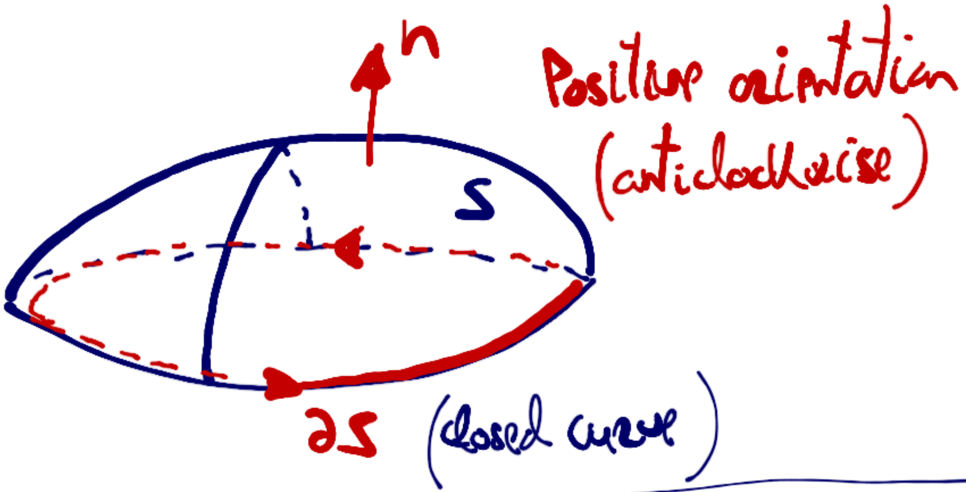
Stokes' Theorem

$S \subset \mathbb{R}^3$ surface of class C^1 (at piecewise C^1)

$F : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ vector field. of class C^1

∂S boundary of S with compatible orientation with S.



Then,

$$\oint F \cdot dr = \int \overline{\mathrm{curl}F} \cdot dS$$

for a vector field.

It relates what happens on the

shape.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

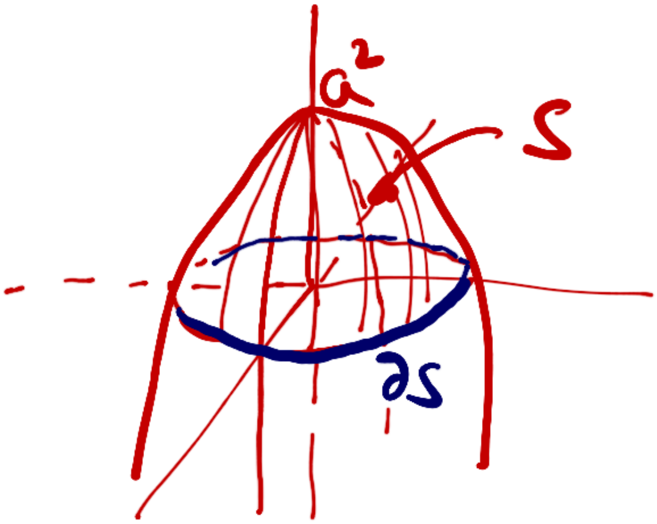
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Example: Problem 7 i) . $\boxed{4.4}$

Compute $\int_S \text{curl} F \cdot dS$ for $F(x,y,z) = (x^2 \underline{y^2}, \underline{yz}, xy)$

$$S = \{ \underline{z = a^2 - x^2 - y^2}, \; \underline{\underline{z \geq 0}} \}$$



We might compute the curl F and parametrise

then obtain

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

S

Stokes' Th

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Border of S

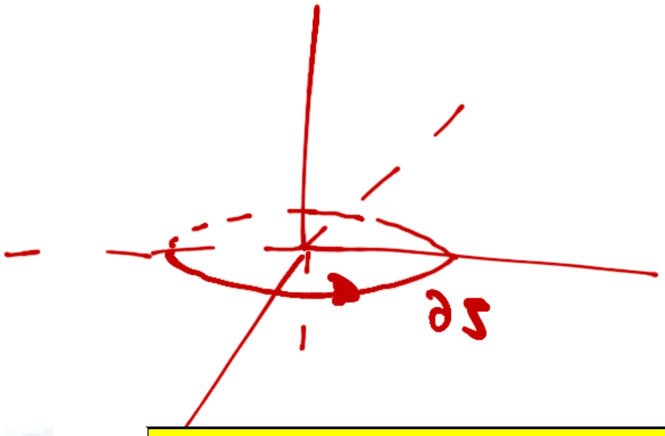
$$\partial S = \{ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 ,\ x^2+y^2=\underline{\underline{a}}^2 ,\ z=0 \}$$

