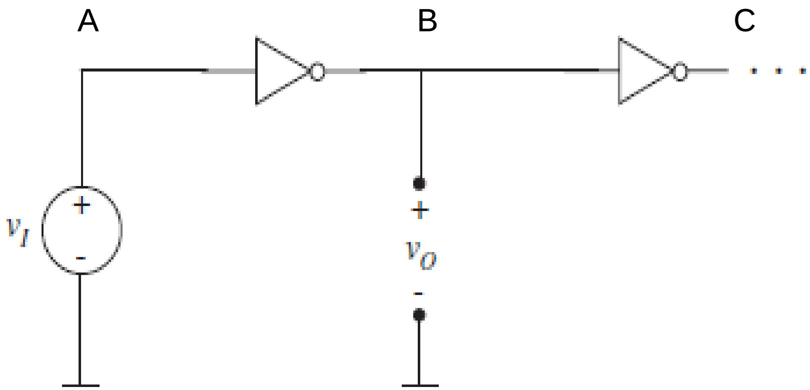
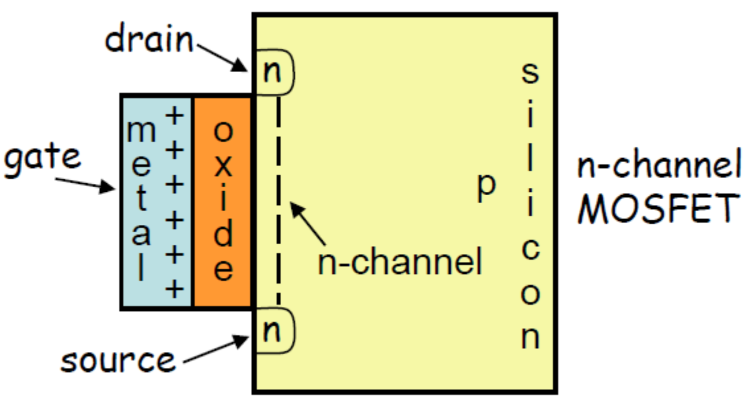
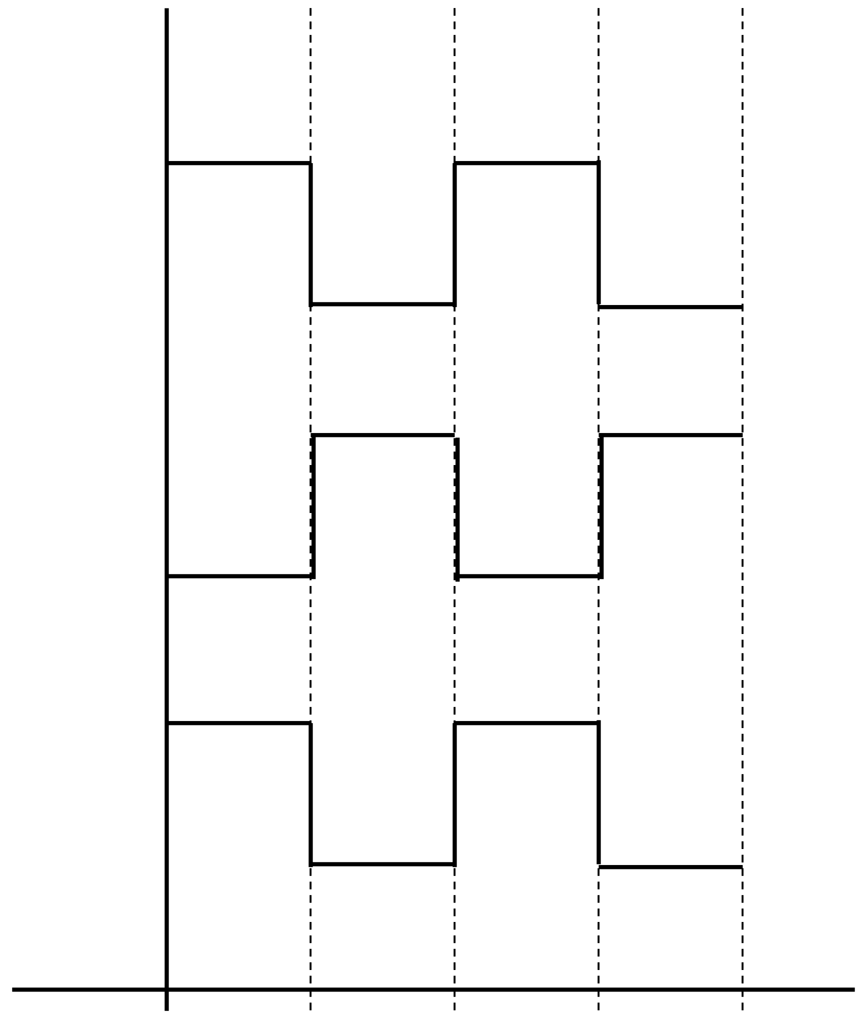
# Tema 2: Análisis de circuitos en el dominio del tiempo

Enrique San Andrés

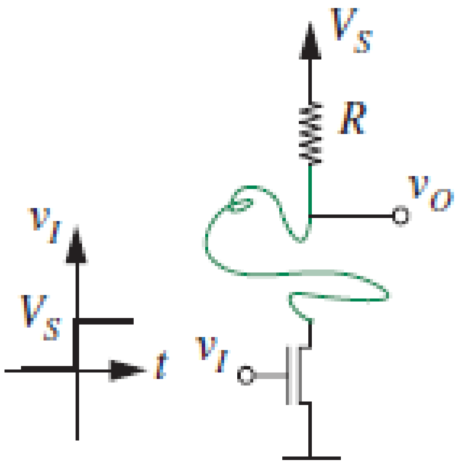
# Respuesta transitoria circuito digital



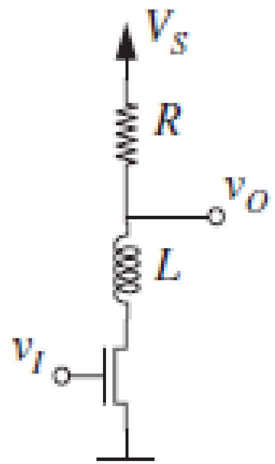



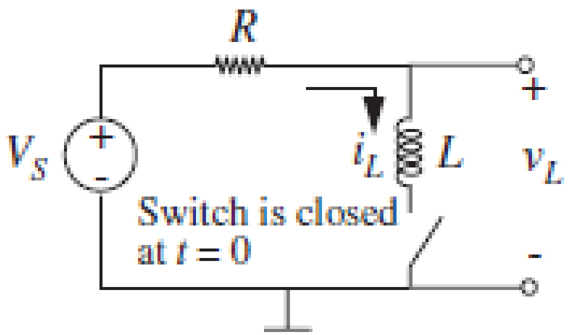
# Respuesta transitoria circuito digital




(a) Inverter with a long wire connecting the output and the MOSFET drain




(b) Circuit model




(c) Circuit for step input at $v_I$

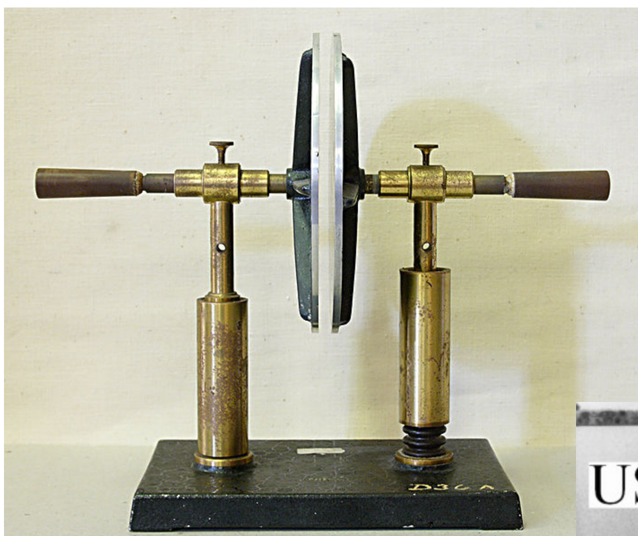
# Objetivos del tema

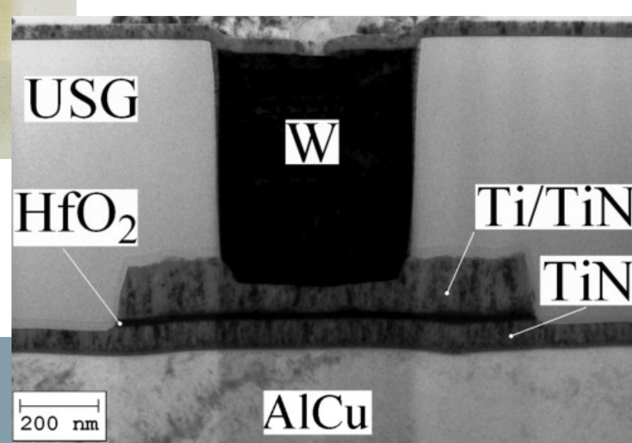
- Analizaremos la respuesta transitoria del **condensador** y la **bobina**
  - Veremos que son elementos que almacenan energía pero no disipan (ni producen) potencia *media*
- Estudiaremos la respuesta de varios circuitos frente a estímulos variables en el tiempo
  - Circuitos de primer orden
  - Sistemas de segundo orden

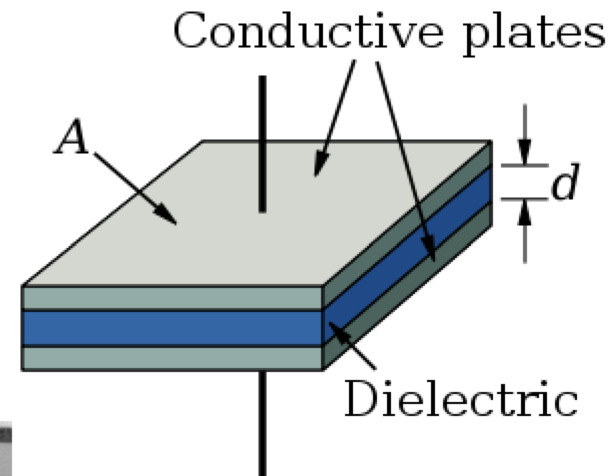
| Programa de la asignatura |
|---|
| 1. Elementos de un circuito y métodos de análisis en corriente continua: Resistencias, fuentes de voltaje y de corriente, fuentes dependientes. Leyes de Kirchhoff. Técnicas de análisis: combinación de elementos, análisis por nodos, análisis por mallas, principio de superposición, teoremas de Thévenin y Norton. El amplificador operacional ideal. Circuitos simples con amplificadores operacionales. Análisis de circuitos asistido por ordenador. |
| 2. Análisis en el dominio del tiempo: Respuesta transitoria de circuitos con condensadores e inductancias. Circuitos de primer y segundo orden. |
| 3. Análisis en el dominio de la frecuencia: Excitación sinusoidal. Fasores. Impedancia. |

# Condensador

- Un condensador es un elemento pasivo diseñado para almacenar energía en su campo eléctrico
- Realización física
  - Dos placas metálicas plano-paralelas separadas por un medio aislante (dieléctrico)

