

Capítulo 3

Ondas electromagnéticas: radiofrecuencia

3.1. Introducción

Este capítulo trata de radiación propiamente dicha, aunque de baja frecuencia (o gran longitud de onda), que forma el espectro de radiofrecuencia (RF) y microondas. Tradicionalmente, se consideran radiofrecuencia las ondas electromagnéticas (OEM) de hasta 300 MHz y microondas las OEM entre 300 MHz y 300 GHz; aunque éstas últimas también se usan en comunicaciones por radio.

Las OEM fueron predichas por James Clerk Maxwell, el hombre que reformuló las leyes del electromagnetismo en un conjunto compacto de ecuaciones diferenciales. Maxwell comprobó que sus ecuaciones admitían una solución en forma de ondas para los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} , cuya velocidad de propagación coincidía con la velocidad de la luz, con lo que postuló que la luz era también una onda electromagnética.

Posteriormente, en 1888 Heinrich Hertz¹ diseñó un experimento para producir y detectar OEM, y pudo medir su velocidad y longitud de onda confirmando la predicción de Maxwell.

Se dedicará una gran parte de la lección a caracterizar las OEM y a entender cómo se producen. Es el momento de hablar de antenas y sus características, con particular interés hacia las antenas de la telefonía móvil. El final de la lección trata de la interacción de OEM con la materia y, específicamente, con la materia viva.

3.2. Objetivos

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

- Evaluar correctamente el riesgo de exposición en función del tipo de fuente, distancia a la misma, posición en el espectro, etc.

3.3. Descripción de las OEM

Una onda electromagnética es una perturbación que se propaga tanto en el vacío como en algunos medios materiales. La perturbación propagada no es más que campos eléctricos y magnéticos cuya amplitud y dirección en el espacio va oscilando. Como toda onda, las OEM están definidas por:

- La **velocidad de propagación** que en este caso es $3 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; este valor coincide con el de la velocidad de la luz en el vacío porque, como es bien conocido, la luz es también una OEM.
- La **frecuencia de oscilación** de la perturbación que se representa por f , cuando se expresa en ciclos por segundo o hercios, o bien por ω en radianes por segundo o s^{-1} ($\omega = 2\pi f$). El rango de frecuencias que trataremos en este capítulo abarca desde 300 kHz hasta 300 GHz.

3.3.1. Características de las ondas planas

Hay muchos tipos de OEM, pero la física de las mismas se entiende bien con las denominadas **ondas planas**. Representan la propagación de una onda monocromática², que es periódica en el espacio y cuya amplitud es siempre la misma.

Su expresión matemática es:

$$A(x, t) = A_0 \cos(\omega t - kx)$$

que representa una onda que se propaga en la dirección x en sentido positivo³, con amplitud A_0 . El periodo espacial se denomina **longitud de onda**, λ , y vale $2\pi/k$, donde k se denomina *constante de propagación* o también *número de onda*. La frecuencia cíclica, f , y la longitud de onda están relacionadas por

$$\lambda f = c$$

donde c es la velocidad de propagación, que tomaremos siempre igual a la velocidad de la luz en el vacío, y que, además, está dada por la siguiente expresión,

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \quad (3.1)$$

En distintos medios las OEM se propagan a distinta velocidad. En este capítulo se considerará solamente la propagación en aire —salvo en el apartado 4.4.2 que trata de la propagación en



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Dpto. Física de Materiales.

La relación $\lambda f = c$ también se puede expresar mediante ω y k ,

$$\frac{\omega}{k} = c$$

Una **onda plana electromagnética** son un campo eléctrico y un campo magnético propagándose como una onda plana de acuerdo con las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(x, t) &= E_o \mathbf{u}_z \cos(\omega t - kx) \\ \mathbf{B}(x, t) &= B_o \mathbf{u}_y \cos(\omega t - kx)\end{aligned}\quad (3.2)$$

que se pueden visualizar mejor en la figura 3.1.

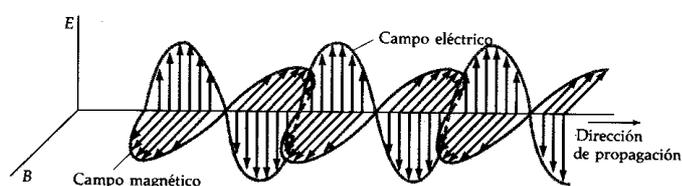


Figura 3.1: Representación de una onda electromagnética plana

Es importante observar en las fórmulas 3.2 que:

- Los campos son siempre **perpendiculares** entre sí y oscilan **en fase**.
- Los campos son, a su vez, **perpendiculares** a la dirección de propagación.

