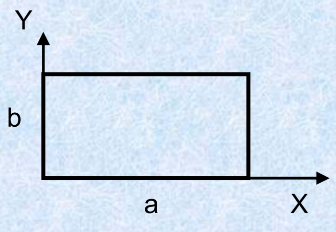
GUÍAS DE ONDAS

GUÍA RECTANGULAR:

MODOS DE PROPAGACIÓN

Resolución de la Ecuación de Ondas



$$\nabla^2\vec{E} = \mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{E}}{\partial t^2}$$

$$\nabla^2\vec{H} = \mu\varepsilon\frac{\partial^2\vec{H}}{\partial t^2}$$

Solución: onda armónica propagándose en la dirección del eje de la guía (eje Z)

$$\vec{E}(x, y, z, t) = \mathrm{Re}\left[\left(\vec{e}(x, y) + \hat{z}e_z(x, y)\right)e^{-j\beta z}e^{j\omega t}\right]$$

$$\vec{H}(x, y, z, t) = \mathrm{Re}\left[\left(\vec{h}(x, y) + \hat{z}h_z(x, y)\right)e^{-j\beta z}e^{j\omega t}\right]$$

Clasificación de las soluciones: Modos de propagación: Modos TEM

$$E_z = 0$$
$$H_z = 0$$

Solución si: $k_c^2 = 0$

$$\gamma = \pm jk$$

En una guía conductora **NO** existen modos TEM

Sólo existen modos TEM en :

- Medios ilimitados
- Medios confinados formados por más de un conductor (líneas de transmisión)

Clasificación de las soluciones: Modos de propagación: Modos TM

$$H_z = 0$$

$$\nabla_t^2 e_z(x, y) + k_c^2 e_z(x, y) = 0$$

Ponemos la solución como:

$$e_z(x, y) = X(x)Y(y)$$

$$X'' \cdot Y + X \cdot Y'' + k_c^2 X \cdot Y = 0$$

donde:

$$X'' = \frac{\partial^2 X}{\partial x^2}$$

$$Y'' = \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2}$$

Clasificación de las soluciones: Modos de propagación: Modos TM

Dividiendo por XY:

Constante

$$\frac{X''}{X} + \frac{Y''}{Y} = -k_c^2$$

Sólo es función de x

Sólo es función de y

$$\frac{X''}{X} = -k_x^2$$

$$X = A\cos k_x x + B\,\mathrm{sen}\,k_x x$$

$$k_c^2 = k_x^2 + k_y^2$$

$$\frac{Y''}{Y} = -k_y^2$$

$$Y = C\cos k_y y + D\,\mathrm{sen}\,k_y y$$

Clasificación de las soluciones: Modos de propagación: Modos TM

$$e_z = \left(A\cos k_x x + B\,\mathrm{sen}\,k_x x\right)\left(C\cos k_y y + D\,\mathrm{sen}\,k_y y\right)$$

Condición de contorno:
el campo eléctrico es perpendicular en la superficie de un conductor

$e_z = 0$ en x = 0; x =a; y = 0; y = b

$$e_z\left(x=0\right) = A\left(C\cos k_y y + D\,\mathrm{sen}\,k_y y\right) = 0 \Rightarrow \mathrm{A} = 0$$

$$e_z\left(y=0\right) = \left(A\cos k_x x + B\,\mathrm{sen}\,k_x x\right)C = 0 \Rightarrow \mathrm{C} = 0$$

$$e_z = B\,\mathrm{sen}\,k_x x \cdot D\,\mathrm{sen}\,k_y y = A_{mn}\,\mathrm{sen}\,k_x x\ \mathrm{sen}\,k_y y$$

Clasificación de las soluciones: Modos de propagación: Modos TM

$$\boxed{e_z = A_{mn}\, sen\, k_x x\; sen\, k_y y}$$

$e_z\left(x=a\right)=0 \Longrightarrow \operatorname{sen} k_x a = 0 \Longrightarrow k_x a = m\pi \Longrightarrow \boxed{k_x = \frac{m\pi}{a}}$

m entero

$e_z\left(y=b\right)=0 \Longrightarrow \operatorname{sen} k_y b = 0 \Longrightarrow k_y b = n\pi \Longrightarrow \boxed{k_y = \frac{n\pi}{b}}$

n entero

$$\boxed{k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

A cada pareja de m, n corresponde una solución o modo: TM_{mn}.