Parametrise ∂S

$$\sigma(t) = (a\cos t, a\sin t, 0)$$

$$\mid\ \sigma'(t) = (-a\sin t, a\cos t, 0)$$

$t \in [0, 2\pi]$ with positive orientation.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

$$\oint_{\partial S} F\cdot d\mathbf{r} = \int_0^{2\pi} \underbrace{F(\sigma(t))\cdot\sigma'(t)}\, dt$$

$$= \int_0^{2\pi} \underbrace{\left(a^4\cos^2 t\sin^2 t,\ \bar{0},\ a^2\sin t\cos t\right)}_{F(\sigma(t)}\cdot\overbrace{\left(-a\sin t, a\cos t, \underline{0}\right)}^{\sigma'(t)}\, dt$$

$$= -a^5\int_0^{2\pi}\cos^2 t\,\underline{\sin^3 t}\,dt =$$

$$= -a^5\int_0^{2\pi}\cos^2 t\left(1-\cos^2 t\right)\sin t\,dt$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

$$= -a^5\left(-\frac{\cos^3 t}{3} + \frac{\cos^5 t}{5}\right)\Big]_0^{2\pi} = 0$$

TRm

$$\int_S \text{curl} F \cdot ds = 0 = \oint_{\partial S} F \cdot dr.$$

$$-\frac{\cos^3 2\pi}{3} + \frac{\cos^3 0}{3}$$

$$\frac{\cos^5 2\pi}{5} - \frac{\cos^5 0}{5}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Gauss' Theorem (Divergence TR.)

Extension to $\mathbb{R}^N$ of the Fundamental Theorem of Calculus and Green's Theorem.

Assuming closed surface.

Let Ω be an open, bounded domain in $\mathbb{R}^3$ and $\partial\Omega$ is a closed surface.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Then,

$$\underbrace{\int_{\partial\Omega} F\cdot n\, dS}_{\text{surface integral for scalar field}} = \underbrace{\int_{\Omega} \text{div} F\, dV}_{\text{triple integral.}}$$

where $F=(F_1, F_2, F_3)$ and

$$\boxed{\text{div} F = \frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial z}}$$

[illegible]

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$\text{div} F$

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Interpretation of divergence

$$\int_{\partial\Omega} F\cdot \underbrace{n}_{\text{orthogonal direction.}} \, dS \overset{\text{Gauss' TR.}}{=} \int_{\Omega} \operatorname{div} F \, dV = \operatorname{div} F(x_0,y_0,z_0)\cdot \text{Vol}\,\Omega$$

mean value Theorem for integrals.

$(x_0,y_0,z_0) \in \Omega$

Then,

$$\operatorname{div} F(x_0,y_0,z_0) = \frac{1}{\text{Vol}\,\Omega} \int_{\partial\Omega} F\cdot n \, dS.$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

In application terms

div F ≡ represents the rate of expansion per unit volume.

Example: Problem 17

$$\Omega = \{ x^2+y^2+z^2 \leq a^2 \}$$

$$S = \partial\Omega = \{ x^2+y^2+z^2 = a^2 \}$$

$$F(x,y,z) = \Big(\underbrace{\sin(yz)+e^{z}}_{F_1} , \underbrace{x\cos z + \log(1+x^2+z^2)}_{F_2} , \underbrace{e^{x^2+y^2+z^2}}_{F_3} \Big)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Applying Gauss' Theorem

$$\int_S F\cdot ds = \int_\Omega \mathrm{div} F \, dV = \int_\Omega \mathrm{div} F \, dx\,dy\,dz$$

$$\mathrm{div} F = \frac{\partial F_1}{\partial x} + \frac{\partial F_2}{\partial y} + \frac{\partial F_3}{\partial z}$$

$$= 0 + 0 + 2z\, e^{x^2+y^2+z^2}$$

Then,

$$\int \mathrm{div} F \, dV = \int 2z\, e^{x^2+y^2+z^2} \, dx\,dy\,dz$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Using spherical coordinates:

$$\left.\begin{aligned} x &= r\cos\theta\sin\varphi \\ y &= r\sin\theta\sin\varphi \\ z &= r\cos\varphi \end{aligned}\right\} \quad |JT| = r^2\sin\varphi$$

