para el transporte, comunicación y distribución de energía, bienes y servicios. Pensemos, por ejemplo, en la gran influencia que tienen en la vida cotidiana la red de carreteras, la red de ferrocarriles, las redes de líneas aéreas, la red de telefonía fija y móvil, la red de distribución de agua, electricidad y gas, las redes informáticas, las redes sociales, etc.*

La compleja estructura de estos sistemas de redes y su coste de desarrollo y mantenimiento exigen que sean diseñados y utilizados de manera eficiente. Las técnicas de análisis de redes pueden, en gran medida, ayudar al diseño, mejora y racionalización de estos sistemas.

El análisis de redes tiene sus fundamentos teóricos en la teoría de grafos*, una rama de las matemáticas que nace en 1736 con la formulación por Leonhard Euler del famoso problema de los* puentes de Konigsberg. *Nombres claves en el desarrollo de la teoría y los métodos son los de Kirchhoff, Hitchcook, Koopmans, Ford, Fulkerson, Charnes, Cooper y Saaty, entre otros.*

Los modelos de redes han sido ampliamente utilizados en investigación operativa para diversas aplicaciones, tales como: análisis y diseño de sistemas de transporte, redes de comunicaciones, redes de ordenadores, redes de televisión por cable, sistemas de riego en gran escala, redes de enlace entre satélites espaciales y la tierra, etc. Asimismo la metodología del análisis de redes ha sido eficiente para resolver problemas de la industria tales como: distribución de bienes, planificación de proyectos, reemplazamiento de equipos, equilibrio de líneas de montaje, control de inventarios, por nombrar tan sólo algunas de las aplicaciones de mayor éxito.

La utilización de modelos de redes presenta, entre otras, las siguientes ventajas:

1. *Los modelos de redes permiten representar de forma simple y precisa muchas situaciones del mundo real.*

2. *Los modelos de redes suelen ser aceptados y comprendidos más fácilmente por los no analistas que otros modelos de investigación operativa. Esto quizás es un reflejo del hecho de que "una imagen vale más que mil palabras". Además muchos modelos de redes están relacionados con problemas físicos que pueden ser fácilmente explicados a personas que no poseen grandes conocimientos técnicos.*

3. *Los algoritmos de redes proporcionan soluciones extremadamente eficientes para algunos problemas de gran escala.*

4. *Los algoritmos de redes permiten resolver problemas con muchas más variables y restricciones que otras técnicas de optimización, debido a que explotan convenientemente la particular estructura del modelo.*

En esta unidad didáctica pasaremos revista a algunas situaciones típicas del mundo real que permiten un tratamiento matemático basado en el análisis de redes, presentando algunos ejemplos, junto con el modelo matemático adecuado y el algoritmo de resolución correspondiente. Previamente introduciremos la terminología y conceptos básicos necesarios para la exposición de los modelos.

OBJETIVOS

- *Conocer los conceptos básicos de teoría de grafos y su aplicación a los modelos de redes.*
- *Conocer los modelos de optimización de árboles y arborescencias y los métodos para su resolución.*
- *Conocer los modelos de optimización de caminos y los métodos para su resolución.*
- *Conocer los modelos de optimización de flujo y los métodos para su resolución.*

CONTENIDOS