$$\mathrm{m} \neq 0; \quad \mathrm{n} \neq 0$$

Clasificación de las soluciones: Modos de propagación: Modos TM

$$e_z = A_{mn}\, sen\, k_x x\; sen\, k_y y \qquad k_x = \frac{m\pi}{a} \qquad k_y = \frac{n\pi}{b}$$

$$h_z = 0$$

A partir de E_z, H_z se puede calcular las demás componentes de los campos eléctrico y magnético

$$E_x = -\frac{j\beta}{k_c^2}\frac{\partial E_z}{\partial x}$$

$$E_y = -\frac{j\beta}{k_c^2}\frac{\partial E_z}{\partial y}$$

$$H_x = \frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2}\frac{\partial E_z}{\partial y} \qquad H_x = -\frac{\omega\varepsilon}{\beta}E_y$$

$$H_y = -\frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2}\frac{\partial E_z}{\partial x} \qquad H_y = \frac{\omega\varepsilon}{\beta}E_x$$

Clasificación de las soluciones: Modos de propagación: Modos TM

$$E_z = A_{mn} \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$$

$$H_z = 0$$

$$E_x = -\frac{j\beta}{k_c^2}\frac{m\pi}{a} A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$$

$$E_y = -\frac{j\beta}{k_c^2}\frac{n\pi}{b} A_{mn} \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$$

$$H_x = \frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2}\frac{n\pi}{b} A_{mn} \operatorname{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$$

$$H_y = -\frac{j\omega\varepsilon}{k_c^2}\frac{m\pi}{a} A_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right) \operatorname{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right) e^{-j\beta z}$$

Clasificación de las soluciones: Modos de propagación: Modos TE

$$E_z = 0$$

$$\nabla_t^2 h_z(x, y) + k_c^2 h_z(x, y) = 0$$

Ponemos la solución como:

$$h_z(x, y) = X(x) Y(y)$$

$$X'' \cdot Y + X \cdot Y'' + k_c^2 X \cdot Y = 0$$

donde:

$$X'' = \frac{\partial^2 X}{\partial x^2}$$

$$Y'' = \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2}$$

Clasificación de las soluciones:
Modos de propagación: Modos TE

$$h_z = \left(A\cos k_x x + B\,\mathrm{sen}\,k_x x\right)\left(C\cos k_y y + D\,\mathrm{sen}\,k_y y\right)$$

Condición de contorno:
el campo eléctrico es perpendicular en la superficie de un conductor

$$E_x = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial y}$$

$$E_y = \frac{j\omega\mu}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial x}$$

$E_y = 0$ en x = 0; x =a $\Rightarrow$ $\frac{\partial h_z}{\partial x} = 0$ en x = 0; x =a

$E_x = 0$ en y = 0; y = b $\Rightarrow$ $\frac{\partial h_z}{\partial y} = 0$ en y = 0; y = b

Clasificación de las soluciones:
Modos de propagación: Modos TE

Aplicando la condición de contorno: $\frac{\partial h_z}{\partial x} = 0$ en x = 0 $\frac{\partial h_z}{\partial y} = 0$ en y = 0

$$\boxed{h_z = B_{mn}\cos k_x x\,\cos k_y y}$$

Aplicando la condición de contorno: $\frac{\partial h_z}{\partial x} = 0$ en x = a $\frac{\partial h_z}{\partial y} = 0$ en y = b

$\boxed{k_x = \frac{m\pi}{a}}$ m entero

$\boxed{k_y = \frac{n\pi}{b}}$ n entero

$$\boxed{k_c^2 = k_x^2 + k_y^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

A cada pareja de m, n corresponde una solución o modo: TE_{mn}.