Además de estas propiedades, añadiremos que en una OEM las amplitudes de los campos están relacionadas por:

$$B_o = \frac{E_o}{c} \quad (3.3)$$

Polarización

Las OEM son del tipo *ondas transversales* porque la perturbación se propaga de forma perpendicular a la dirección de propagación⁴. Este tipo de ondas tienen una característica más, llamada **polarización**, que define la dirección de oscilación de los campos dentro del plano perpendicular a la propagación.

Tanto en la ecuación 3.3 como en la figura 3.1 está representada una onda con el campo eléctrico oscilando según la dirección del eje z —convencionalmente diremos que se trata de una

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Amplitud e intensidad

Como avanzamos en la sección 1.6.3, las OEM transportan energía. Esta energía depende exclusivamente de las amplitudes de los campos eléctrico y magnético según la siguiente expresión:

$$\langle u \rangle = \frac{1}{4} \left(\varepsilon_o E_o^2 + \frac{B_o^2}{\mu_o} \right)$$

donde $\langle u \rangle$ es el promedio temporal de la **densidad de energía** —energía por unidad de volumen— que transporta la onda. Como B_o y E_o están relacionados por la fórmula 3.3, entonces se puede dejar todo en función del campo eléctrico o magnético,

$$\langle u \rangle = \frac{1}{2} \varepsilon_o E_o^2 = \frac{1}{2\mu_o} B_o^2 \quad (3.4)$$

Puesto que estamos hablando de promedios temporales y la dependencia de los campos con el tiempo es a través de una función armónica, podemos usar también los valores RMS de los campos en lugar de sus amplitudes:

$$\langle u \rangle = \varepsilon_o E_{\text{RMS}}^2 = \frac{B_{\text{RMS}}^2}{\mu_o}$$

Vector de Poynting Para una OEM se define el vector de Poynting, \mathbf{S} , como el producto vectorial de \mathbf{E} y \mathbf{B} ,

$$\mathbf{S} = \frac{1}{\mu_o} \mathbf{E} \times \mathbf{B} \quad (3.5)$$

que representa un vector cuya dirección y sentido coinciden con los de propagación de la onda. Además su módulo promediado en el tiempo es,

$$\langle |\mathbf{S}| \rangle = S = c \langle u \rangle \quad (3.6)$$

y representa el **flujo de potencia** —potencia por unidad de área— de la OEM, que se mide en $[\text{W} \cdot \text{m}^{-2}]$. Esta magnitud también se denomina **irradiancia** de una OEM cuando nos referimos al flujo de potencia de un objeto radiante; lo más común es denominarla **intensidad** de una OEM. Es importante darse cuenta que la irradiancia o intensidad es proporcional a la amplitud de los campos al cuadrado, como podemos ver explícitamente si sustituimos 3.4 y 3.1 en 3.6:

$$S = \frac{1}{2} \frac{E_o^2}{Z_o} \quad (3.7)$$

donde Z_o se denomina **impedancia⁵ del vacío** y se mide en Ω :

$$Z_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\varepsilon_o}} \simeq 377 \Omega \quad (3.8)$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Dpto. Física de Materiales.

3.3.2. Ondas esféricas

La onda plana es una abstracción útil para entender lo que es una onda, pero no se presentan en el mundo real más que como aproximaciones. Por ejemplo, el criterio que sean monocromáticas (una sola frecuencia) no se cumple nunca; las ondas “monocromáticas” reales se emiten y se reciben en “paquetes de frecuencias” que se pueden describir como un conjunto de ondas monocromáticas de frecuencias próximas.

Tampoco es cierto que la amplitud de una onda no cambie con la distancia, puesto que esto equivaldría a decir que la energía de una onda electromagnética es infinita. La amplitud de una onda decae con la distancia a las fuentes (antenas) que las generan; si consideramos que la antena es puntual, o bien estamos suficientemente lejos de la misma, entonces las ondas emitidas son del tipo **onda esférica**, donde la amplitud de la onda decae con la distancia a la fuente como $1/r$. Es decir:

$$E_o(r) = \frac{k_E}{r}, \quad B_o(r) = \frac{k_B}{r}$$

donde k_E y k_B son constantes relacionadas por $k_E = c k_B$. Por tanto, la intensidad de la onda, que depende del cuadrado de la amplitud de los campos, decae con la distancia a la antena como $1/r^2$.