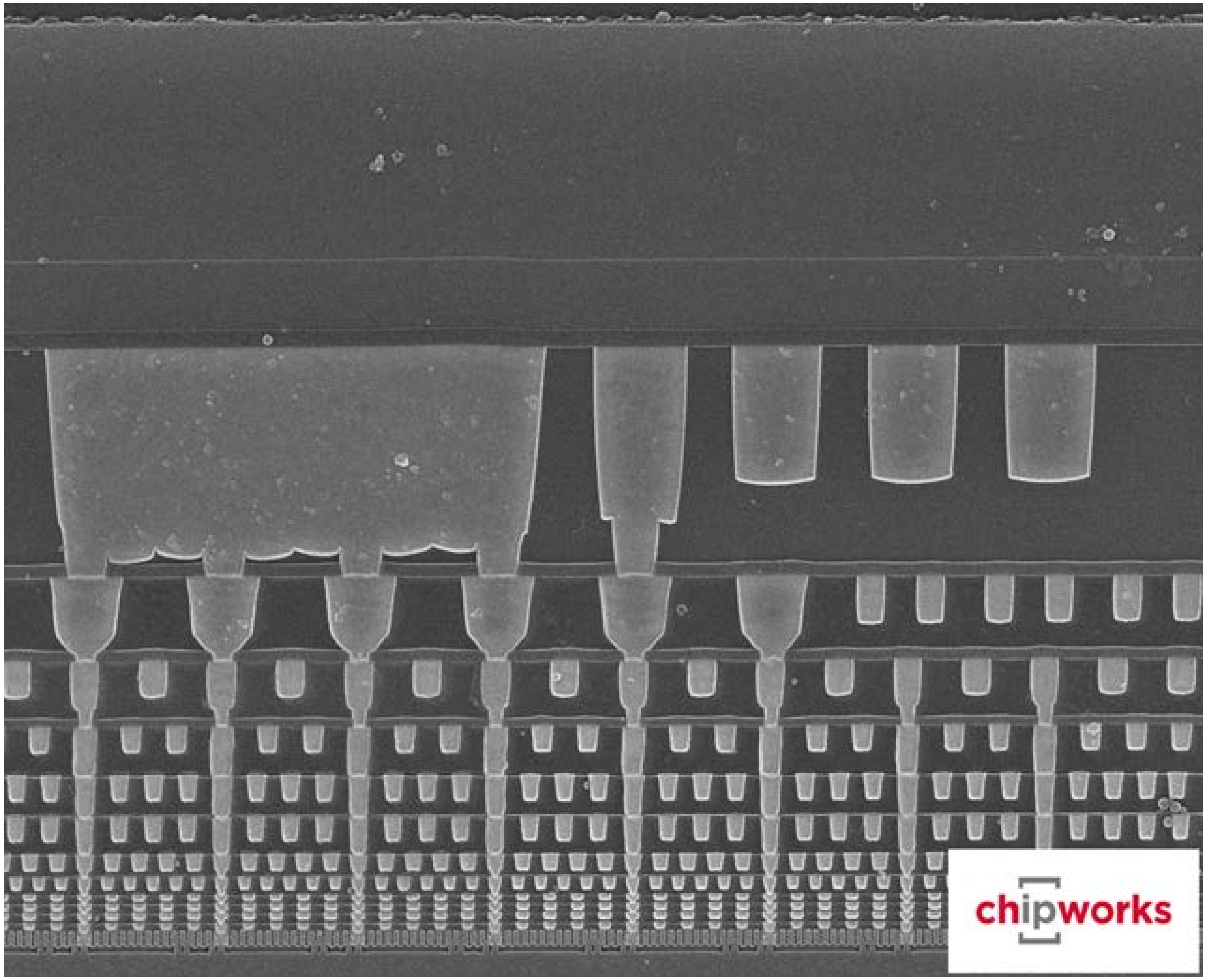




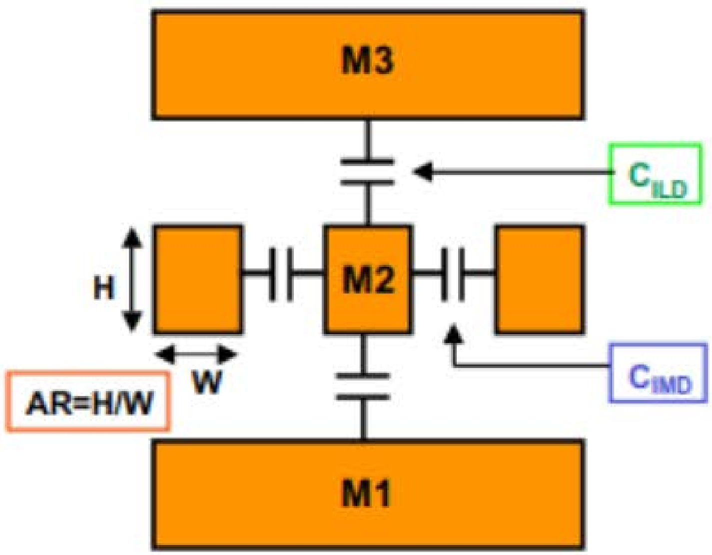




Imágenes: Wikimedia Commons

# Capacidades parásitas en un CI

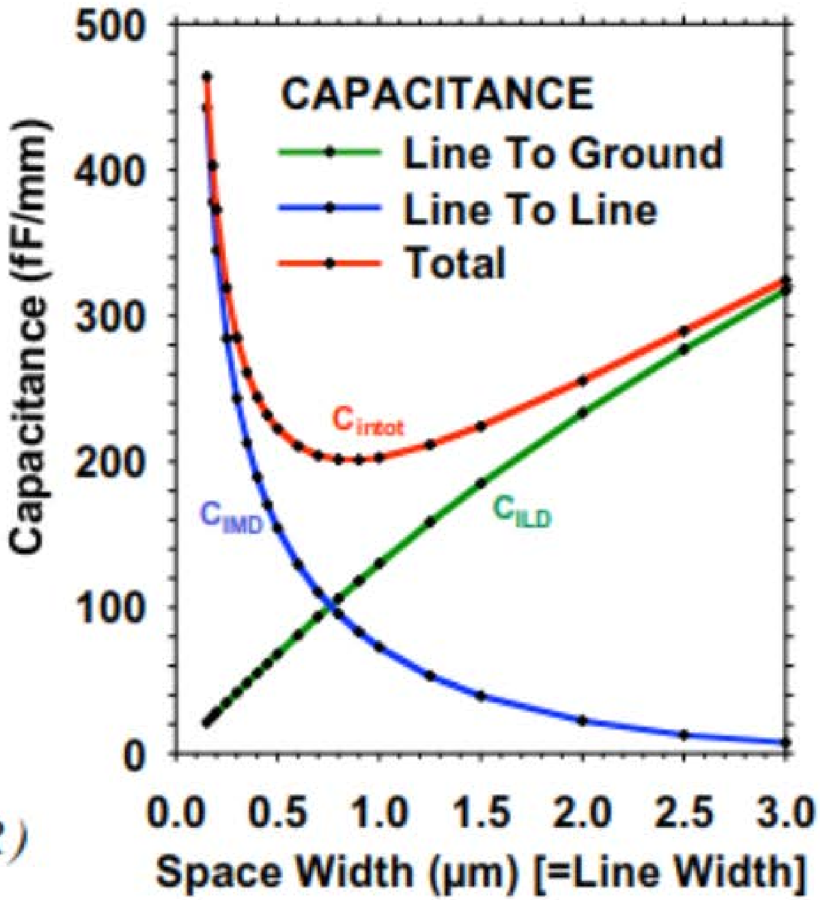


# Capacidades parásitas en un CI




**In general**

$$C_{inttot} = C_{ILD} + C_{IMD} = 2l\left(\frac{\varepsilon_{ILD}}{AR} + \varepsilon_{IMD} AR\right)$$



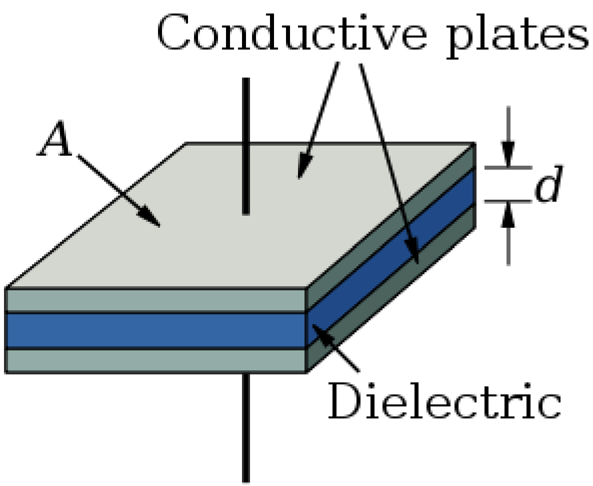

*Stanford: EE311*

# Condensador

- Mecanismo físico
  - Al aplicar tensión $v$ aparecen cargas en las placas: $+q$ y $-q$
  - La carga almacenada depende de la tensión $v$ aplicada

$$q(t) = C(t)\,v(t)$$

  - $C$ se denomina **capacidad** y su unidad es el Faradio (F)
  - 1 F = 1 C / 1 V




$$\boxed{C = \varepsilon \frac{A}{d}}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_r \varepsilon_0 = \varepsilon_r * 8.8542 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$$

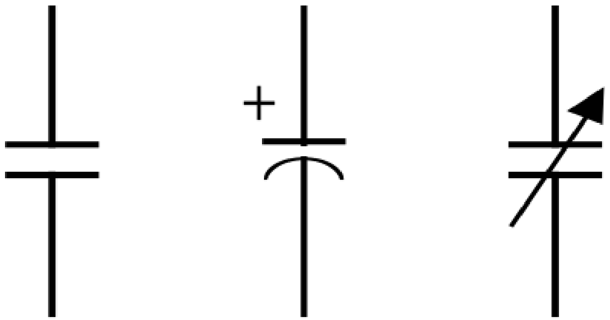
# Condensador

- Relación corriente-voltaje de un condensador ideal

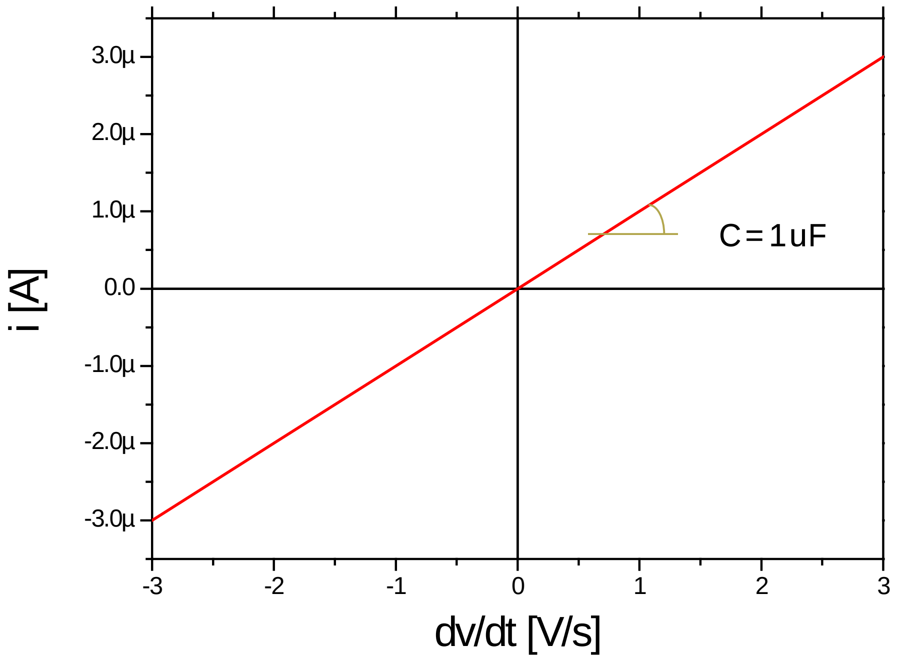
$$q(t) = C\,v(t) \Rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cv)}{dt} = C\,\frac{d(v)}{dt}$$

$$\boxed{i = C\,\frac{dv}{dt}}$$

- Símbolo circuital



Imágen: Wikimedia Commons



# Condensador

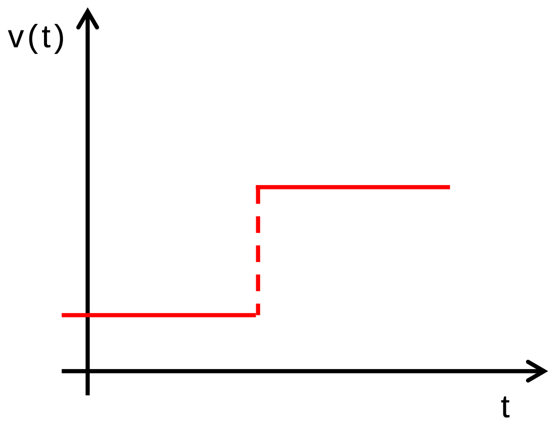
- Relación voltaje – corriente

$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow v(t) = \frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\tau)d\tau \Rightarrow v(t) = v(t_0) + \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t} i(\tau)d\tau$$

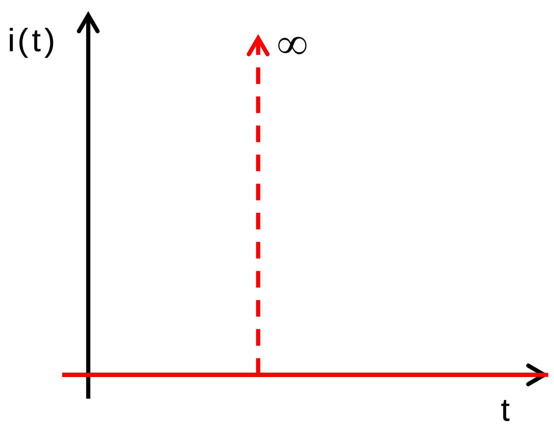
- Condición de continuidad de la tensión

$$v(t_0^{+}) = \frac{1}{C}\int_{t_0}^{t_0^{+}} i(\tau)d\tau + v(t_0) = v(t_0)$$

  – La tensión **NO** puede tener discontinuidades en el tiempo




$$i(t) = C\frac{dv}{dt}$$



# Condensador

- Potencia y energía del condensador:
  - TI: la potencia instantánea de un elemento es *v*i*, por tanto en C:

$$p(t) = v(t) * i(t) = v(t) C \frac{dv(t)}{dt}$$

  - Cálculo de la energía total almacenada

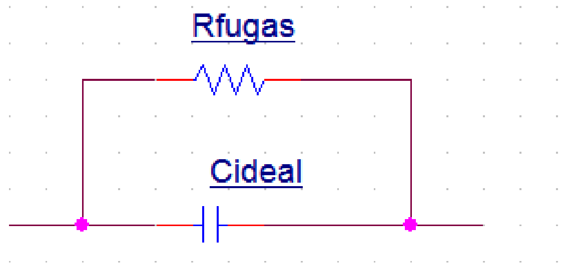
$$\boxed{w(t) = C \int_{-\infty}^{t} v(\tau)\, dv(\tau) = C \frac{v(t)^2}{2} - \cancel{C \frac{v(-\infty)^2}{2}}}$$

# Condensador

- Propiedades del condensador:
  - El condensador **sí** puede tener saltos de corriente
  - Si la tensión entre terminales no cambia la corriente que circula por el condensador es **nula**.
    - Condensador en DC equivale a un **circuito abierto**

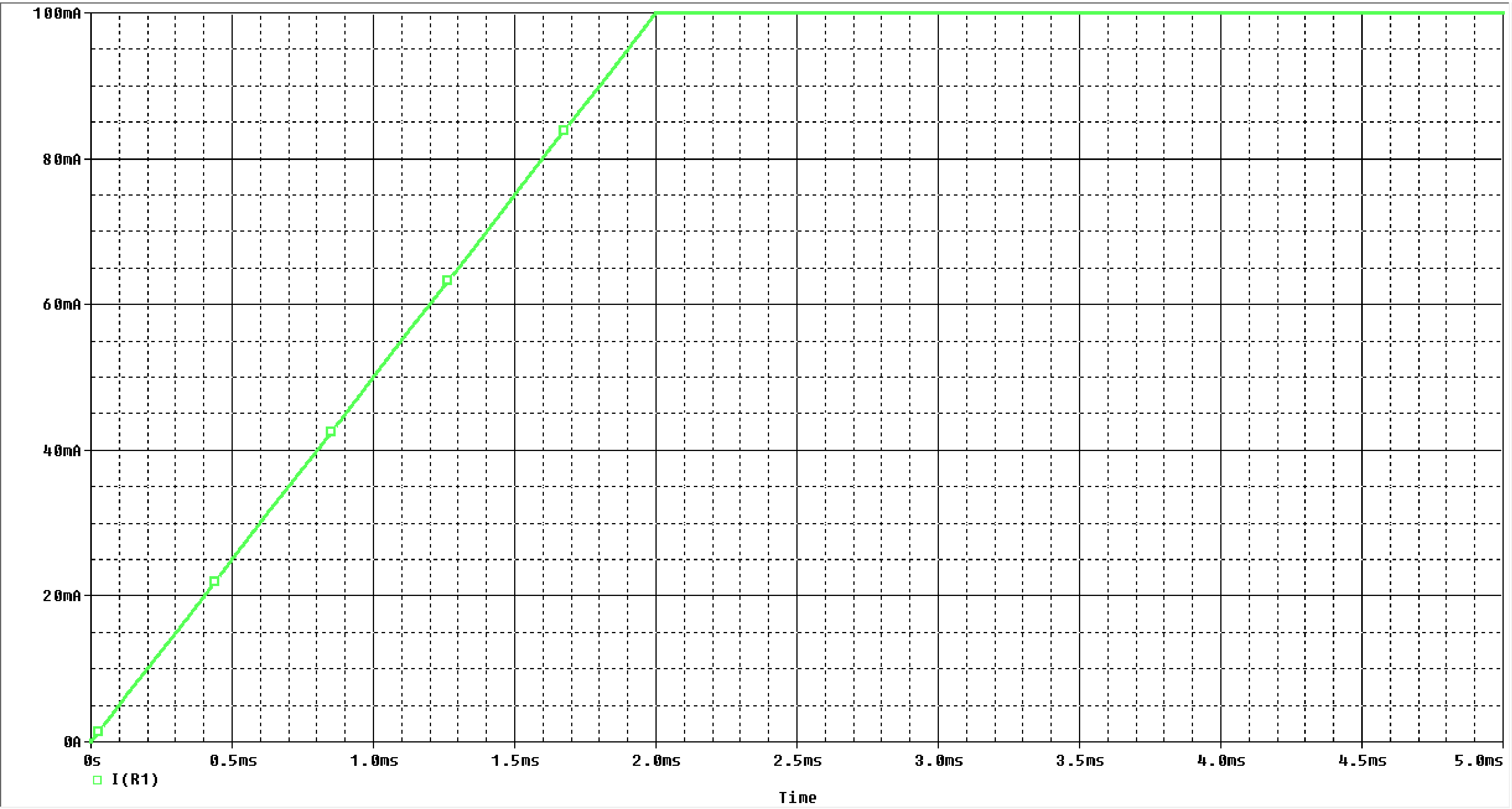
$$i(t) = C\frac{dv(t)}{dt} = C\frac{d(K)}{dt} = C \times 0 = 0\ A$$