Imposible a la vez: $\mathrm{m} = 0; \quad \mathrm{n} = 0$

Clasificación de las soluciones: Modos de propagación: Modos TE

$$h_z = B_{mn} \cos k_x x \cos k_y y \qquad k_x = \frac{m\pi}{a} \qquad k_y = \frac{n\pi}{b}$$

$$\mathrm{E}_z = 0$$

A partir de E_z, H_z se puede calcular las demás componentes de los campos eléctrico y magnético

$$E_x = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial y}$$

$$E_y = \frac{j\omega\mu}{k_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial x}$$

$$H_x = -\frac{j\beta}{\beta_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial x} \qquad H_x = -\frac{j\beta}{j\omega\mu}E_y$$

$$H_y = -\frac{j\beta}{\beta_c^2}\frac{\partial H_z}{\partial y} \qquad H_y = \frac{j\beta}{j\omega\mu}E_x$$

Clasificación de las soluciones: Modos de propagación: Modos TE

$$\boxed{\mathrm{E}_z = 0}$$

$$\boxed{H_z = B_{mn} \cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}}$$

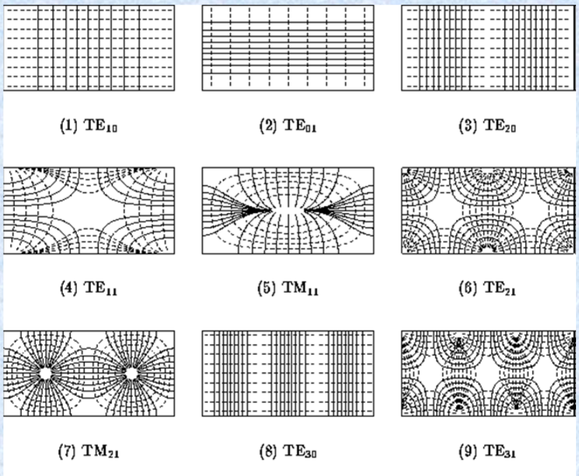
$$\boxed{E_x = \frac{j\omega\mu}{k_c^2}\frac{n\pi}{b}B_{mn}\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\mathrm{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}}$$

$$\boxed{E_y = -\frac{j\omega\mu}{k_c^2}\frac{m\pi}{a}B_{mn}\,\mathrm{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}}$$

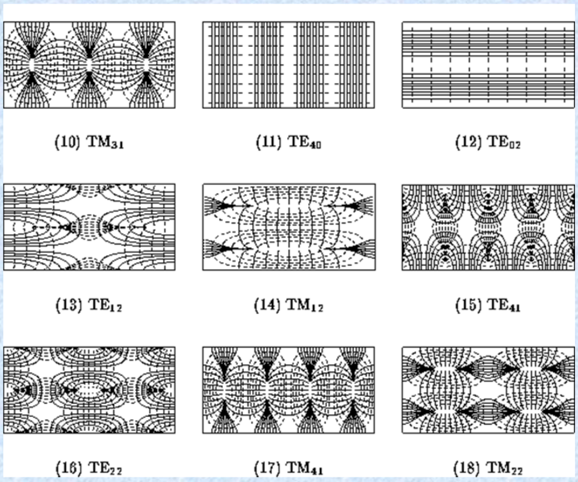
$$\boxed{H_x = \frac{j\beta}{k_c^2}\frac{m\pi}{a}B_{mn}\,\mathrm{sen}\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\cos\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}}$$

$$\boxed{H_y = \frac{j\beta}{k_c^2}\frac{n\pi}{b}B_{mn}\cos\left(\frac{m\pi x}{a}\right)\mathrm{sen}\left(\frac{n\pi y}{b}\right)e^{-j\beta z}}$$