Si estamos a suficiente distancia de la fuente de radiación, el frente de ondas esféricas es parecido al de las ondas planas.

3.3.3. Espectro de radiofrecuencia

Como ya hemos dicho la gama de frecuencias estudiadas en este capítulo se puede dividir en:

- Radiofrecuencia tradicional⁶: 300 kHz a 300 MHz
- Microondas: 300 MHz a 300 GHz

Si lo clasificamos en función de la su utilidad para las comunicaciones, entonces tenemos la tabla 3.1.

3.4. Generación de OEM: radiación

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Nombre	Abreviatura	Frecuencia	Long. de onda
Onda media	MF	300 – 3000 kHz	0,1 – 1 km
Alta frecuencia	HF	3 – 30 MHz	10 – 100 m
Muy alta frecuencia	VHF	30 – 300 MHz	1 – 10 m
Ultra alta frecuencia	UHF	300 – 3000 MHz	0,1 – 1 m
Súper alta frecuencia	SHF	3 – 30 GHz	10 – 100 mm
Extremadamente a. f.	EHF	30 – 300 GHz	1 – 10 mm

Tabla 3.1: Clasificación de bandas de radiofrecuencia. La banda de alta frecuencia (HF) también se denomina *banda de onda corta* o SW. Cada banda se divide a su vez en varios canales con usos civiles y militares específicos.

3.4.1. Circuitos resonantes

El mecanismo básico de generación y detección de OEM en estos rangos de frecuencias es a través de circuitos CA, cuyos elementos están dispuestos de forma tal, que la corriente que circula por ellos se hace máxima cuando la f.e.m. aplicada tiene una frecuencia de oscilación de un determinado valor, llamado *frecuencia de resonancia*. Se trata del mismo fenómeno explicado en la sección 4.4.2, pero aplicado a las leyes de los circuitos CA⁷.

3.4.2. Dipolo oscilante

El modelo más sencillo de antena es el llamado **dipolo oscilante**. Consiste en un circuito CA resonante, o una f.e.m. alterna, que se conecta bien a una espira conductora circular de un determinado diámetro —y entonces tenemos un dipolo magnético oscilante— o bien a dos pequeñas esferas metálicas⁸, separadas una distancia l , que se van cargando y descargando formando un dipolo eléctrico oscilante, como se observa en la figura 3.2.

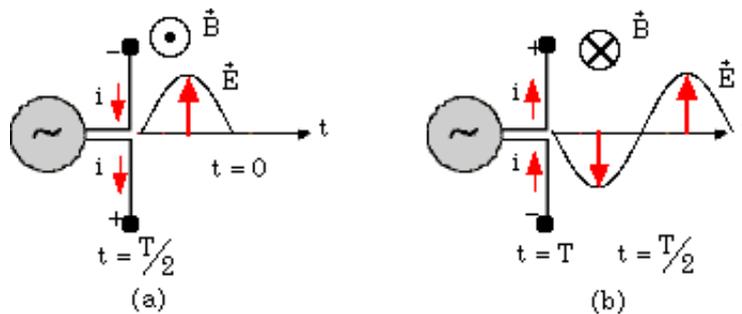


Figura 3.2: Dipolo eléctrico oscilante. Se incluye la representación de los campos cuando ha transcurrido medio periodo de oscilación (a) y un periodo completo (b).

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Dpto. Física de Materiales.

que circula por el dipolo; la fórmula aproximada que nos da la potencia emitida, suponiendo que la longitud del dipolo es muy pequeña en comparación con la longitud de onda de la radiación, $\lambda = 2\pi c/\omega$, es:

$$P = \frac{2\pi}{3} Z_o \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 I_{\text{RMS}}^2 \quad (3.9)$$

En esta expresión ya vemos que la potencia radiada es muy sensible al tamaño del dipolo —por extensión, al tamaño del circuito porque sus componentes pueden actuar involuntariamente como dipolos—: cuanto más próximo es el tamaño a la longitud de onda radiada —dentro de la limitación que la razón entre ambos tiene que ser muy pequeña—, más potencia de radiación se emite.