  - Condensador ideal no disipa energía: la almacena (en forma de campo eléctrico) según aumenta |v(t)| y la libera según disminuye.
  - El condensador **real** se descarga con el tiempo. Modelo simple: condensador ideal en paralelo con una resistencia debida a las fugas



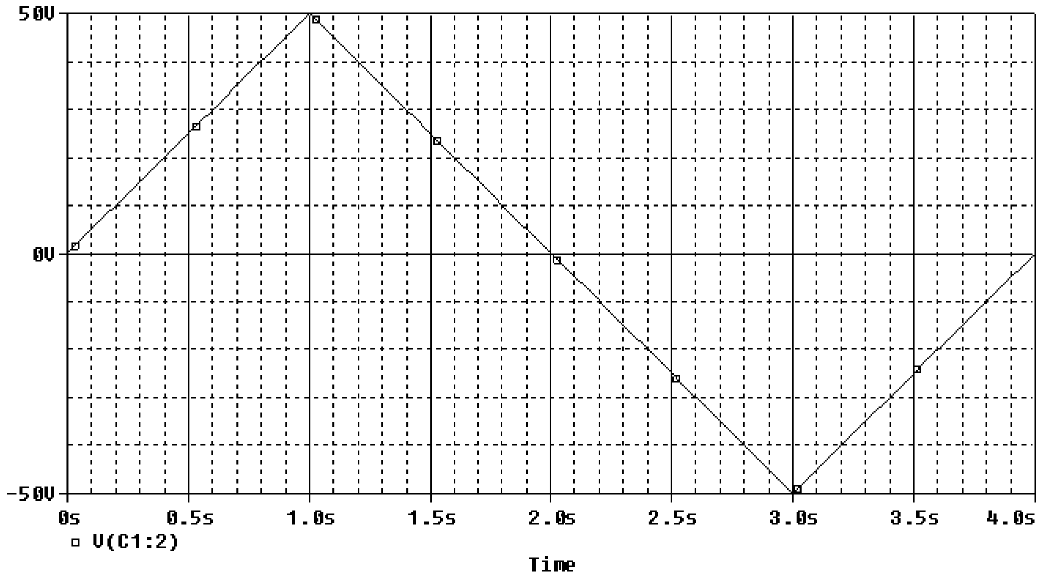
# Condensador

- Ej. C de 1 mF descargado en $t = 0$ fluye la corriente de la figura. Calcular tensión en $t = 2$ ms y t = 5 ms.



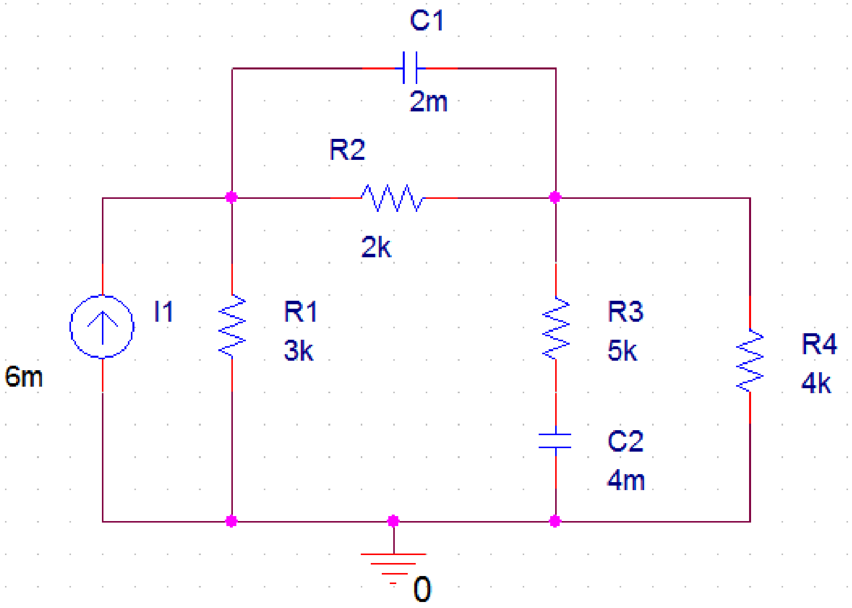
# Condensador

- Ej: determinar la corriente que fluye por un C de 200$\mu$F



# Condensador

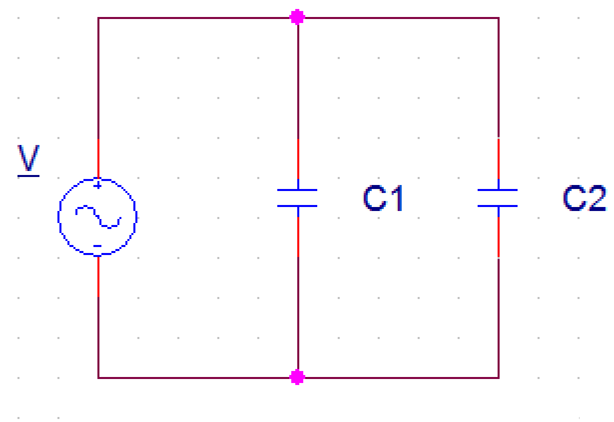
- Calcular energía almacenada en cada condensador



# Condensador

- Asociación de condensadores en paralelo
  - Aplicando KCL a nodo superior

$$i_v = i_{C1} + i_{C2}$$

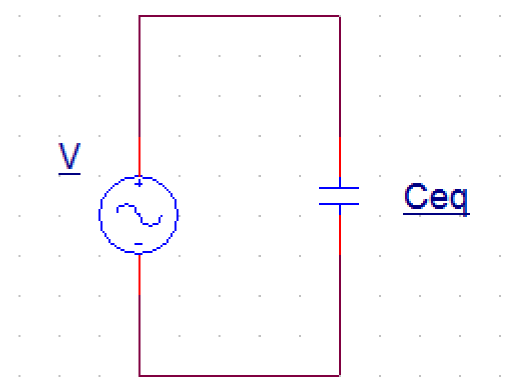



  - Aplicando relación I-V del condensador

$$i_v = C_1 \frac{dv}{dt} + C_2 \frac{dv}{dt} = \left(C_1 + C_2\right) \frac{dv}{dt}$$

  - Circuitos equivalentes si

$$C_{eq} = \left(C_1 + C_2\right)$$




  - Con N condensadores en paralelo

$$\boxed{C_{eq} = \sum_{n=1}^{N} C_n}$$

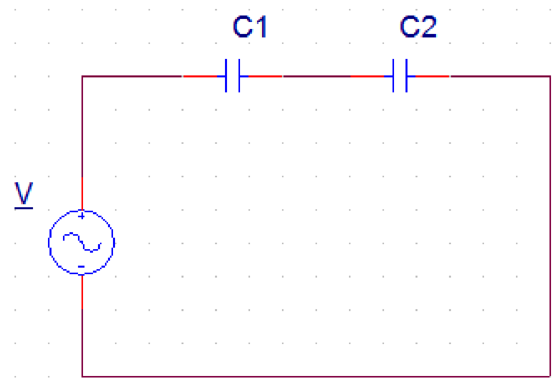
# Condensador

- Asociación de condensadores en serie
  - Aplicando KVL a la malla

$$v = v_{C1} + v_{C2}$$

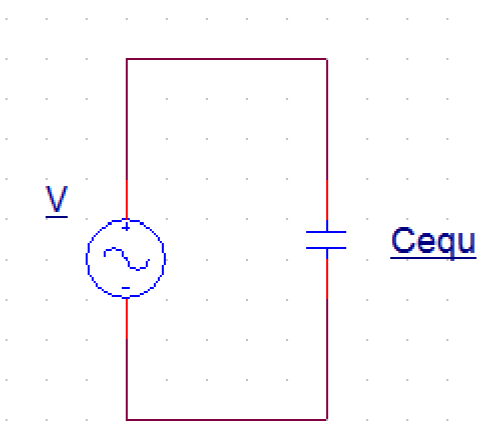
  - Aplicando relación V-I del condensador

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= \frac{1}{C_1}\int_{t_0}^{t} idt + v_1(t_0) \\ v_2 &= \frac{1}{C_2}\int_{t_0}^{t} idt + v_2(t_0) \end{aligned}\right\} v = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)\int_{t_0}^{t} idt + v_1(t_0) + v_2(t_0)$$




  - Equivale al circuito de abajo si

$$\frac{1}{C_{equ}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$




  - Con N condensadores en serie

$$\boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{C_n}}$$

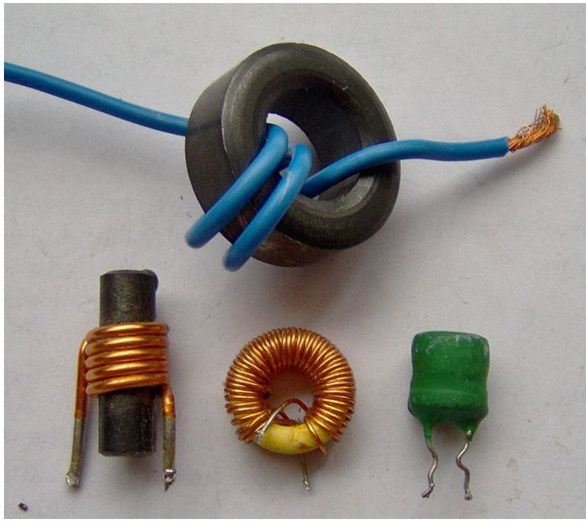
# Bobinas

- Elemento pasivo que almacena energía en forma de campo magnético
- La bobina más sencilla es el solenoide recto
  - Arrollamiento de cable en espiral sobre un núcleo de un material magnético
  - Al circular corriente se produce un campo magnético
  - **Inductancia**: relación entre flujo magnético y corriente

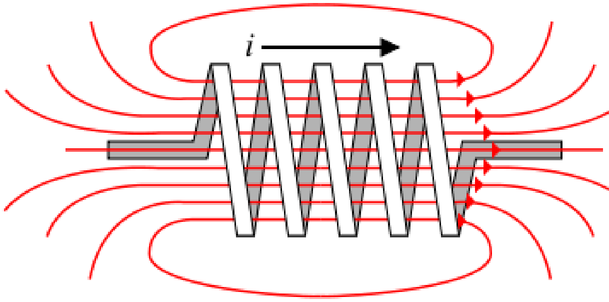
$$L = \frac{\phi}{i}; \;\; L = \frac{d\phi}{di}\left(no\ lineales\right)$$

  - Faraday demostró que las variaciones de flujo magnético producen una *fem* (tensión)

$$v = \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi}{di}\frac{di}{dt} = L\frac{di}{dt}$$



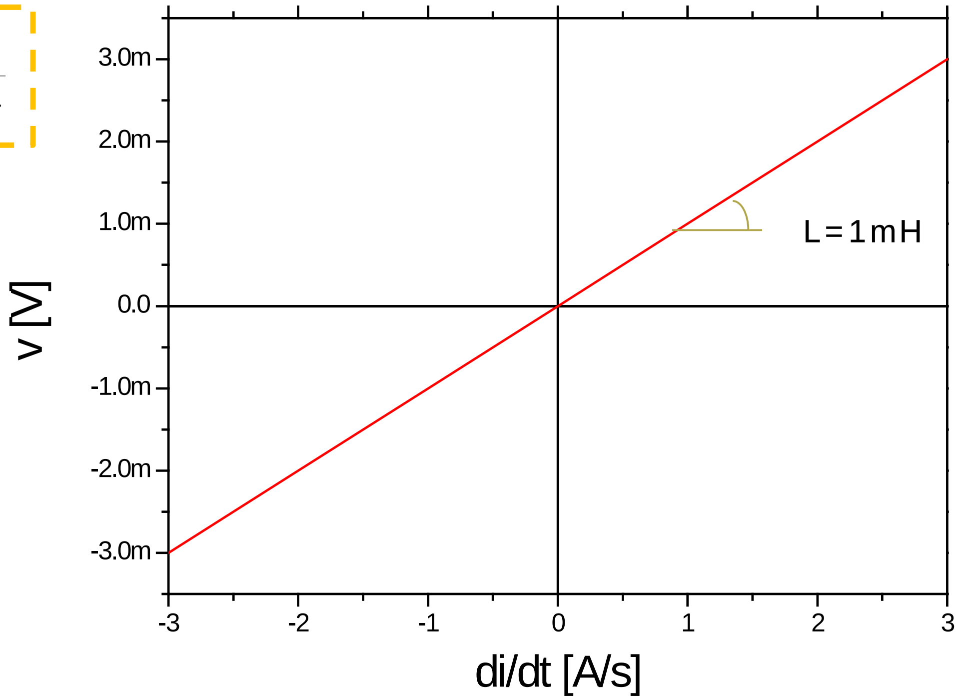
Fotografía: wikimedia commons



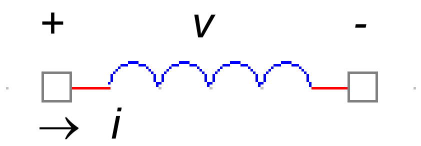
# Bobinas

- Relación voltaje-corriente de una bobina ideal

$$\boxed{v = L\frac{di}{dt}}$$




- $[L]$=H (Henrio)
- Símbolo circuital




- Si $\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow v = L\frac{di}{dt} = 0$
  - En DC la bobina es un **cortocircuito**

# Bobinas

- Relación *i*-*v* de la bobina

$$v = L\frac{di}{dt} \Rightarrow di = \frac{1}{L}vdt \Rightarrow \int_{t_0}^{t} di = \int_{t_0}^{t} \frac{1}{L}vdt$$

$$i(t) = \frac{1}{L}\int_{t_0}^{t} vdt + i(t_0)$$

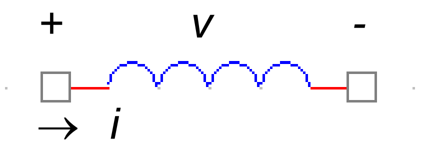
  - La bobina tiene memoria de su historia pasada
  - No puede haber discontinuidades de corriente

- Ej: calcular la corriente por una bobina de 5H si

$$v(t) = \begin{cases} 0 & si \;\; t < 0 \\ 30t^2 & si \;\; t > 0 \end{cases}$$

# Bobinas

- Potencia en una bobina:




$$p(t) = v(t)i(t) = L\frac{di}{dt}i = Li\frac{di}{dt}$$

  – Sin variaciones de corriente no hay potencia
  – Al igual que el condensador, puede ser positiva o negativa