Modos de propagación

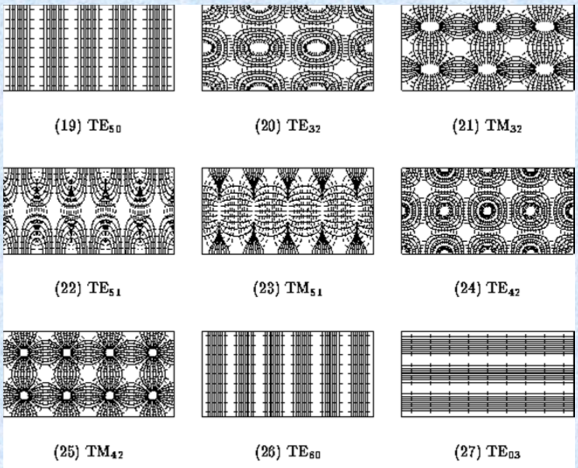


Modos de propagación

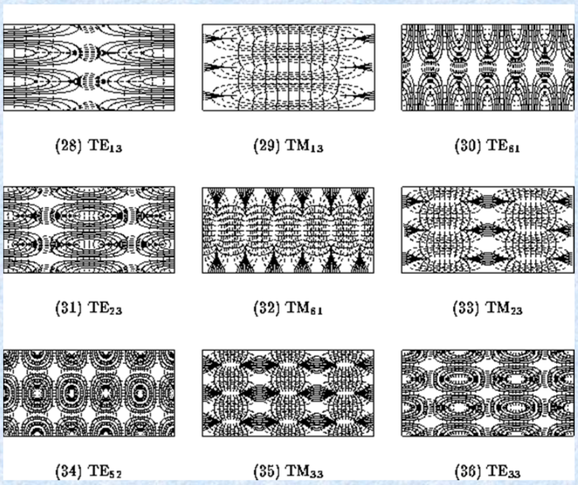


8

Modos de propagación



Modos de propagación



GUÍAS DE ONDAS

GUÍA RECTANGULAR:

PROPIEDADES

Frecuencia de corte

$$k = \omega\sqrt{\mu\varepsilon} = 2\pi f\sqrt{\mu\varepsilon}$$

$$f = \frac{k}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

Por analogía, se define
la frecuencia de corte como:

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

$$\beta = k\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

$f < f_c \quad \Rightarrow \quad \beta$ imaginario puro → **NO** hay propagación

$f > f_c \quad \Rightarrow \quad \beta$ real → **SÍ** hay propagación

Frecuencia de corte

$f < f_c$

La onda electromagnética se atenúa de acuerdo con:

$$\gamma \equiv \alpha = k\sqrt{\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 - 1}$$

$f > f_c$

La onda electromagnética se transmite con una constante de propagación:

$$\gamma \equiv j\beta = jk\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

Frecuencia de corte

$$f_c = \frac{k_c}{2\pi\sqrt{\mu\varepsilon}} \qquad k_c = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}$$

$$\boxed{\mathrm{f_c} = \frac{1}{2\sqrt{\mu\varepsilon}}\sqrt{\left(\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{a}}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{n}}{\mathrm{b}}\right)^2}}$$

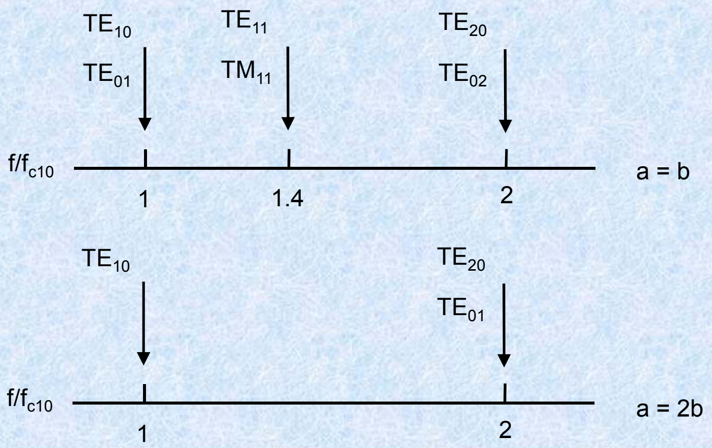
Frecuencia de corte de los modos TM_{mn} y TE_{mn}

La frecuencia de corte en una guía depende de:
- Modo de propagación
- Tamaño de la guía
- Dieléctrico del interior

Frecuencia de corte

$$f_c = \frac{1}{2\sqrt{\mu\varepsilon}}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2+\left(\frac{n}{b}\right)^2} = \frac{v_0}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2+\left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$



Velocidad de fase y de grupo

$$\gamma \equiv j\beta = jk\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

$$\beta = k\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

Longitud de onda:

$$\boxed{\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}}$$

$$\lambda_0 = \frac{2\pi}{k}$$

Velocidad de fase:

$$\boxed{v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{v_0}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}}$$