Si comparamos la expresión 3.9 con la expresión de la disipación por efecto Joule, 2.3, entonces el factor delante de I_{RMS}^2 lo podemos asimilar a una resistencia, que llamaremos *resistencia de radiación*:

$$R_{\text{rad}} = \frac{2\pi}{3} Z_o \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \simeq 789 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \Omega \quad (3.10)$$

Cuanto mayor sea l mayor será la resistencia de radiación (y, por tanto, más potencia radiará el dispositivo).

En la figura 3.3 se muestra esquemáticamente el campo eléctrico de radiación de un dipolo oscilante.

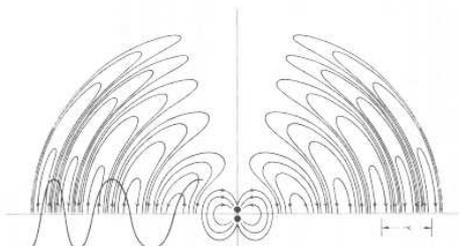


Figura 3.3: Líneas de campo eléctrico correspondientes a la radiación de un dipolo oscilante.

3.4.3. Características de la radiación

Con la expresión 3.9 obtenemos la potencia total disipada en forma de radiación por el dipolo. Pero cualitativamente no sabemos cómo se reparte esa potencia en el espacio. La figura 3.3 ya nos muestra la radiación no se reparte isotrópicamente alrededor del dipolo; si analizamos matemáticamente⁹ la intensidad de la radiación emitida, el resultado es

$$I \propto \sin^2 \theta \quad (3.11)$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

isotrópica: se emite mucha mayor cantidad de radiación en unas direcciones que en otras. Particularmente, la intensidad de radiación emitida por un dipolo, según la expresión 3.11, es muy grande en el plano perpendicular al mismo ($\theta = \pi/2$) y nula en la dirección paralela ($\theta = 0$).

Para visualizar la forma de la radiación emitida se usan los **diagramas de radiación** en los que se representa la irradiancia S en función de θ (para una distancia fija) en coordenadas polares. En la figura 3.4 se presenta el diagrama de radiación de un dipolo oscilante.

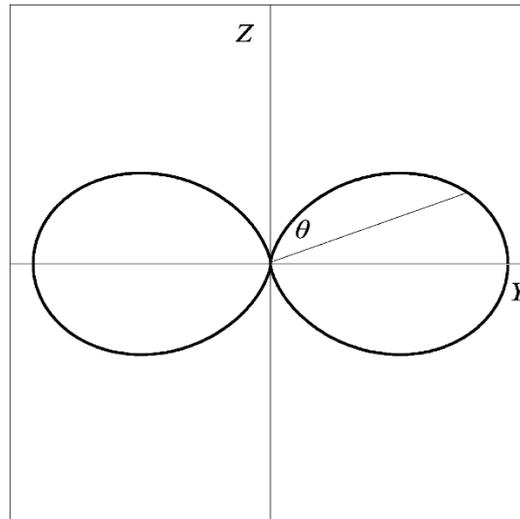


Figura 3.4: Diagrama de radiación de un dipolo oscilante situado en el origen en la dirección del eje z . Se representa sólo la proyección en el plano YZ . El diagrama completo tridimensional se obtendría de la revolución en torno al eje z .

Directividad La anisotropía de la radiación se puede estimar mediante un parámetro llamado **directividad** de la radiación. Se define como la intensidad máxima dividida entre la intensidad promedio irradiada en todas las direcciones; cuanto mayor sea este número, más dirigida está la radiación. Para una antena idealmente isotrópica la directividad vale 1. Para el dipolo oscilante la directividad vale 1,5. Como veremos, la directividad de la radiación de una antena depende de su diseño; a veces es conveniente hacer una antena muy direccional y otras veces no.

Intensidades promedio y máxima Ya hemos dicho que la intensidad radiada por una antena decrece como $1/r^2$; esto se muestra explícitamente en la siguiente fórmula, que nos da la intensidad promedio irradiada en todas las direcciones a una distancia¹⁰ r de la antena:

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Dpto. Física de Materiales.

debemos contentarnos con saber cuál es la intensidad máxima:

$$S_{\max} = D \cdot S_{\text{prom}} = D \frac{P}{4\pi r^2} \quad (3.13)$$

donde D es la directividad.