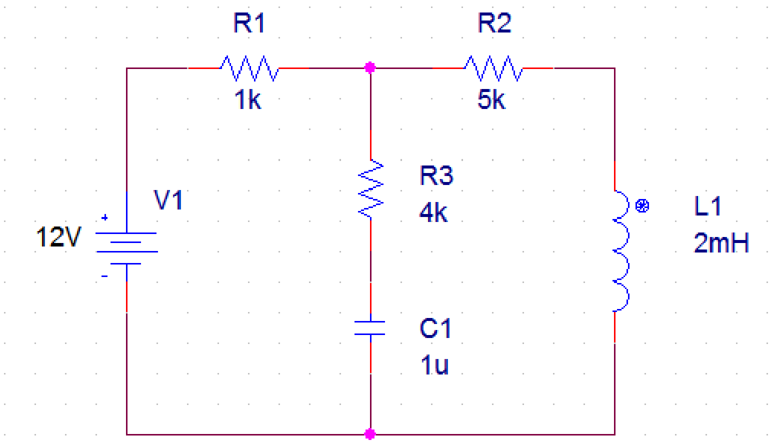
- Energía almacenada

$$\boxed{w(t) = \frac{1}{2}L[i(t)]^2}$$

  – Solamente depende del valor absoluto de la corriente y la inductancia

# Bobinas

- Ej. Calcular energía almacenada en C y L en DC



# Bobinas

- Asociación de bobinas en serie
  - Aplicando KVL a nodo superior

$$v = v_{L1} + v_{L2}$$

  - Aplicando relación *V-I* de la bobina

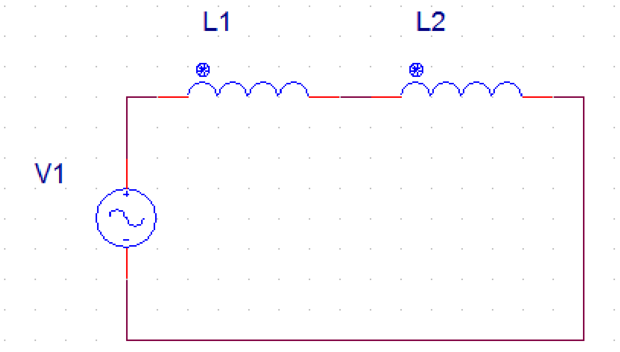
$$\left.\begin{aligned} v_1 &= L_1 \frac{di}{dt} \\ v_2 &= L_2 \frac{di}{dt} \end{aligned}\right\} v = \left(L_1 + L_2\right)\frac{di}{dt}$$

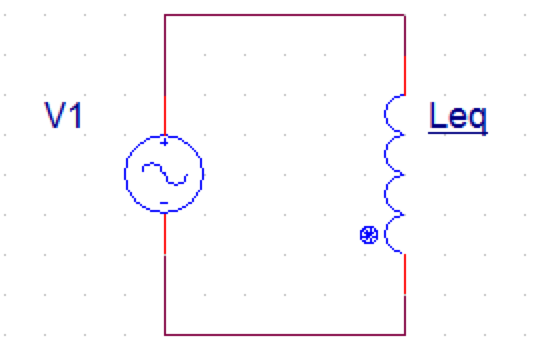
  - Equivale al circuito de abajo si

$$L_{eq} = L_1 + L_2$$

  - Con N bobinas en serie

$$\boxed{L_{eq} = \sum_{n=1}^{N} L_n}$$

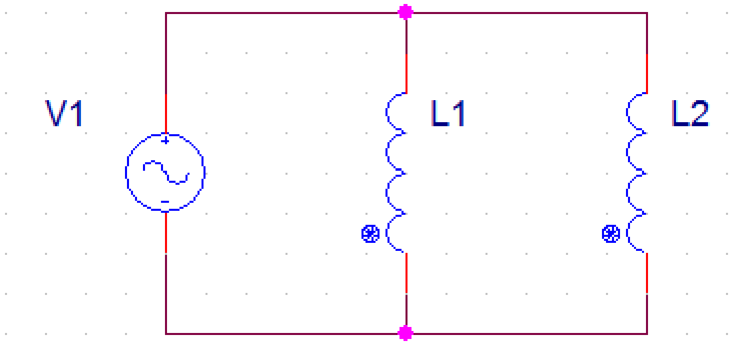


# Bobinas

- Asociación de bobinas en paralelo
  - Aplicando KCL a nodo superior

$$i_v = i_{C1} + i_{C2}$$

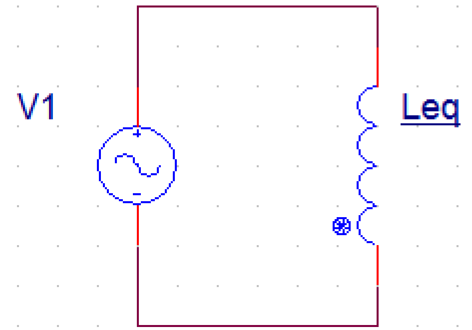



  - Aplicando relación I-V de la bobina

$$\left.\begin{aligned} i_1 &= \frac{1}{L_1}\int_{t_0}^{t} v\,dt + i_1(t_0) \\ i_2 &= \frac{1}{L_2}\int_{t_0}^{t} v\,dt + i_2(t_0) \end{aligned}\right\} i = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right)\int_{t_0}^{t} v\,dt + i_1(t_0) + i_2(t_0)$$

  - Equivale al circuito de abajo si

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}$$




  - Con N bobinas en paralelo

$$\boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{L_n}}$$

# Resumen

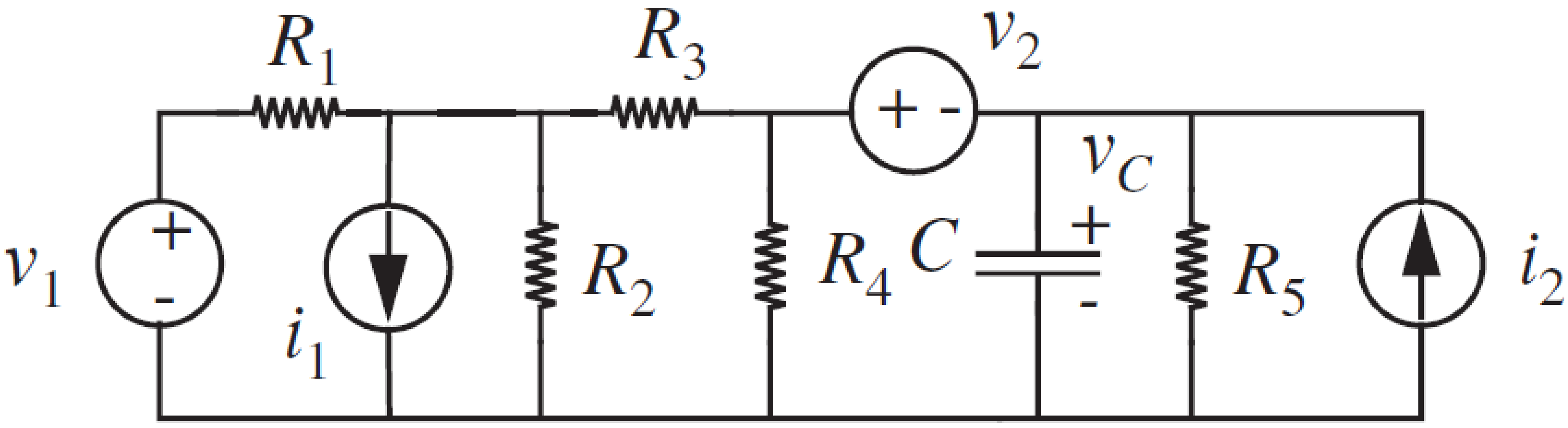
| Relación | Resistencia | Condensador | Bobina |
|---|---|---|---|
| *v-i* | $v = Ri$ | $v = \frac{1}{C}\int idt + v(t_0)$ | $v = L\frac{di}{dt}$ |
| *i-v* | $i = \frac{1}{R}v$ | $i = C\frac{dv}{dt}$ | $i = \frac{1}{L}\int vdt + i(t_0)$ |
| *p* (*R*) ó *w* (*L*,*C*) | $p = i^2R = \frac{v^2}{R}$ | $w = \frac{1}{2}Cv^2$ | $w = \frac{1}{2}Li^2$ |
| serie | $R_{eq} = \sum_{n=1}^{N} R_n$ | $\frac{1}{C_{eq}} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{C_n}$ | $L_{eq} = \sum_{n=1}^{N} L_n$ |
| paralelo | $\frac{1}{R_{eq}} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{R_n}$ | $C_{eq} = \sum_{n=1}^{N} C_n$ | $\frac{1}{L_{eq}} = \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{L_n}$ |
| en DC | Igual | Circuito abierto | Cortocircuito |
| Variable que **no** puede cambiar bruscamente | Ninguna | Tensión | Corriente |

# Análisis transitorio de circuitos de primer y segundo orden

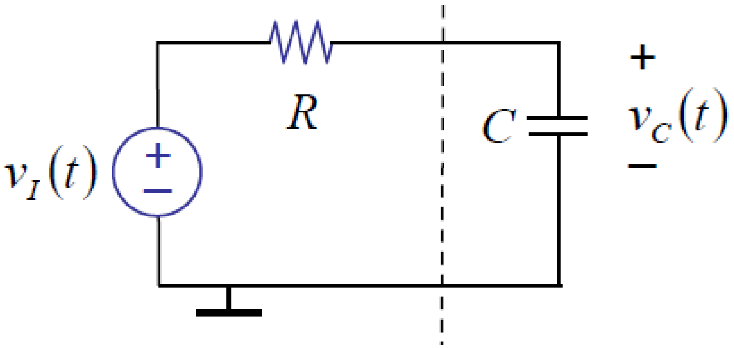
- Vamos a estudiar con combinaciones de R, L y C.
  - Primero circuitos simples:
    - R y C
    - R y L
  - T1: Los circuitos con resistencias y fuentes dan por resultado ecuaciones algebraicas.
  - Al aparecer C y L hay que resolver **ecuaciones diferenciales**.
  - Cuando solo aparece la primera derivada (RC o RL) se denomina ecuación (o circuito) “de primer orden”.
  - Cuando aparece además un segunda derivada se denomina “de segundo orden”.

# Circuito RC

- ¿Cómo se podría resolver este circuito?



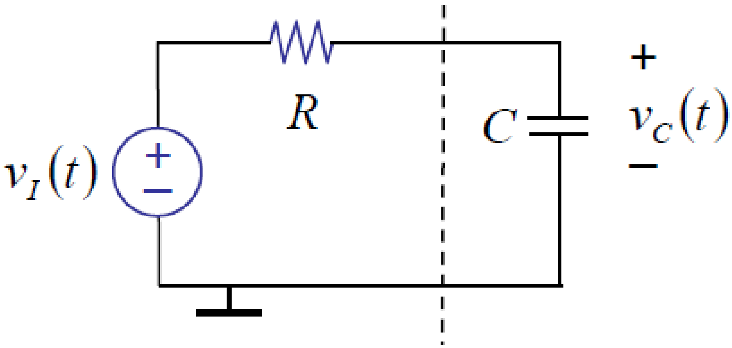
# Circuito RC



# Método para resolver ED simples

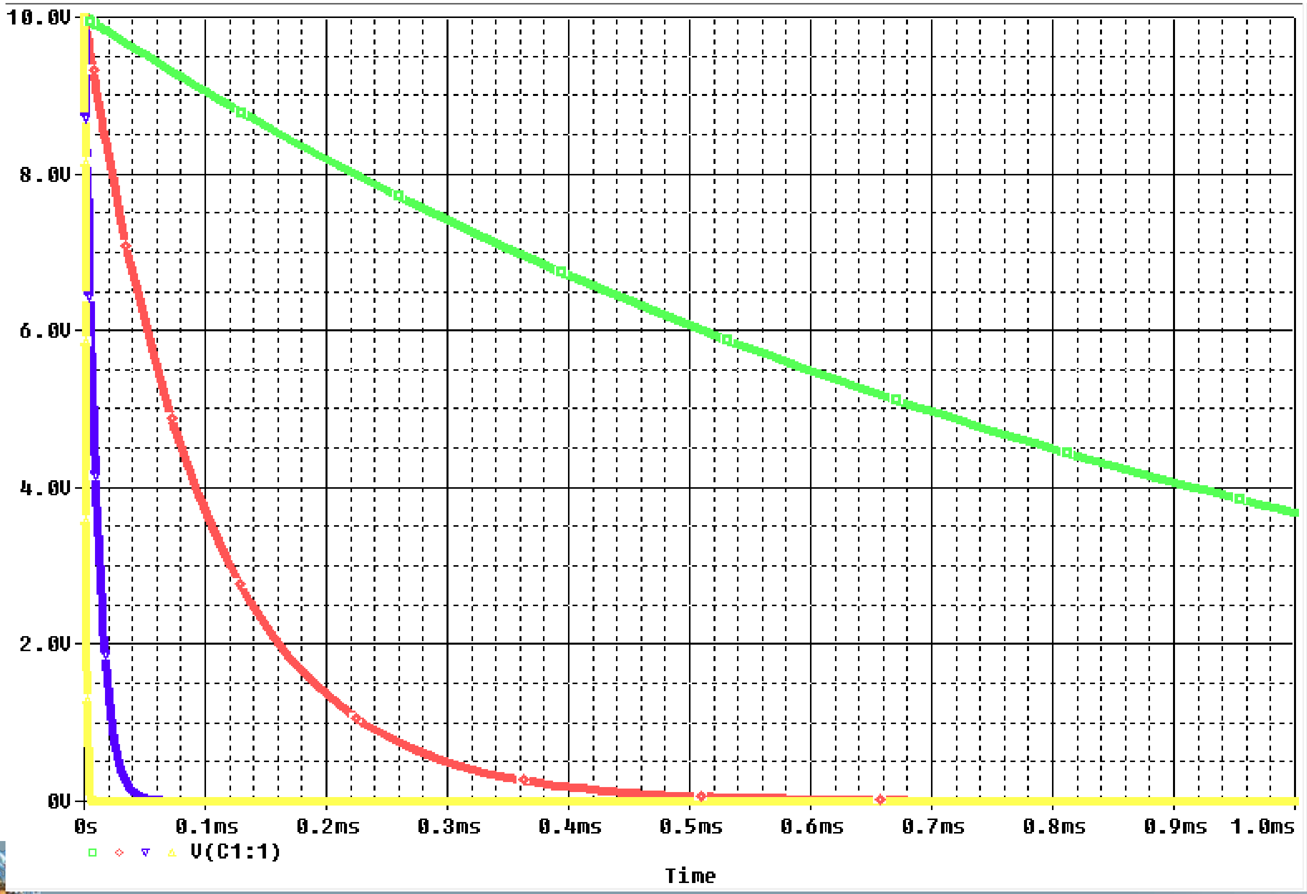
- 1) Encontrar una solución particular
- 2) Encontrar una solución homogénea (general)
- 3) La solución de la ED es la suma de 1) y 2)
- 4) Imponer condiciones particulares