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

$$v_f = v_f(\omega)$$

$$v_f \neq v_g$$

Las guías son medios dispersivos

Velocidad de grupo:

$$\boxed{v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = v_0\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

Impedancia

Modos TM:

$$Z_{TM} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\beta}{\omega\varepsilon}$$

$$\boxed{Z_{TM} = \eta\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

Modos TE:

$$Z_{TE} = \frac{E_x}{H_y} = -\frac{E_y}{H_x} = \frac{\omega\mu}{\beta}$$

$$\boxed{Z_{TE} = \frac{\eta}{\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}}$$

Potencia

Vector de Poynting

$$\vec{S} = \frac{1}{2}\vec{E}\times\vec{H}^*$$

$$\vec{E} = E_x\hat{x} + E_y\hat{y} + E_z\hat{z} = \vec{E}_t + \vec{E}_z$$

$$\vec{H} = H_x\hat{x} + H_y\hat{y} + H_z\hat{z} = \vec{H}_t + \vec{H}_z$$

De todas las componentes del vector de Poynting, únicamente contribuye a la potencia transmitida por la guía la componente en la dirección de propagación de la onda (dirección z):

$$\vec{S} = \frac{1}{2}\vec{E}_t\times\vec{H}_t^*$$

$$P_T = \iint_s \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}_t\times\vec{H}_t^*\right]\cdot d\vec{S}$$

Potencia

Modos TM

$$e_z = A_{mn}\,\mathrm{sen}\,k_x x\ \mathrm{sen}\,k_y y$$

$$k_x = \frac{m\pi}{a}$$

m entero

$$k_y = \frac{n\pi}{b}$$

n entero

$$\boxed{P_T = \frac{Z_{\mathrm{TM}}}{2\eta^2}\left(\frac{f}{f_c}\right)^2 |A_{mn}|^2 \frac{a}{2}\frac{b}{2}}$$

Modos TE

$$h_z = B_{mn}\cos k_x x\ \cos k_y y$$

$$k_x = \frac{m\pi}{a}$$

m entero

$$k_y = \frac{n\pi}{b}$$

n entero

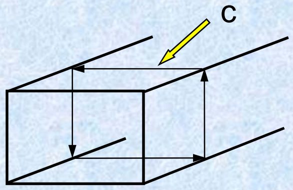
$$\boxed{P_T = \frac{2\eta^2}{Z_{\mathrm{TE}}}\left(\frac{f}{f_c}\right)^2 |B_{mn}|^2 \frac{a}{\delta_m}\frac{b}{\delta_n}; \qquad \delta_p = \begin{cases} 1 & p=0 \\ 2 & p\neq 0 \end{cases}}$$

Pérdidas. Constante de atenuación

Pérdidas debidas al conductor

Densidad superficial de corriente en las paredes de la guía:

$$\vec{J}_s = \hat{n}\times\vec{H}_s$$



Potencia disipada por unidad de longitud:

$$P_{lc} = \frac{1}{2}R_s\oint_c \left|\vec{J}_s\right|^2 dl = \frac{1}{2}R_s\oint_c \left|\vec{H}_s\right|^2 dl$$

Potencia transmitida en z = 0:

$$P_{T(z=0)} = \iint_s \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}_t\times\vec{H}_t^*\right]\cdot d\vec{S}$$

Pérdidas. Constante de atenuación

Pérdidas debidas al conductor

Modos TM:

$$\alpha_c = \frac{2R_s}{ab\eta\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \frac{m^2b^3 + n^2a^3}{(mb)^2 + (na)^2}$$

Modos TE:

$$\alpha_c = \frac{2R_s}{b\eta\sqrt{1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2}} \left\{ \left(\delta_m + \delta_n \frac{b}{a}\right)\left(\frac{f_c}{f}\right)^2 + \frac{b}{a}\left[1-\left(\frac{f_c}{f}\right)^2\right] \frac{m^2ab + (na)^2}{(mb)^2 + (na)^2} \right\}$$

$$\delta_p = \begin{cases} 2 & p = 0 \\ 1 & p \neq 0 \end{cases}$$

Pérdidas. Constante de atenuación

Pérdidas debidas al dieléctrico

Si un dieléctrico tiene $\sigma \neq 0$, entonces se define la constante dieléctrica:

$$\varepsilon_c = \varepsilon - j\frac{\sigma}{\omega} = \varepsilon_0(\varepsilon' - j\varepsilon'') \qquad \varepsilon' = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \qquad \varepsilon'' = \frac{\sigma}{\varepsilon_0\omega}$$