3.4.4. Antenas

El dipolo oscilante no es más que una aproximación a una antena real. Las antenas, para ser eficaces, tienen que tener un tamaño próximo a la longitud de onda de la radiación emitida; recordemos que las ecuaciones del dipolo oscilante implican necesariamente que¹¹ $l \ll \lambda$, es decir, ¡las mismas condiciones que imponíamos para decidir que un circuito es no radiante! La virtud del dipolo oscilante como radiador de OEM es que las antenas reales se pueden analizar matemáticamente como suma de pequeños dipolos.

La antena de media onda Un ejemplo paradigmático de antena real es la antena lineal $\lambda/2$ o de media onda. Es decir, un alambre recto¹² cuya longitud total es la mitad de la longitud de onda que se pretende emitir, esto es $l = \pi c/\omega$. Su resistencia de radiación es 73Ω , mucho mayor que la del dipolo oscilante de la fórmula 3.9 (recordamos que se considera que $l \ll \lambda$ para deducir matemáticamente ese modelo) y por lo tanto radia con mayor eficacia. El diagrama de radiación es muy similar al de la figura 3.4 y la directividad es 1,64, muy parecida a la del dipolo oscilante.

Caben muchas formas de antena: lineales, según diversas fracciones de la longitud de onda y/o tomando varias formas. También se pueden dar diseños en forma de cono o bocina. Se pueden diseñar conjuntos de antenas emitiendo sincrónicamente, con lo que las OEM emitidas interfieren negativamente en unas direcciones y positivamente en otras, obteniéndose por tanto una directividad muy grande.

Campo cercano Aparte de los campos de radiación, que hemos descrito en este capítulo, tenemos los campos instantáneos y no permanentes que produce cualquier circuito CA, como ya discutimos en la sección 1.6.3, donde los llamábamos *campos cercanos*. La razón de este nombre es que los estos campos tienen presencia sólo a distancias cortas del circuito, porque decaen rápidamente con la distancia¹³. En la figura 3.5 se esquematizan estos campos y los campos de radiación en las cercanías de un dipolo oscilante.

Se admite convencionalmente que la zona de campos cercanos se extiende una distancia 3λ alrededor del circuito. Cuando se analiza la interacción de OEM con los seres vivos, hay que considerar también los campos cercanos en casos en que las antenas estén muy próximas, como en los terminales de telefonía móvil.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

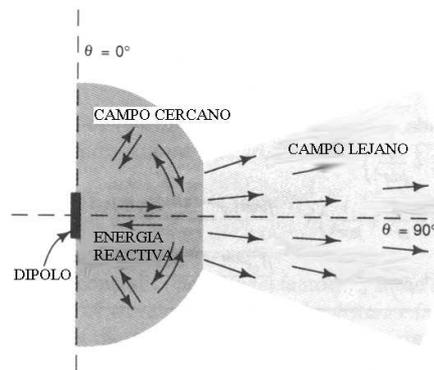


Figura 3.5: Esquematación de los campos cercanos —o reactivos— y lejanos —o de radiación— de un dipolo oscilante. Los primeros se desvanecen en cuanto el dipolo deja de oscilar y sólo están presentes a cortas distancias, ya que su tasa de decaimiento es del orden de $1/r^2$ y $1/r^3$. Los segundos están presentes incluso después que el dipolo deja de oscilar, forman parte de la OEM radiada (ecs. 3.2) y decaen como $1/r$.

3.5. Detección y medida

Para detectar una OEM se usan los mismos dispositivos que para generarlas: antenas. En este caso, la antena forma parte de un circuito CA pasivo, sin f.e.m. aplicada, y resonante a la frecuencia de la OEM que se pretende detectar. La onda induce en el circuito corrientes y f.e.m. que son luego medidas y/o amplificadas (depende del uso del detector). Este es el principio del receptor de radio o televisión.

Luego las OEM pueden ser medidas con una antena acoplada al correspondiente circuito resonante. Los valores de las corrientes y f.e.m. inducidas son proporcionales a las amplitudes de los campos, por lo que, calibrando previamente el circuito, podemos medir fácilmente el nivel de radiación en la zona donde se encuentra la antena. De los valores de los campos obtenemos la intensidad de la radiación asociada a partir de la fórmula 3.7.

Ejemplo de cálculo de campos

Tras el calibrado de una antena preparada para detectar OEM de 10^9 Hz, medimos que la intensidad de radiación a esa frecuencia en nuestro área tiene un valor de $1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Según la fórmula 3.7 deducimos que la amplitud de campo eléctrico de la OEM es

$$E_o = \sqrt{2Z_o(1 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2})} \simeq 27 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

v de la fórmula 3.3 sabemos que la amplitud del campo magnético asociado es

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Dpto. Física de Materiales.