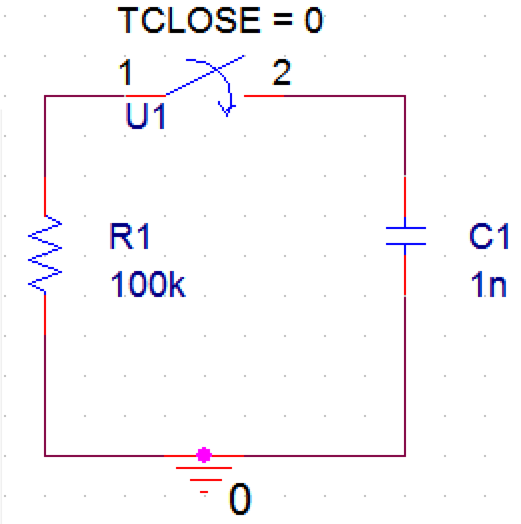
# Circuito RC




# Circuito RC sin fuentes

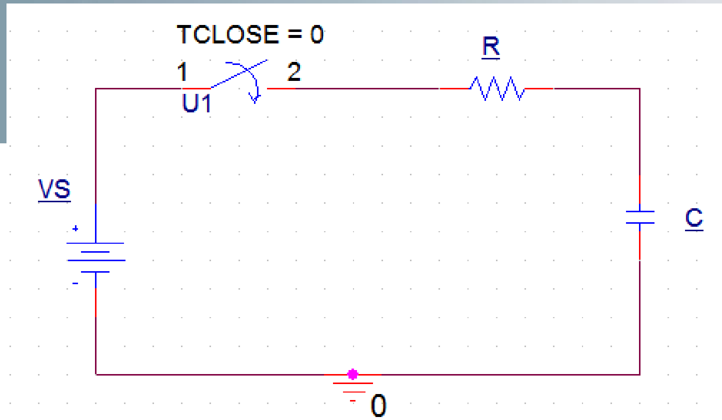
- Descarga de un condensador a través de una resistencia
  - R1 de 1Meg, 100k, 10k y 1k



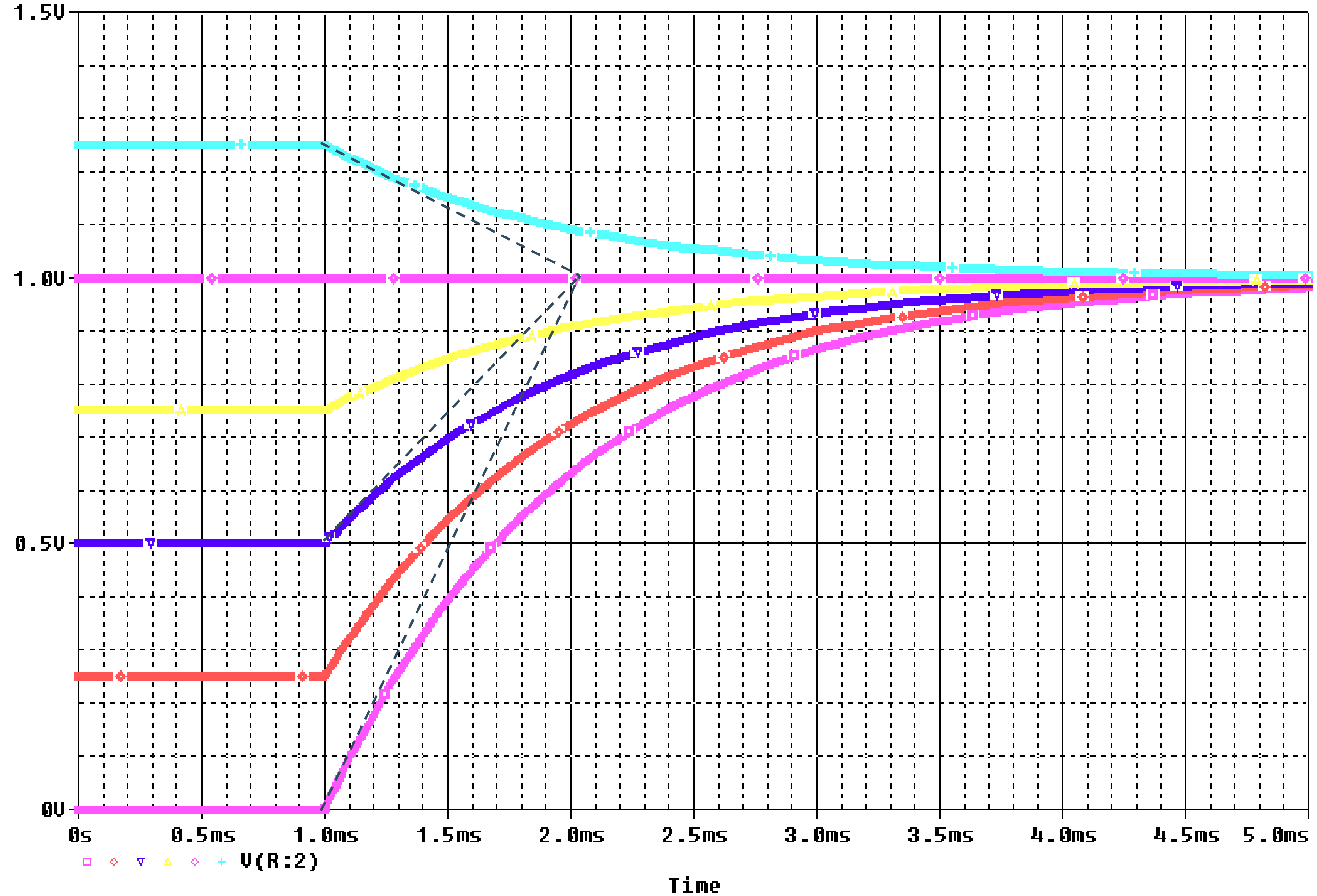




$$v(t) = v_0 e^{-\frac{1}{RC}(t-t_0)}$$

# Circuito RC con fuentes

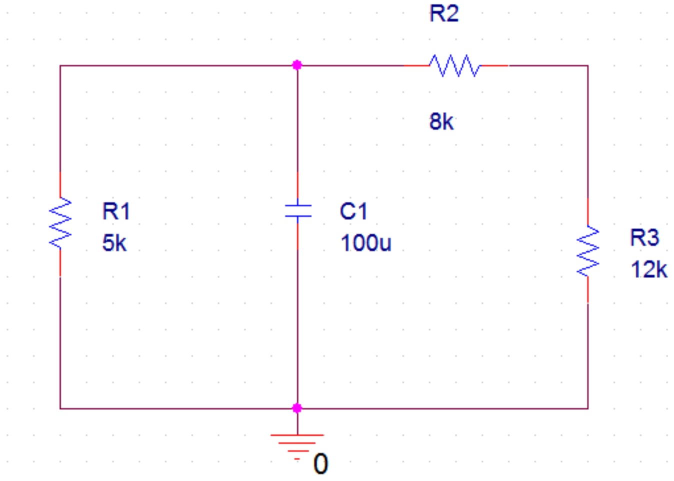



- C cargado a $v_0$, fuente de tensión
  - Ej: C de 1uF, R de 1kohm, tclose=1ms
    - V(0)=0, 0.25, 0.5, 0.75, 1, 1.25



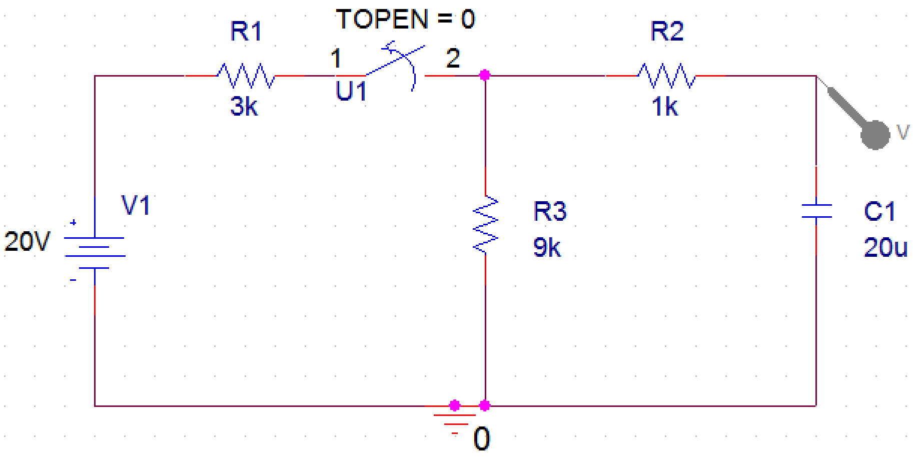
# Circuito RC sin fuentes

- Ej: condensador cargado a 15V en t=0. ¿$V_{R3}$?

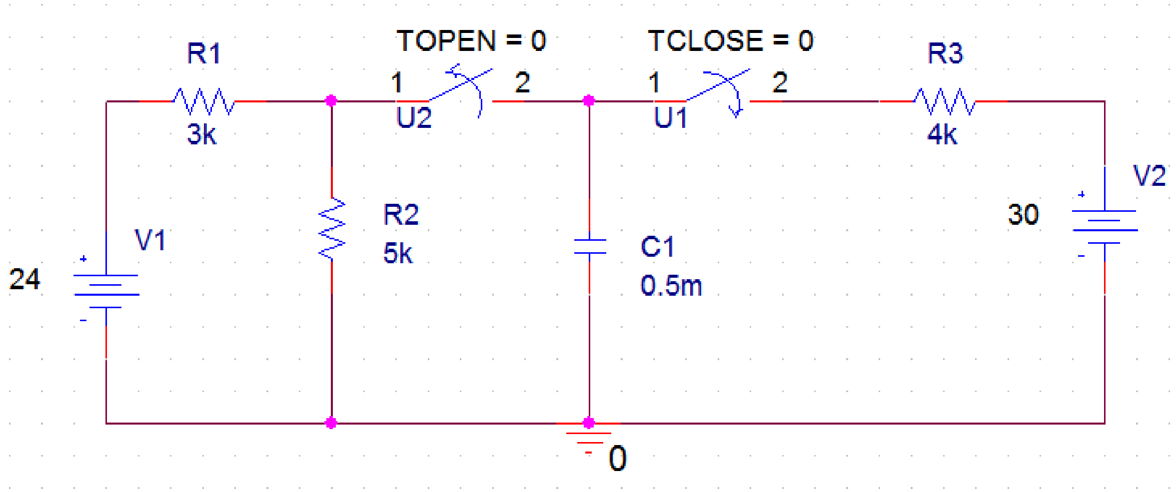


# Circuito RC sin fuentes

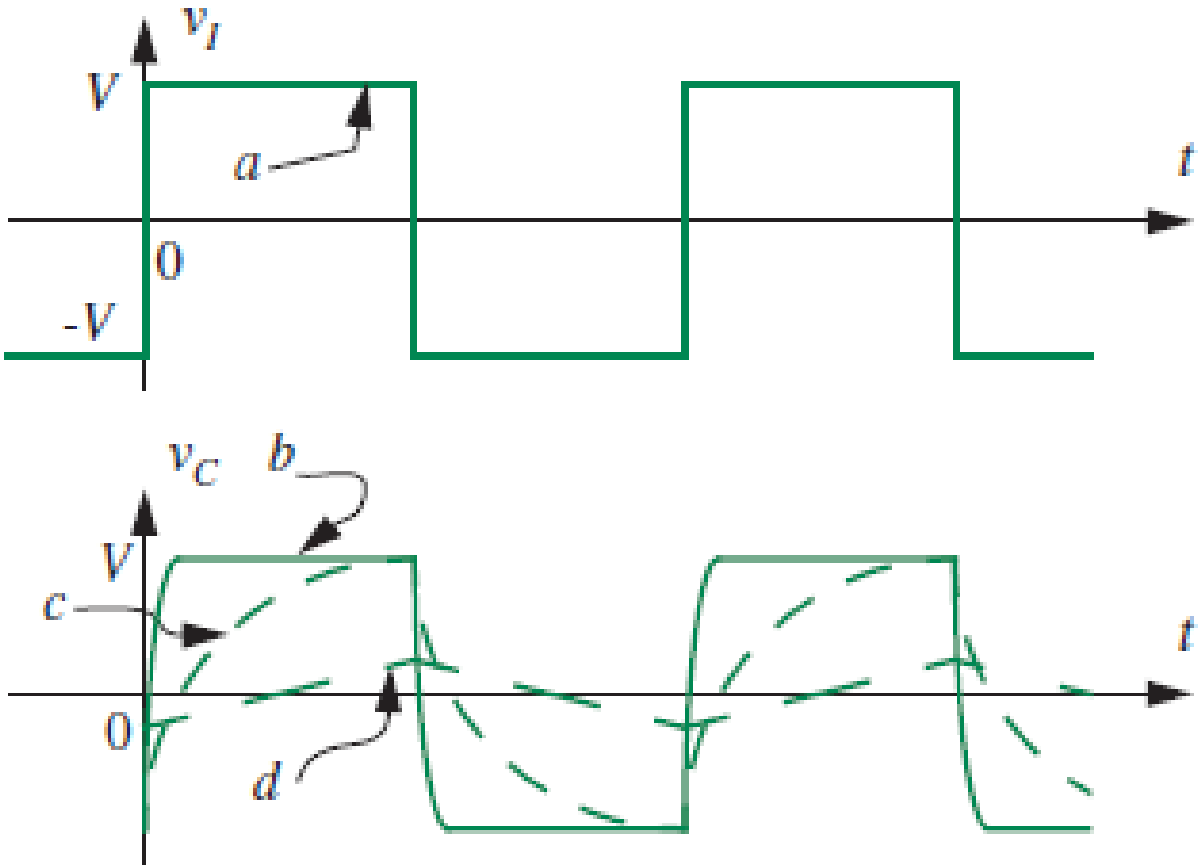
- Ej: ¿v(t)?