La constante de propagación en la guía se modifica:

$$\gamma = \sqrt{k_c^2 - k^2} = \sqrt{k_c^2 - \omega^2\mu\varepsilon} \quad \Longrightarrow \quad \gamma = \sqrt{k_c^2 - \omega^2\mu\varepsilon_c}$$

$$\gamma = \left(k_c^2 - \omega^2\mu\varepsilon\right)^{1/2} \cdot \left[1 + \frac{j\omega^2\mu\varepsilon\, \varepsilon''/\varepsilon'}{k_c^2 - \omega^2\mu\varepsilon}\right]^{1/2}$$

Pérdidas. Constante de atenuación

Pérdidas debidas al dieléctrico

Para un dieléctrico de bajas pérdidas: $\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} << 1$

$$\gamma \approx \left(k_c^2 - \omega^2 \mu\varepsilon\right)^{1/2} + \frac{j\omega^2 \mu\varepsilon \, \varepsilon''/\varepsilon'}{2\sqrt{k_c^2 - \omega^2 \mu\varepsilon}} = \left(\beta_c^2 - k^2\right)^{1/2} + \frac{jk^2 \, \varepsilon''/\varepsilon'}{2\sqrt{\beta_c^2 - k^2}}$$

$$\gamma = \alpha_d + j\beta = \frac{k^2 \, \varepsilon''/\varepsilon'}{2\sqrt{k^2 - k_c^2}} + j\left(k^2 - k_c^2\right)^{1/2}$$

$$\beta = k\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}$$

$$\boxed{\alpha_d = \frac{k \, \varepsilon''/\varepsilon'}{2\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}}$$

$$\mathrm{tg}\,\delta \equiv \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$$

GUÍAS DE ONDAS

GUÍA RECTANGULAR:

MODO FUNDAMENTAL

Modo fundamental

- Parámetros característicos de cada modo particular:
  - Frecuencia de corte
  - Longitud de Onda
  - Velocidad de propagación (de fase y de grupo)
  - Impedancia
  - Configuración de los campos
- Conclusión:
  - El objetivo es conseguir propagación en un único modo (el modo fundamental)

Modo fundamental: TE_{10}

El modo fundamental es aquél que tiene la frecuencia de corte más baja:

$$f_c = \frac{v_0}{2}\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}$$

Si a > b, el modo fundamental es el TE_{10} (m = 1, n = 0)

$$\boxed{f_c\left(TE_{10}\right) = \frac{v_0}{2}\frac{1}{a}}$$

La frecuencia de corte del modo fundamental:

- No depende de la altura de la guía *b*
- Es inversamente proporcional a la anchura de la guía *a*

Modo TE_{10}: Expresión de los campos

Expresión de los campos eléctrico y magnético

$$h_z = H_{0z} \cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\cos\left(\frac{n\pi}{b}y\right) \qquad e_z = 0$$

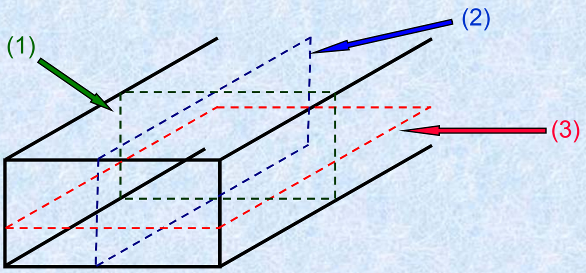
TE_{10}: m =1, n = 0

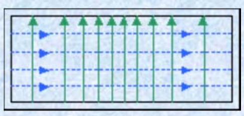
$$\boxed{e_z = 0} \qquad \boxed{h_z = H_{0z}\cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)}$$

$$\boxed{e_x = 0} \qquad \boxed{h_x = H_{0x}\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right)} \qquad \mathrm{H}_{0x} = -\frac{\mathrm{E}_{0y}}{Z_{TE}}$$

