

Apuntes de Álgebra Lineal

PROFESOR: Ricardo Visiers Bañón

Octubre 2016



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

1	SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES	5
1.1	Ecuaciones lineales.....	5
1.2	Sistemas de ecuaciones lineales	5
1.2.1	Resolución de sistemas de ecuaciones lineales	6
1.3	Eliminación gaussiana y eliminación de Gauss-Jordan	8
1.3.1	Eliminación gaussiana con sustitución hacia atrás	10
1.3.2	Eliminación de Gauss-Jordan	11
1.4	Sistemas homogéneos de ecuaciones lineales	12
2	MATRICES Y DETERMINANTES	14
2.1	Matrices. Definiciones	14
2.2	Operaciones con matrices	16
2.2.1	Suma de matrices	16
2.2.2	Multiplicación por un escalar	16
2.2.3	Producto de matrices	17
2.2.4	Propiedades de las operaciones con matrices.....	18
2.2.5	Matriz identidad, potencias de una matriz.....	19
2.2.6	Propiedades de la traspuesta.....	20
2.3	Inversa de una matriz.....	20
2.3.1	Cálculo de la matriz inversa por eliminación de Gauss-Jordan	22
2.3.2	Propiedades de la matriz inversa.....	23
2.3.3	Matrices y sistemas de ecuaciones lineales	25
2.3.4	Matrices elementales	27
2.3.5	LU-factorización	30
2.4	Determinantes	34
2.4.1	Definición de determinante de una matriz de 2 x 2	34
2.4.2	Definición de los menores y cofactores de una matriz.....	35
2.4.3	Determinante de una matriz de orden 3.....	35
2.4.4	Determinante de una matriz de n x n	35
2.4.5	Cálculo de determinantes.....	36
2.4.6	Propiedades de los determinantes.....	39
2.4.7	Aplicaciones de los determinantes.....	42
3	ESPACIOS VECTORIALES	45
3.1	Espacios vectoriales	45
3.1.1	Propiedades de la multiplicación por un escalar	45
3.2	Subespacios vectoriales.....	46
3.2.1	Intersección de subespacios vectoriales.....	47
3.2.2	Subespacios de R^n	47
3.2.3	Unión y suma de subespacios	48
3.2.4	Suma directa. Subespacios independientes	50
3.3	Dependencia e independencia lineal	53
3.3.1	Combinación lineal de vectores.	53

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

3.6.1	Espacio de filas y espacio de columnas de una matriz.....	68
3.6.2	Rango de una matriz	71
3.6.3	Núcleo de una matriz	71
3.6.4	Soluciones de sistemas de ecuaciones lineales	74
3.6.5	Sistemas lineales con matriz de coeficientes cuadrada.....	76
3.7	Cambios de base en R_n	76
3.7.1	Coordenadas en espacios generales n-dimensionales.....	80
4	APLICACIONES LINEALES	82
4.1	Introducción.....	82
4.2	Propiedades de las aplicaciones lineales	83
4.3	Núcleo e imagen de una aplicación lineal	84
4.3.1	Núcleo de una aplicación lineal.....	84
4.3.2	Imagen de una aplicación lineal.....	86
4.4	Isomorfismos de espacios vectoriales.....	89
4.4.1	Aplicaciones lineales inyectivas y suprayectivas	89
4.4.2	Isomorfismos entre espacios vectoriales	92
4.5	Matrices de las aplicaciones lineales	93
4.5.1	Matriz canónica de una aplicación lineal.....	93
4.5.2	Bases no canónicas y espacios vectoriales generales	94
4.6	Equivalencia, semejanza y congruencia de matrices.....	96
4.6.1	Expresión matricial de un cambio de base.....	96
4.6.2	Equivalencia de matrices	97
4.6.3	Semejanza de matrices.....	99
4.6.4	Congruencia de matrices	100
4.7	Operaciones con aplicaciones lineales	101
4.7.1	Espacio vectorial LV, W	101
4.7.2	Composición de aplicaciones lineales.....	101
4.7.3	Aplicación lineal inversa	103
4.8	Valores y vectores propios	104
4.8.1	Valores y vectores propios	104
4.8.2	Subespacios propios	105
4.8.3	Cálculo de valores y vectores propios.....	105
4.8.4	Valores y vectores propios de aplicaciones lineales	109
4.9	Diagonalización	109
4.9.1	Diagonalización y aplicaciones lineales	112
4.10	Matrices simétricas y diagonalización ortogonal	113
4.10.1	Matrices simétricas	113
4.10.2	Matrices ortogonales	114
4.10.3	Propiedad de las matrices simétricas	115
4.10.4	Diagonalización ortogonal	116
5	FORMAS CUADRÁTICAS	119
5.1	Definiciones	119

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

5.4.1	Formas bilineales simétricas y antisimétricas en espacios de dimensión finita.....	123
5.4.2	Cambios de base	123
5.5	Formas cuadráticas.....	124
5.5.1	Primeras propiedades	125
5.5.2	Formas cuadráticas definidas	125
5.5.3	Forma polar asociada a una forma cuadrática.....	125
5.5.4	El espacio vectorial Q, V, K de formas cuadráticas	127
5.5.5	Aplicación lineal asociada a una forma cuadrática	127
5.6	Formas cuadráticas en espacios de dimensión finita	128
5.6.1	Ecuación de una forma cuadrática.....	128
5.6.2	Cambio de base	128
5.6.3	Aplicación lineal asociada a una forma cuadrática	129
5.6.4	Rango de una forma cuadrática.....	130
5.7	Conjugación respecto de una forma cuadrática.....	130
5.7.1	Vectores conjugados.....	130
5.7.2	Vectores autoconjugados.....	130
5.7.3	Proposición.....	131
5.7.4	Conjuntos conjugados.....	131
5.7.5	Formas cuadráticas ordinarias y degeneradas	131
5.7.6	Subespacio conjugado de un vector	132
5.8	Conjugación en el caso de dimensión finita	133
5.8.1	Núcleo de una forma cuadrática	134
5.8.2	Formas cuadráticas ordinarias y degeneradas	134
5.9	Diagonalización de una forma cuadrática	134
5.10	Diagonalización de una forma cuadrática mediante operaciones elementales	137
5.11	Descomposición en cuadrados	141
5.11.1	Descomposición en cuadrados	141
5.11.2	Método de Gauss	142
5.12	Formas cuadráticas reales.....	145
5.12.1	Formas cuadráticas reales definidas	145
5.12.2	Formas cuadráticas reales semidefinidas	146
5.13	Rango y signatura de una forma cuadrática	147
5.13.1	Rango de una forma cuadrática w (rang w)	147
5.13.2	Signatura de una forma cuadrática w (sig w)	148
5.14	Expresión canónica de una forma cuadrática	150
5.14.1	Expresión canónica de una forma cuadrática	150
5.14.2	Consecuencia.....	151
5.15	Caracterización de las formas cuadráticas definidas y semidefinidas	151
5.15.1	Proposición.....	152
5.15.2	Matrices simétricas definidas y semidefinidas	153
6	ANEXO 1. ESPACIOS CON PRODUCTO ESCALAR.....	154
1	Definiciones.....	154
1.1	Conjuntos ortogonales y ortonormales.....	154

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99