# Circuito RC con fuentes

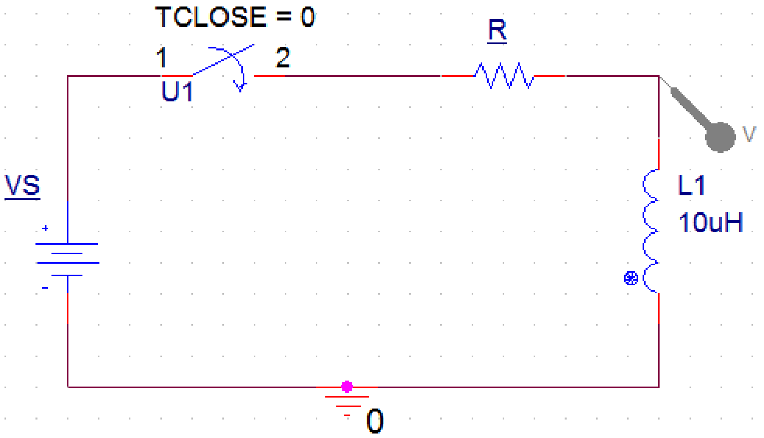


# Respuesta a un tren de pulsos



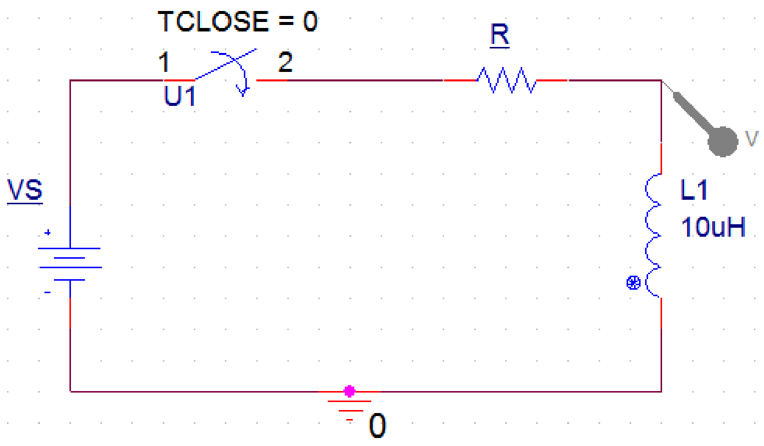
# Circuito RL

- Vamos a realizar un ejercicio análogo con inductancias
- Bobina con inductancia L que se conecta a una fuente de tensión
  - Inicialmente corriente nula
  - Tensión en *R* nula
    - Toda cae en la bobina
  - Aumenta la corriente
  - Aumenta la tensión en la resistencia
  - La corriente se va estabilizando hasta que toda la tensión cae en la resistencia -> la corriente de la bobina ya no aumenta más -> estacionario




$$\boxed{i(t) = \frac{V_S}{R}\left[1 - exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]}$$

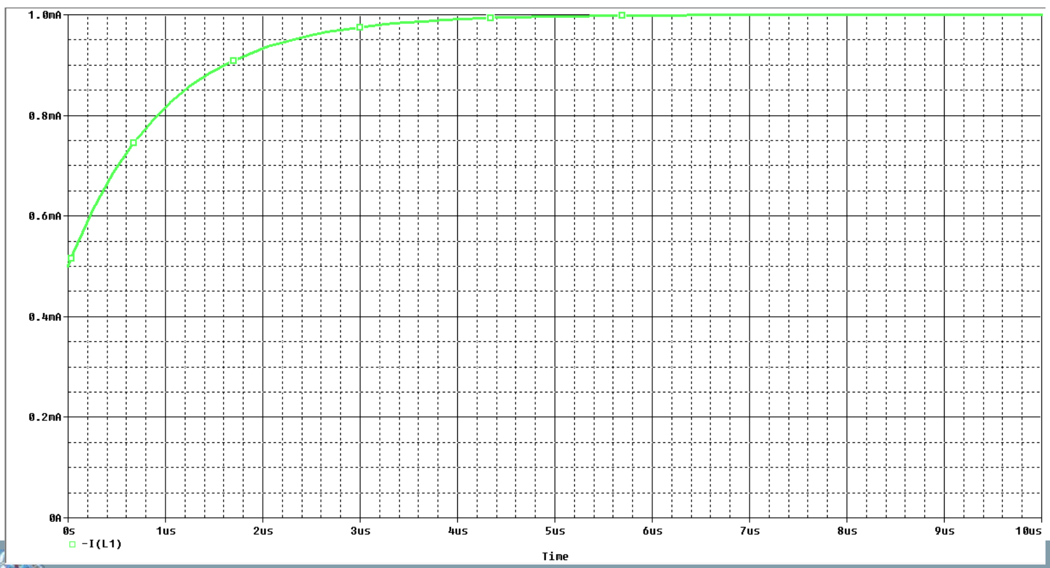
# Circuito RL

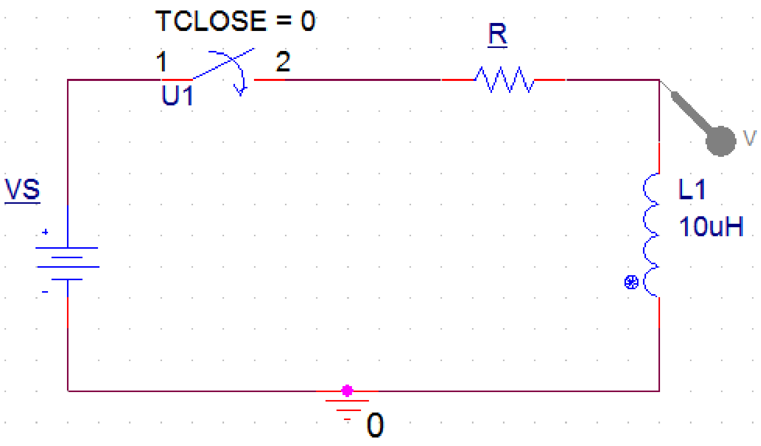


# Circuito RL

- Si la bobina tenía corriente $I_0$ y el interruptor se cierra en $t_0$

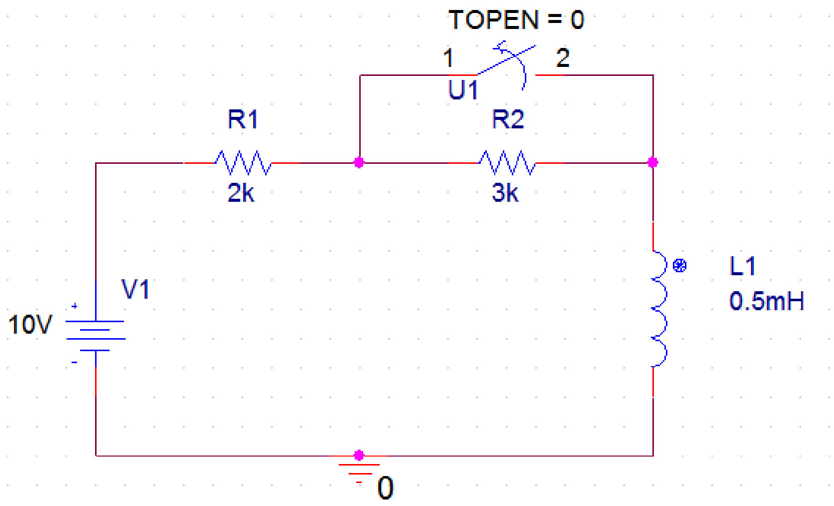
$$i(t)=\begin{cases} I_0 & t<t_0 \\ \dfrac{V_S}{R}+\left(I_0-\dfrac{V_S}{R}\right)\exp\left(-\dfrac{t-t_0}{\tau}\right) & t>t_0 \end{cases}$$



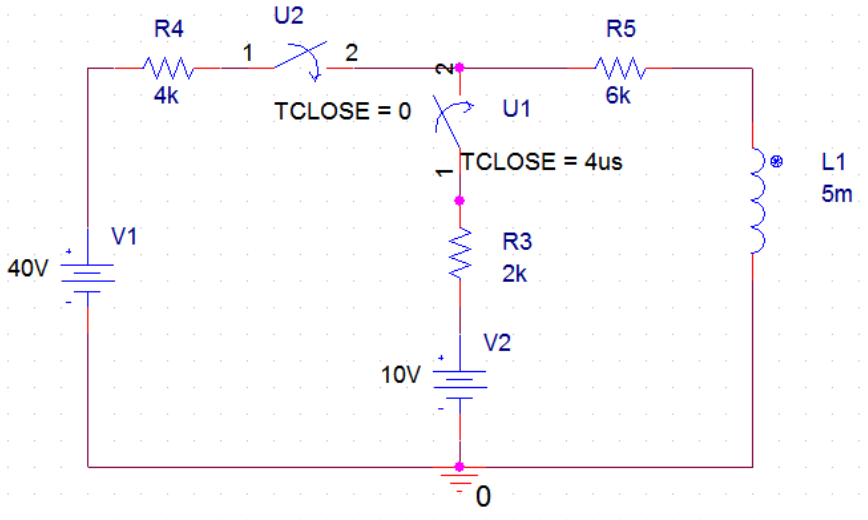
# Circuito RL

- Ej: calcular la corriente en la bobina

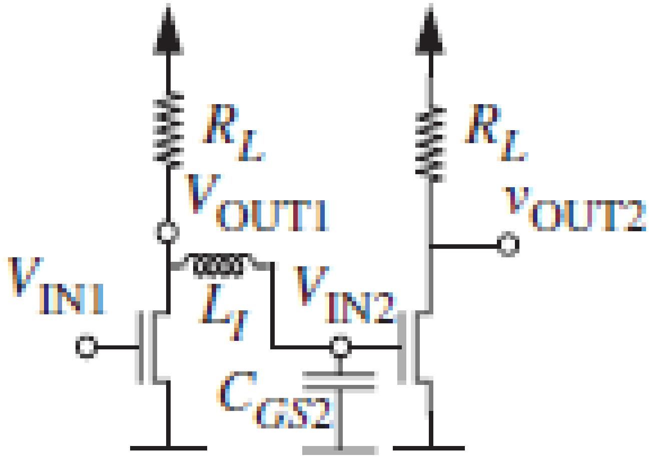


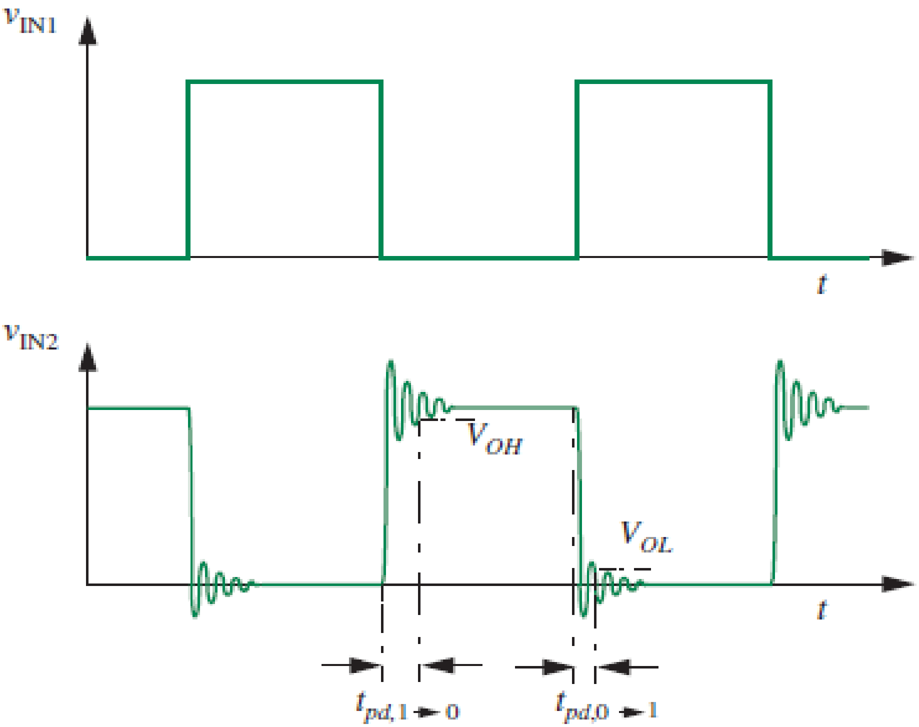
# Circuito RL

- Ej: calcular la corriente en la bobina



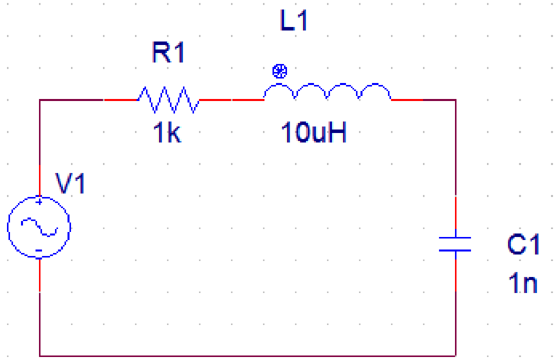
# Circuitos de segundo orden

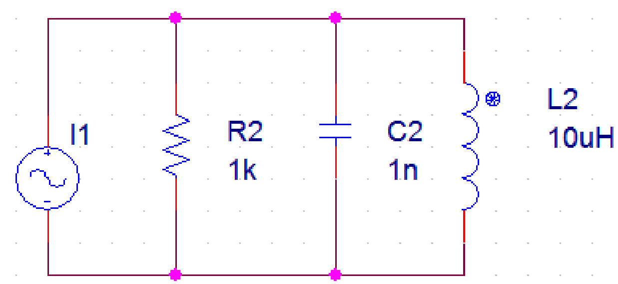


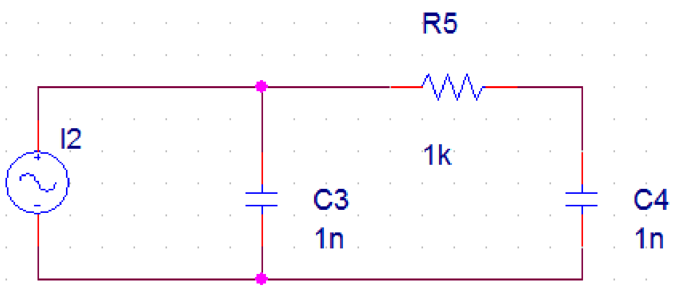



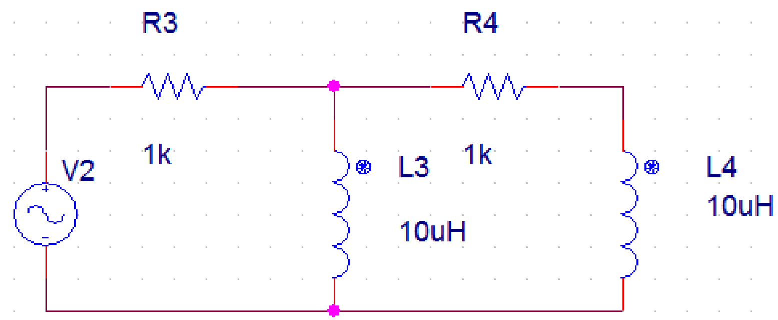
# Circuitos de segundo orden

- Cuando hay más de un elemento que almacena energía, la ecuación diferencial aumenta el orden
  - Típicamente dos elementos (C y L, C y C, L y L) producen una ecuación de segundo orden
    - Siempre y cuando los elementos de segundo orden no puedan combinarse.