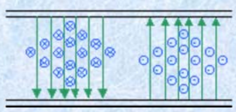
$$\boxed{h_y = 0} \qquad \boxed{e_y = E_{0y}\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right)}$$

Modo TE_{10}: Forma de los campos

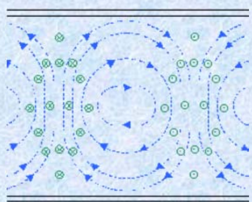




(1)



(2)



(3)

Campo eléctrico: línea continua
Campo magnético: línea discontinua

Modo TE_{10}: Constante de propagación

Constante de propagación:

$$\gamma \equiv j\beta = jk\sqrt{1-\left(\frac{f_{c10}}{f}\right)^2}$$

Constante de fase:

$$\beta = k\sqrt{1-\left(\frac{f_{c10}}{f}\right)^2}$$

$$\lambda_0 = \frac{2\pi}{k}$$

Longitud de onda:

$$\lambda_g = \frac{2\pi}{\beta} = \frac{\lambda_0}{\sqrt{1-\left(\frac{f_{c10}}{f}\right)^2}}$$

$$\lambda_0 = \frac{2\pi}{k}$$

Modo TE_{10}: Velocidades e impedancia

Velocidad de fase:

$$v_f = \frac{\omega}{\beta} = \frac{v_0}{\sqrt{1-\left(\frac{f_{c10}}{f}\right)^2}}$$

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

Velocidad de grupo:

$$v_g = \frac{d\omega}{d\beta} = v_0\sqrt{1-\left(\frac{f_{c10}}{f}\right)^2}$$

$$v_0 = \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}}$$

Impedancia:

$$Z_{TE} = \frac{\eta}{\sqrt{1-\left(\frac{f_{c10}}{f}\right)^2}}$$

Modo TE_{10}: Potencia

Vector de Poynting $\vec{S} = \frac{1}{2}\vec{E}_t \times \vec{H}_t^*$

$$\vec{H}_t = H_x\hat{x} = H_{0x}\, sen\left(\frac{\pi x}{a}\right)e^{-j\beta z}\hat{x} = -\frac{E_{0y}}{Z_{\text{TE}}}\,\text{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right)e^{-j\beta z}\hat{x}$$

$$\vec{E}_t = E_y\hat{y} = E_{0y}\,\text{sen}\left(\frac{\pi x}{a}\right)e^{-j\beta z}\hat{y}$$

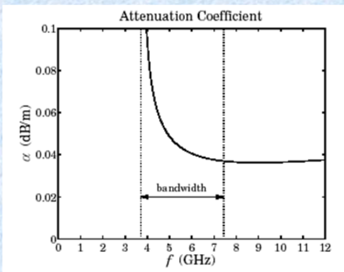
$$\mathrm{P_T}(\mathrm{TE}_{10}) = \iint_s \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{\mathrm{E}}_t \times \vec{\mathrm{H}}_t^*\right]\cdot d\vec{\mathrm{S}} = \int_{x=0}^{x=a}\int_{y=0}^{y=b}\frac{1}{2}\frac{\left|\mathrm{E}_{0y}\right|^2}{Z_{\text{TE}}}\,\text{sen}^2\left(\frac{\pi\,x}{a}\right)dx\,dy$$

Potencia $\boxed{\mathrm{P_T}(\mathrm{TE}_{10}) = \frac{\left|\mathrm{E}_{0y}\right|^2}{4Z_{\text{TE}}}\,ab}$

Modo TE_{10}:Pérdidas.