$0 \leq \theta \leq 2\pi$

$0 \leq \varphi \leq \pi$

$0 \leq r \leq a$

$$\int_\Omega \operatorname{div} F \, dV = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{a} 2\underbrace{r\cos\varphi}_{z}\ \underbrace{e^{r^2}}_{e^{x^2+y^2+z^2}} \cdot \underbrace{r^2\sin\varphi}_{|JT|}\ dr\,d\varphi\,d\theta$$

$$= 4\pi\left(\int_0^a r^3 e^{r^2}\,dr\right)\left(\int_0^{\pi} \underline{\cos\varphi}\ \underline{\sin\varphi}\ d\varphi\right)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

$$\int z^2 \cdot \underbrace{z e^{z^2}} \, dz = \frac{z^2 e^{z^2}}{2} - \underbrace{\int z e^{z^2} dz}_{= \frac{1}{2} e^{z^2}}$$

$$u = z^2 \Rightarrow du = 2z$$

$$dv = \underline{z} e^{z^2} \Rightarrow v = \frac{1}{\underline{2}} e^{z^2}$$

Parametrize $S = \partial\Omega = \{x^2+y^2+z^2 = a^2\}$

$$\left.\begin{aligned} x &= a\cos\theta\sin\varphi \\ y &= a\sin\theta\sin\varphi \\ z &= a\cos\varphi \end{aligned}\right\} : \vec{\phi}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

$$\int_S F\,ds = \underbrace{\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}}_{\text{parametric region}} F(\Phi(\theta,\varphi))\cdot(T_\theta \times T_\varphi)\,d\varphi\,d\theta$$

$$F(x,y,z) = \left(\sin yz + e^z,\ x\cos z + \log(1+x^2+z^2),\ e^{x^2+y^2+z^2}\right)$$

$$F(\Phi(\theta,\varphi)) = \left(\boxed{\sin(a^2\sin\theta\sin\varphi\cos\varphi) + e^{a\cos\varphi}}\ \ldots\right.$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

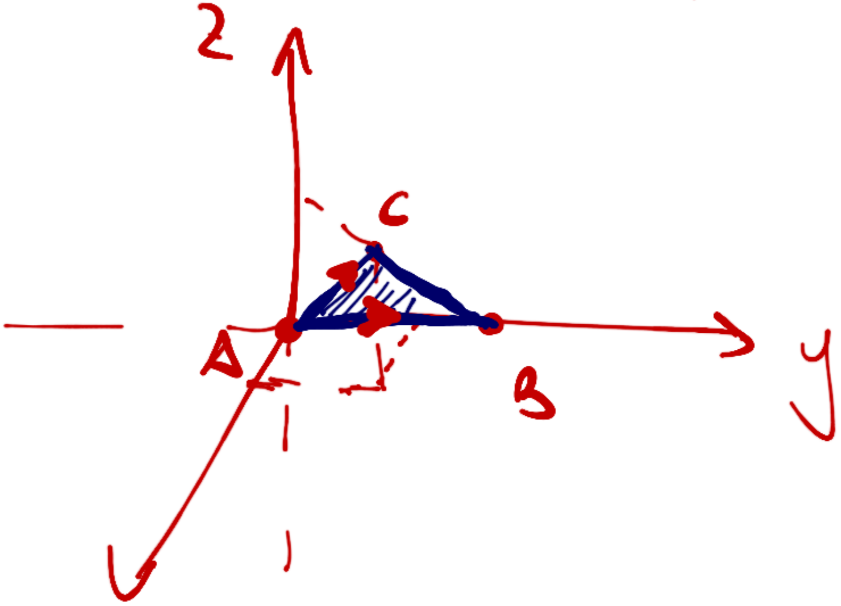
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Problem 9 - 4.4