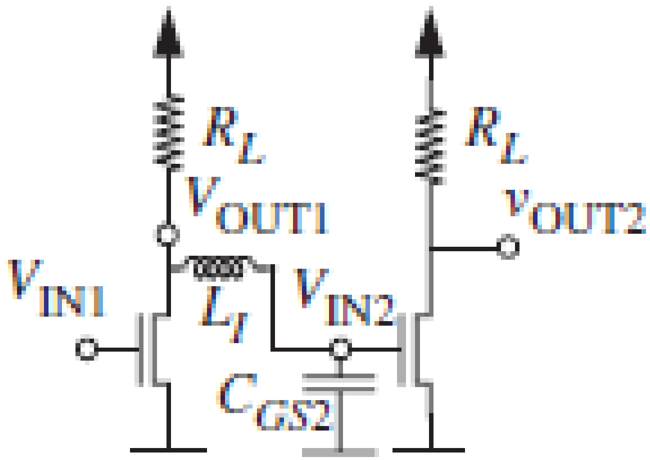
# Circuitos de segundo orden

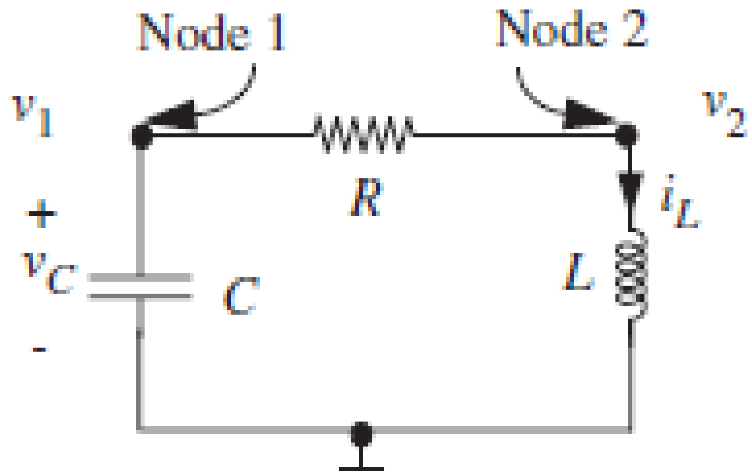
- Para resolverlos será necesario conocer tantas *condiciones de contorno* como el orden del sistema

$$i_L(0), v_C(0), \frac{dv_C(0)}{dt}, \frac{di_L(0)}{dt}, i_L(\infty), v_C(\infty)...$$

  - Circuitos de segundo orden: 2 condiciones
  - Cada problema concreto requerirá una estrategia diferente

# Circuito RLC serie sin fuente

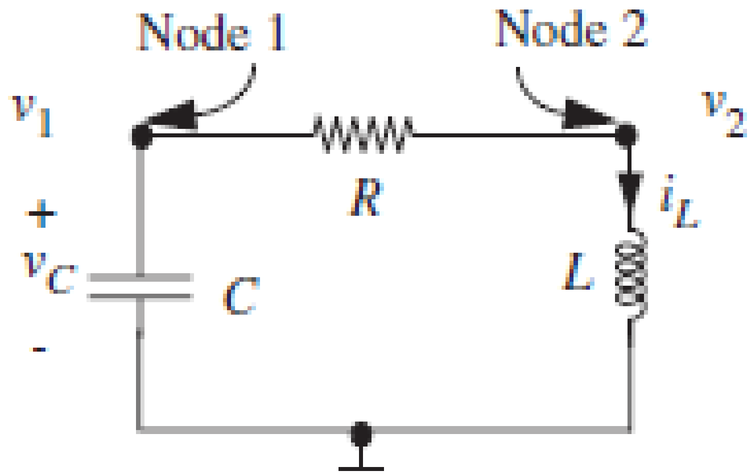


# Circuito RLC serie sin fuente

$$-C\frac{dv_1}{dt}-\frac{v_1-v_2}{R}=0$$

$$-\frac{v_2-v_1}{R}-\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}v_2(\tau)\,d\tau=0$$



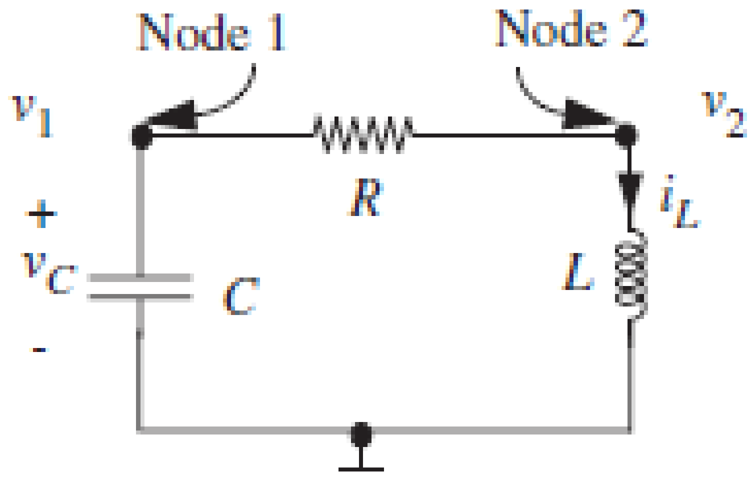

$$v_2=RC\frac{dv_1}{dt}+v_1\Rightarrow$$

$$\frac{RC\frac{dv_1}{dt}+v_1-v_1}{R}+\frac{1}{L}\int_{-\infty}^{t}\left(RC\frac{dv_1}{dt}+v_1\right)d\tau=0\Rightarrow$$

$$\boxed{\frac{d^2v_1}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{dv_1}{dt}+\frac{1}{LC}v_1=0}$$

# Circuito RLC serie sin fuente

$$\frac{d^2v_1}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{dv_1}{dt}+\frac{1}{LC}v_1=0$$




$$v_1=Ae^{st}$$

$$A\left(s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}\right)e^{st}=0\Rightarrow\begin{cases}s_1=-\dfrac{R}{2L}+\sqrt{\left(\dfrac{R}{2L}\right)^2-\dfrac{1}{LC}}\\[2ex] s_2=-\dfrac{R}{2L}-\sqrt{\left(\dfrac{R}{2L}\right)^2-\dfrac{1}{LC}}\end{cases}$$

# Circuito RLC serie sin fuente

$$A\left(s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}\right)e^{st}=0\Rightarrow\begin{cases}s_1=-\dfrac{R}{2L}+\sqrt{\left(\dfrac{R}{2L}\right)^2-\dfrac{1}{LC}}\\[2ex] s_2=-\dfrac{R}{2L}-\sqrt{\left(\dfrac{R}{2L}\right)^2-\dfrac{1}{LC}}\end{cases}$$

- Ecuación **característica:** si la cumple la función elegida es solución
- *s* puede ser real o imaginaria, y también sería solución
- Solución general de la homogénea:

$$v_1 = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

- $s_1$ y $s_2$ lo determinan los elementos del circuito.
- A partir de ellos se calculan $A_1$ y $A_2$ a partir de las condiciones de contorno

# Circuito RLC serie sin fuente

$$A\left(s^2+\frac{R}{L}s+\frac{1}{LC}\right)e^{st}=0\Rightarrow\begin{cases}s_1=-\dfrac{R}{2L}+\sqrt{\left(\dfrac{R}{2L}\right)^2-\dfrac{1}{LC}}\\ s_2=-\dfrac{R}{2L}-\sqrt{\left(\dfrac{R}{2L}\right)^2-\dfrac{1}{LC}}\end{cases}$$

– Por simplificar notación

- **Frecuencia neperiana *o* coeficiente de amortiguamiento exponencial**

$$\alpha=\frac{R}{2L}$$

- **Frecuencia de resonancia**

$$\omega_0=\frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}s_1=-\alpha+\sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}\\ s_1=-\alpha-\sqrt{\alpha^2-\omega_0^2}\end{cases}$$

# Circuito RLC serie sin fuente

– Si $\alpha > \omega_0$ ( $\frac{R}{2} > \sqrt{\frac{L}{C}}$ ) $s_1$ y $s_2$ serán reales

$$\begin{cases} s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \\ s_1 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \end{cases}$$

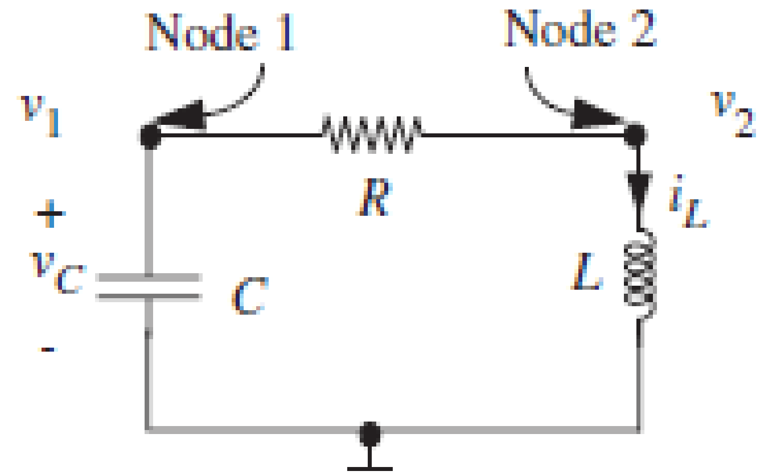
- Además

$$\sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} < \alpha \Rightarrow -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} < -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} < 0$$

- Por tanto, las soluciones son exponenciales *decrecientes*

– Este caso se denomina circuito RLC paralelo **sobreamortiguado**

# Circuito RLC serie sin fuente




– Supongamos que en $t=0$ hay tensión en el condensador y corriente en el circuito

$$v_1(0) = A_1 e^{s_1 0} + A_2 e^{s_2 0} = A_1 + A_2$$

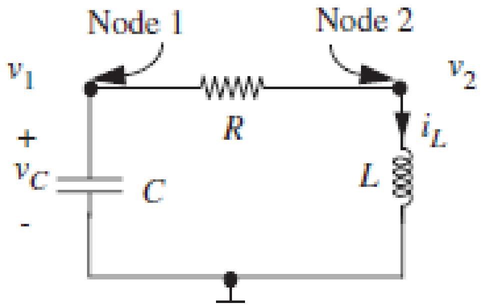
$$\frac{dv_1}{dt}(0) = s_1 A_1 e^{s_1 0} + s_2 A_2 e^{s_2 0} = s_1 A_1 + s_2 A_2 = \frac{-1}{C} i_L(0)$$

# Circuito RLC serie sin fuente

- Ejemplo (valores poco realistas)
  - R=49 ohm, L = 7 H, C= 1/42 F
  - Condensador inicialmente descargado, corriente inicial bobina -5/21 A
  - $\alpha = 3.5; \ \omega_0 = \sqrt{6}, \ s_1 = -1, \ s_2 = -6$
  - Falta por conocer constantes $v_1 = A_1 e^{-t} + A_2 e^{-6t}$
    - $v_1(0) = 0 = A_1 e^{-0} + A_2 e^{-6*0t} = A_1 + A_2 \Rightarrow A_1 = -A_2$
    - $\frac{dv_1}{dt} = -A_1 e^{-t} - 6A_2 e^{-6t} \Rightarrow \frac{dv}{dt}(0) = -A_1 - 6A_2 = -5A_2 = -\frac{i_L}{C} = 10 \Rightarrow$

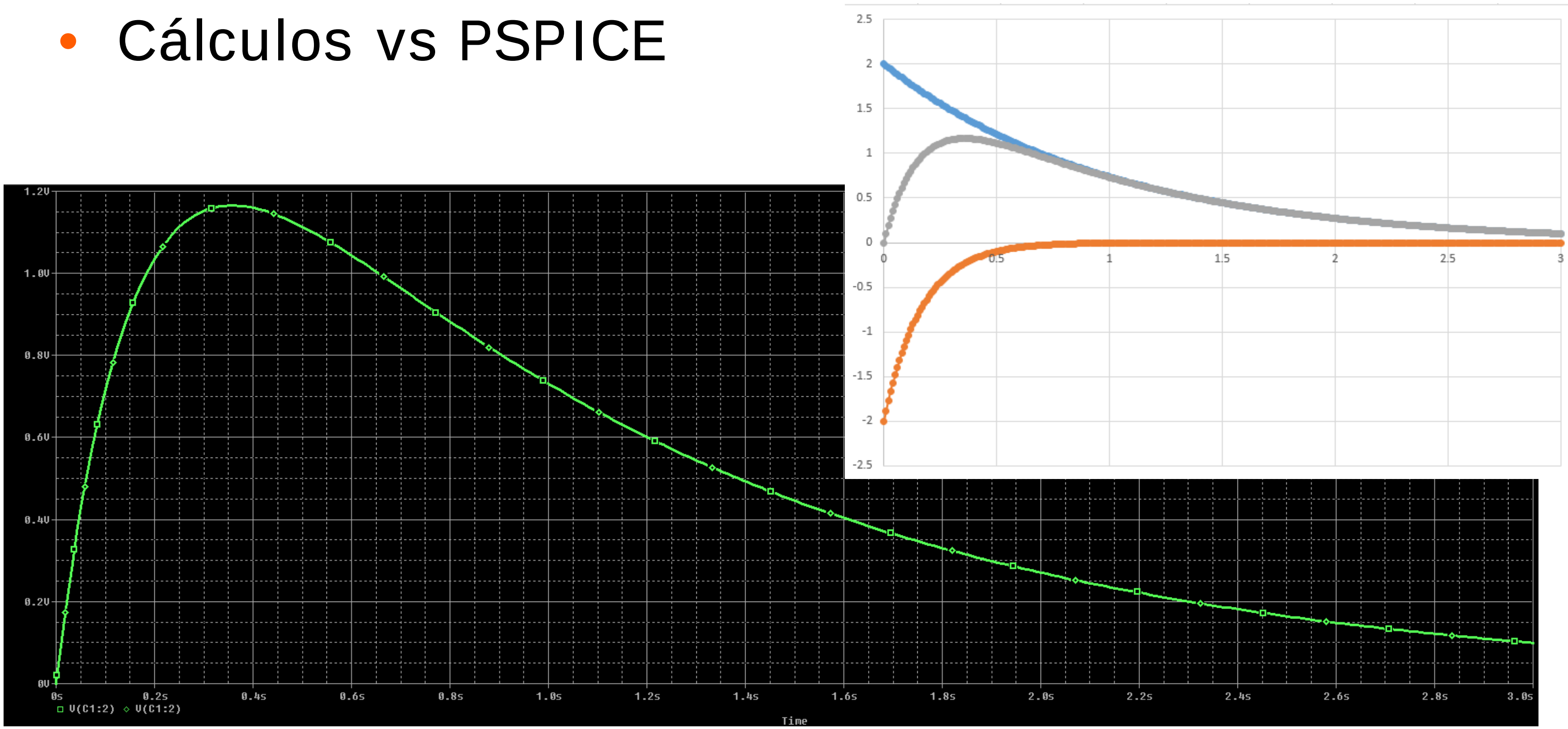
      $\Rightarrow A_2 = -2 \Rightarrow A_1 = 2$
  - Solución:

$$v_1 = 2e^{-t} - 2e^{-6t}$$



# Circuito RLC serie sin fuente

- Cálculos vs PSPICE




– **Sobreamortiguado**: tarda en desvanecerse, sin oscilaciones.