Pérdidas debidas al conductor

$$\boxed{\alpha_c = \frac{R_s}{b\eta}\,\frac{\left[1 + \frac{2b}{a}\left(\frac{f_{c10}}{f}\right)^2\right]}{\sqrt{1-\left(\frac{f_{c10}}{f}\right)^2}}}$$



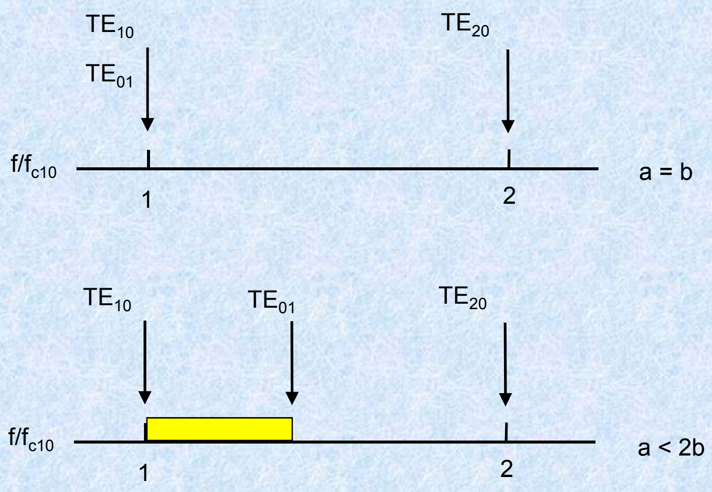
Modo TE_{10}:Pérdidas.

Pérdidas debidas al dieléctrico

$$\alpha_d = \frac{\beta_0\, \varepsilon''/\varepsilon'}{2\sqrt{1-\left(\frac{f_{c10}}{f}\right)^2}}$$

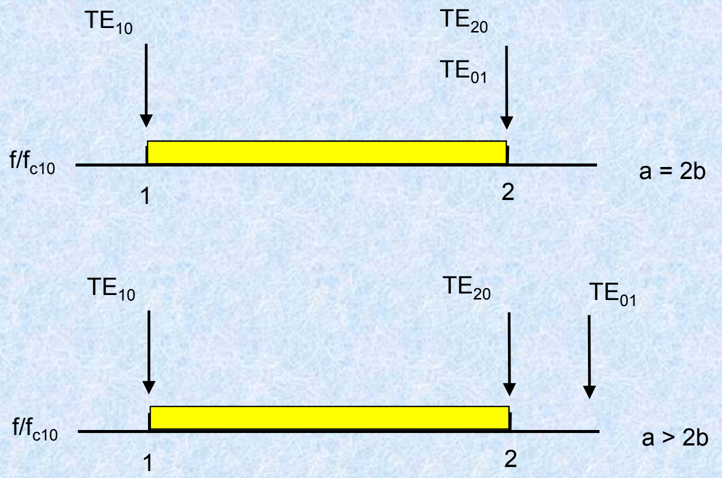
$$\mathrm{tg}\,\delta \equiv \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}$$

Guía óptima



21

Guía óptima



Guía óptima

Se obtiene el mayor ancho de banda para la propagación en un único modo cuando:

$$a \geq 2b$$

Por otra parte interesa hacer b lo mayor posible para:

- Aumentar la potencia transmitida
- Disminuir las pérdidas debidas al conductor

$$P_T(TE_{10}) = \frac{|E_{0y}|^2}{4Z_{TE}} ab$$

$$\alpha_c = \frac{R_s}{b\eta} \frac{\left[1 + \frac{2b}{a}\left(\frac{f_{c10}}{f}\right)^2\right]}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_{c10}}{f}\right)^2}}$$

Conclusión:
La guía rectangular óptima tiene dimensiones:

$$\boxed{a = 2b}$$

Ejemplos de guías

nombre	a (mm)	b (mm)	f_c (GHz)	f_{min} (GHz)	f_{max} (GHz)	banda	P_{max}	α(dB/m)
WR-510	129.5	64.8	1.16	1.45	2.20	L	9 MW	0.007
WR-284	72.1	34.0	2.08	2.60	3.95	S	2.7 MW	0.019
WR-159	40.4	20.2	3.71	4.64	7.05	C	0.9 MW	0.043
WR-90	22.86	10.16	6.56	8.20	12.50	X	250 kW	0.110
WR-62	15.80	7.90	9.49	11.90	18.00	Ku	140 kW	0.176
WR-42	10.67	4.32	14.05	17.60	26.70	K	50 kW	0.370
WR-28	7.11	3.56	21.08	26.40	40.00	Ka	27 kW	0.583
WR-15	3.76	1.88	39.87	49.80	75.80	V	7.5 kW	1.52
WR-10	2.54	1.27	59.01	73.80	112.00	W	3.5 kW	2.74