$F(x,y,z) = (2y, 3z, x)$

Triangle : $\underbrace{A(0,0,0),\ B(0,2,0)\ C(1,1,1)}_{T}$

i) Choose an orientation for the surface. T



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

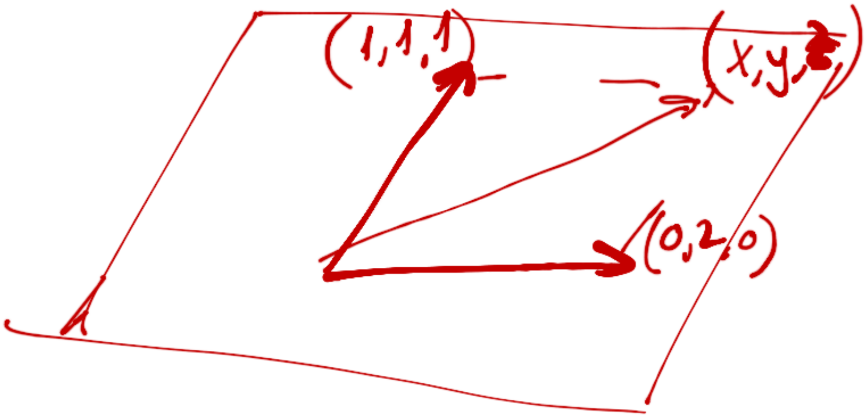
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Plane:

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 2x-2z=0$$

$$\boxed{x-z=0}$$



$$(xyz) = \lambda(1,1,1) + \mu(0,2,0)$$

$$\lambda(1,1,1) + \mu(0,2,0) - (x,y,z) = 0$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

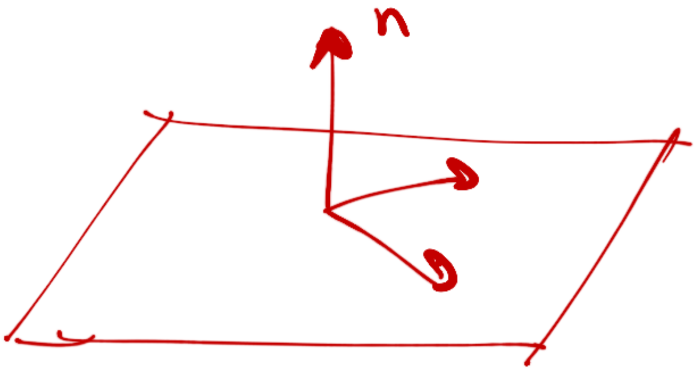
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$z \quad 0 \quad \mu$

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

$n(x,y,z)=0$ if $n \perp (x,y,z)$

$n \equiv$ normal vector to the plane.



If $x-z=0$

$n=(1,0,-1)$, $\|n\|=\sqrt{2}$

Unitary normal vector

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

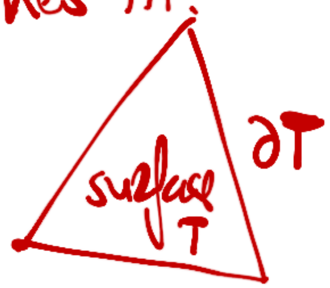
- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

ii) Compute the path integral of F along ∂T

$$\oint_{\partial T} F\cdot dr \underset{\uparrow \atop \text{stokes' TR}}{=} \int_{T} \text{curl}F\cdot ds$$



Surface T with a close boundary ∂T

$$\text{curl}F = \text{rot}\,F = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2y & 2z & x \end{vmatrix} =$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

$$\int_T \mathrm{rot}F \, ds = \int_T \mathrm{rot}F \cdot n \, ds$$

$$= \int_T (-3,-1,-2) \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}(1,0,-1) \, ds$$

$$= \underbrace{\int_T \frac{-3+2}{\sqrt{2}} \, ds}_{} = \underbrace{\frac{-1}{\sqrt{2}} \cdot \text{area of a Triangle}}_{\| \; \boxed{-1}}$$

$$-\frac{1}{\sqrt{2}} \int_T ds .$$

$$= \frac{\ }{2} \| (2, 0, -2 \| - \frac{\ }{2} = \sqrt{2}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