# Circuito RLC serie sin fuente

– Si $\alpha = \omega_0$ ( $R/2=\sqrt{L/C}$ ) la solución de la ecuación diferencial que hemos probado no es correcta -> **amortiguamiento crítico**

- Como esto desde el punto de vista práctico es imposible no lo vamos a analizar
- Cualitativamente, representa una transición entre el caso sobreamortiguado ($\alpha > \omega_0$) y subamortiguado ($\alpha < \omega_0$)

– Si $\alpha < \omega_0$ ( $R/2=\sqrt{L/C}$ ) -> **circuito subamortiguado**

- Solución $v = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\underbrace{\alpha^2 - \omega_0^2}_{<0}} = -\alpha \pm j\underbrace{\sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2}}_{\omega_d} = -\alpha \pm j\omega_d$$

- Al valor $\omega_d$ se le denomina **frecuencia natural de resonancia**

# Recordatorio de 1^er^C de Cálculo

- Ecuación de Euler

$$e^{j\theta} = \cos\theta + jsen\theta; \quad j = \sqrt{-1} \qquad \begin{cases} \cos\theta = \mathrm{Re}\left[e^{j\theta}\right] \\ sen\theta = \mathrm{Im}\left[e^{j\theta}\right] \end{cases}$$

  - Demostración: se desarrolla en serie de Taylor la exponencial, el seno y el coseno, y se compara.

# Circuito RLC serie sin fuente

- Reescribiendo con ecuación de Euler

$$e^{j\theta} = \cos\theta + jsen\theta; \quad j = \sqrt{-1} \qquad \begin{cases} \cos\theta = \mathrm{Re}\left[e^{j\theta}\right] \\ sen\theta = \mathrm{Im}\left[e^{j\theta}\right] \end{cases}$$

$$v(t) = e^{-\alpha t}\left(A_1 e^{j\omega_d t} + A_2 e^{-j\omega_d t}\right) =$$

$$= e^{-\alpha t}\left(A_1\cos(\omega_d t) + A_1 jsen(\omega_d t) + A_2\cos(-\omega_d t) + A_2 jsen(-\omega_d t)\right) =$$

$$= e^{-\alpha t}\left(\left(A_1 + A_2\right)\cos(\omega_d t) + \left(A_1 - A_2\right) jsen(\omega_d t)\right) =$$

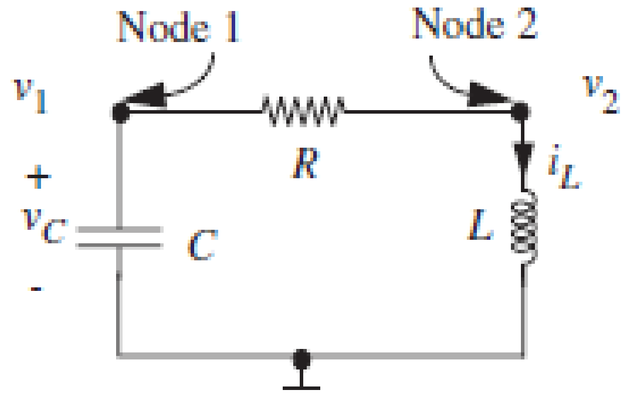
$$= e^{-\alpha t}\left(B_1\cos(\omega_d t) + B_2 sen(\omega_d t)\right)$$

- Sinusoides amortiguadas por un factor que decae exponencialmente

# Circuito RLC serie

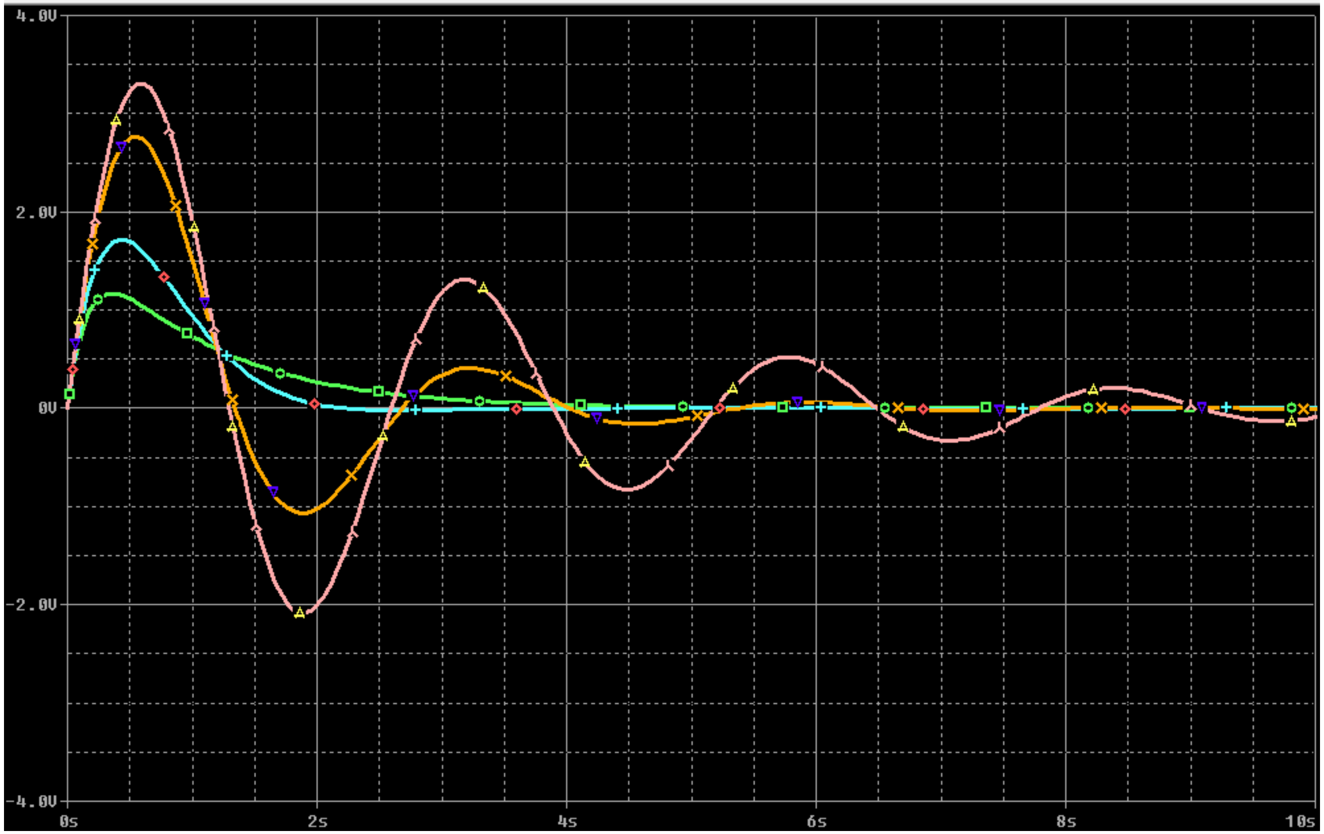
- Ejemplo (Hayt) aumentando R
  - R de 49 ohm pasa a 28 ohm manteniendo L = 7 H, C= 1/42 F
  - Condensador descargado, corriente inicial bobina de -5/21 A
  - $\alpha = 2;\ \omega_0 = \sqrt{6},\ \omega_d = \sqrt{\omega_0^{\ 2} - \alpha^2} = \sqrt{2}$
  - Falta por determinar constantes (proceso análogo al caso anterior)
  - Solución:

$$v_1 = 5\sqrt{2}e^{-2t} sen\left(\sqrt{2}t\right)$$



# Circuito RLC serie sin fuente

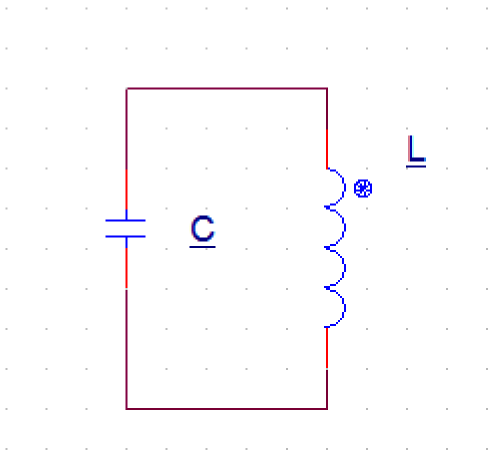
- R = 49 ohm (sobream.), 28 ohm, 10 ohm, 5 ohm (subam.)



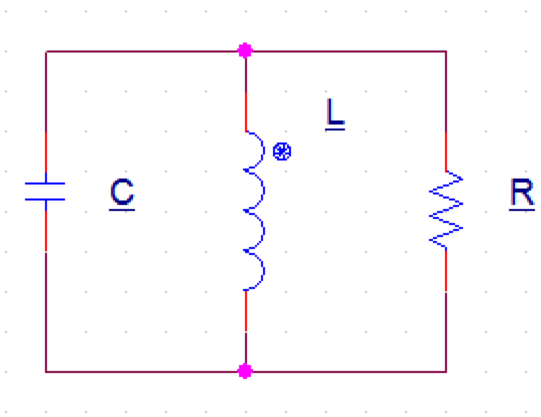

- El tipo de amortiguamiento cambia con R
- Los valores de R determinan el tiempo en decaer
- Para R baja aparece oscilación con la frecuencia natural de resonancia
- Sin R, la oscilación no se disiparía.

# Circuito RLC paralelo

- Supongamos que se conecta un condensador a una bobina
  - Circuito ideal



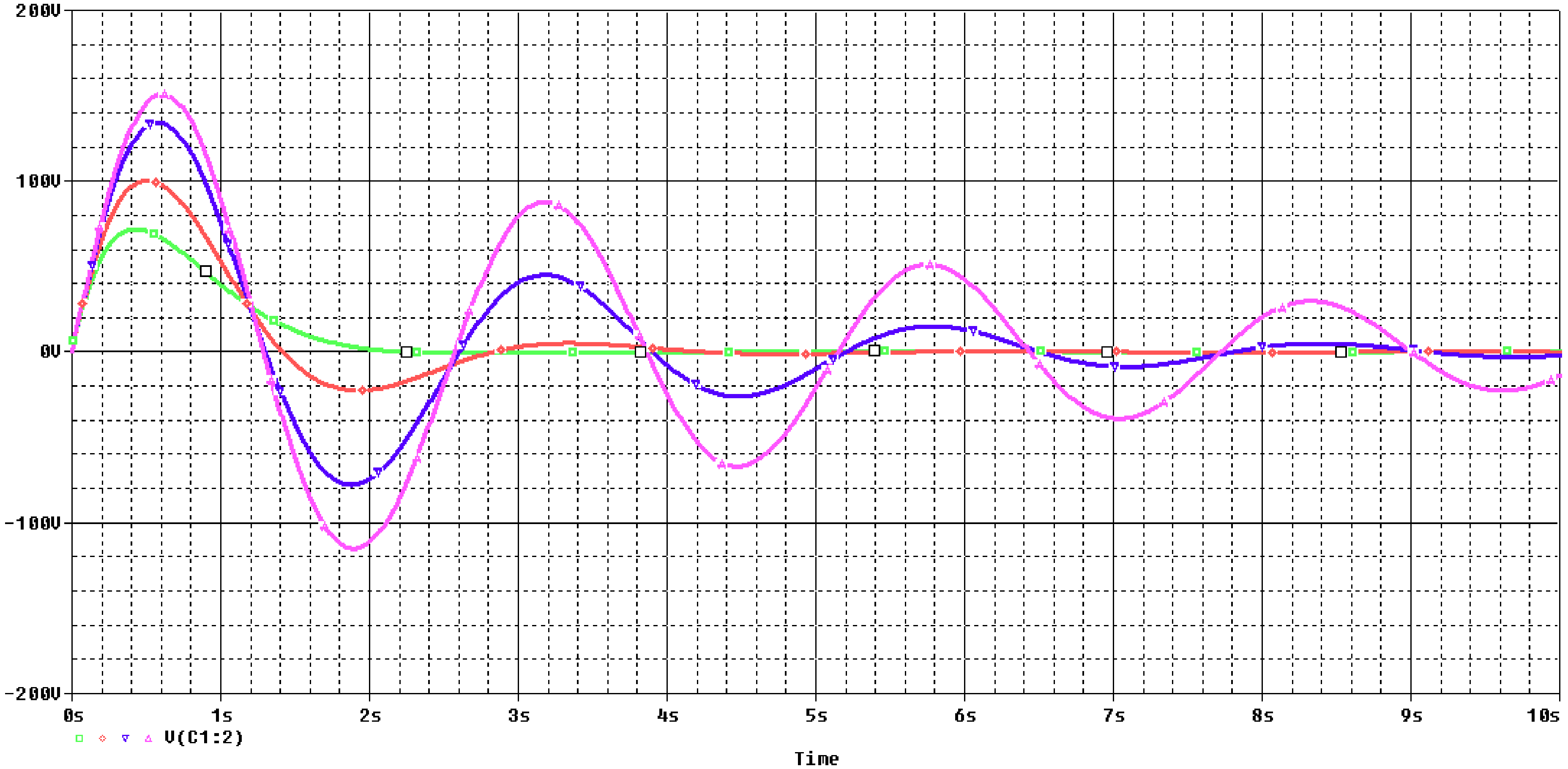

Circuito real (aproximado)




  - Representa un circuito típico en redes de comunicaciones, empleado para amplificar señales en una banda estrecha de frecuencia.
  - Buscamos la respuesta natural, y el C ó L (ó ambos) deben tener energía almacenada inicialmente
    - Si no hubiera resistencia habría una oscilación eterna

# Circuito RLC paralelo

– Ej: L=7H, C=1/42 F, barrido paramétrico R: 10.5, 20, 50, 100 ohm.



# Objetivos del tema

- Hemos analizado la respuesta transitoria del **condensador** y la **bobina**

- Hemos estudiado la respuesta de varios circuitos frente a estímulos variables en el tiempo
  - Circuitos de primer orden
  - Sistemas de segundo orden

| Programa de la asignatura |
|---|
| 1. Elementos de un circuito y métodos de análisis en corriente continua: Resistencias, fuentes de voltaje y de corriente, fuentes dependientes. Leyes de Kirchhoff. Técnicas de análisis: combinación de elementos, análisis por nodos, análisis por mallas, principio de superposición, teoremas de Thévenin y Norton. El amplificador operacional ideal. Circuitos simples con amplificadores operacionales. Análisis de circuitos asistido por ordenador. |
| 2. Análisis en el dominio del tiempo: Respuesta transitoria de circuitos con condensadores e inductancias. Circuitos de primer y segundo orden. |
| 3. Análisis en el dominio de la frecuencia: Excitación sinusoidal. Fasores. Impedancia. |