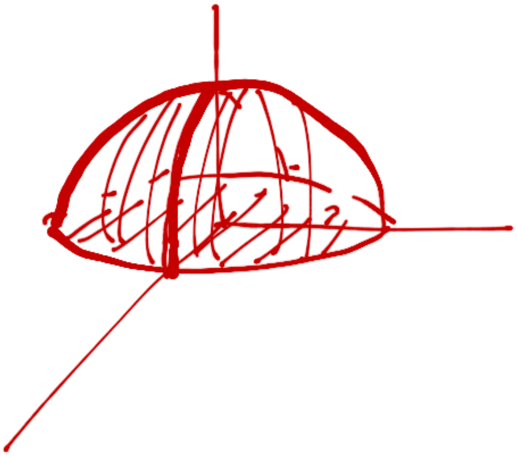
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Problem 10

$$F(x,y,z) = \Big(\overbrace{y\sin(x^2+y^2)}^{F_1}, \overbrace{-x\sin(x^2+y^2)}^{F_2}, \overbrace{z(3-2y)}^{F_3} \Big)$$

Region $W = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3,\ x^2+y^2+z^2 \leq 1,\ z \geq 0\}$

$$\oint_{\partial W} F \quad ?$$



$$\|$$

$$\int \operatorname{div} F \, dV$$ by Gauss' Th.

because ∂W is a closed

$\partial F_2/\partial y$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

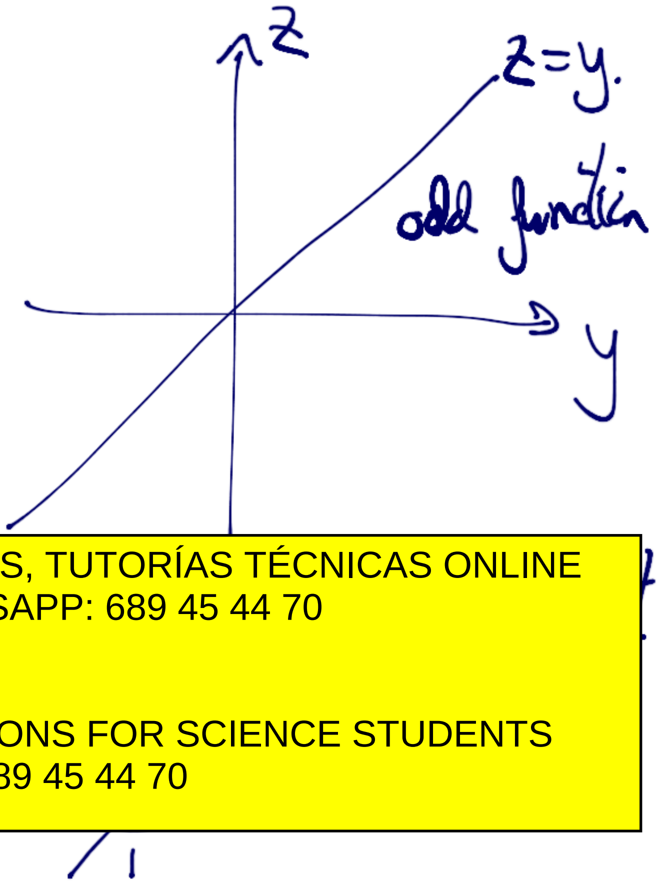
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

$$\int_W \operatorname{div} F \, dxdydz = \int_W (3-2y)\, dxdydz$$

$$= 3\int_W dxdydz - 2\underbrace{\int_W y\, dxdydz}_{\text{By symmetry it is zero.}}$$

$$= 3\underbrace{\text{Volume } W}_{\frac{1}{2}\cdot\frac{4\pi 2^3}{3}}$$

$$2 = 1$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Problem 11 - 4.4

Verify Stokes' Th.

$$\int_S \text{rot} F \cdot n \, dS = \oint_{\partial S} F \cdot dr.$$

For the line integral:

i) $F(x,y,z) = (y^2, xy, xz)$

$S = \{ \text{paraboloid } z = a^2 - x^2 - y^2 , z \geq 0 \}$

$\partial S = \{ x^2 + y^2 = a^2 , z = 0 \}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

$$\boxed{\oint_{\partial S} F\, dr = \int_0^{2\pi} F(\sigma(t)) \cdot \sigma'(t)\, dt}$$

For the surface:

We use the <u>Monge parametrization:</u>

$$z = a^2 \underline{- x^2 - y^2}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= u \\ y &= v \\ z &= a^2 - u^2 - y^2 \end{aligned}\right\} \quad (u,v) \in D$$

$D = \{ u^2 + v^2 \leq a^2 \}$ Parametric region.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

$$\int_S \text{rot}F\,ds = \iint_D \text{rot}F(\Phi(u,v))\cdot(T_u \times T_v)\,du\,dv$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.