3.6. Aplicaciones

3.6.1. Telecomunicación

Las primeras aplicaciones de las OEM fueron las telecomunicaciones, primero para transmitir señales Morse, después se usaron también a transmitir voz y sonido en general, y más tarde imagen, para terminar siendo soporte también de datos en forma binaria. Por orden cronológico, citamos a continuación los hitos más relevantes de su desarrollo:

- En 1896 se transmite el primer mensaje Morse por OEM entre dos edificios situados a 250 m. Es el comienzo de la *telegrafía sin hilos*.
- 1901, Marconi establece comunicación telegráfica entre Europa y Estados Unidos. En 1909 Marconi recibió el Premio Nobel de Física por sus contribuciones a la comunicación por radio.
- 1906, se produce la primera transmisión de audio por radio
- 1920, es el año de la fundación, en Argentina, de la primera estación de radiodifusión pública dedicada al entretenimiento. La radio se convierte en medio de comunicación de masas.
- 1925, primera transmisión de imagen y nacimiento de la televisión. En 1951 comienza el desarrollo comercial de la televisión en color.
- 1933, se introduce la radio de alta calidad, mediante la modulación de frecuencia (FM).
- 1960, se comercializa el primer receptor de radio transistorizado el cual funciona a pilas y cabe en un bolsillo. Popularmente conocido como *transistor*.
- 1963, se establece la primera comunicación por radio mediante satélite.
- A finales de los 80, se comercializan los primeros sistemas privados de recepción de radio y televisión por satélite. De esta época datan los primeros teléfonos por radiofrecuencia, conocidos después como *teléfonos celulares* o *teléfonos móviles*.
- Durante los años 90 se establecen los protocolos y bandas de frecuencias para la transmisión por radio de datos binarios, llamada también transmisión digital. Los teléfonos móviles nacen a usar la tecnología GSM que transmite la señal digitalmente. La señal

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Modulación de la señal

Para conseguir transmitir la señal mediante OEM es necesario hacer un proceso llamado **modulación**. La señal que se quiere transmitir, por ejemplo el sonido, se transforma primero en impulsos eléctricos (esa es la labor del micrófono); estos impulsos eléctricos no son más que corrientes o potenciales variables en un circuito, cuyas amplitudes reflejan fielmente las amplitudes de las ondas sonoras que los generaron y su evolución temporal.

Existen varias formas de modular una señal que va a ser transmitida como OEM, pero describiremos someramente las dos principales. Históricamente, la primera en ser usada fue la *modulación de amplitud* (AM de “amplitud modulada”): la OEM se emite a una frecuencia que se denomina *frecuencia portadora*, cuya amplitud está modulada por la amplitud de la señal que pretendemos transmitir. La otra forma es la *modulación de frecuencia* (FM de “frecuencia modulada”) que se usa en la radio de alta calidad: la frecuencia de la portadora es modulada en torno a un valor principal por la amplitud de la señal que se transmite. Ambos procesos se entienden mejor en la figura 3.6.

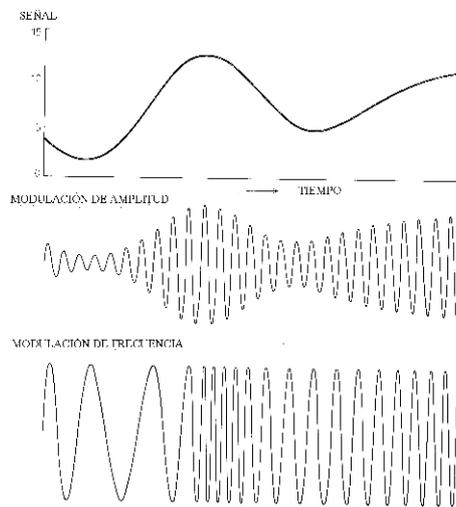


Figura 3.6: Ejemplo de modulación de amplitud y de frecuencia.

Ancho de banda

En telecomunicación se usa intensivamente el análisis de Fourier de las señales. Las diversas leyes que establecen los mecanismos de transmisión de la señal nos dicen que una OEM que transporte señales tiene que cumplir, entre otros, los siguientes requisitos:

- La frecuencia de la OEM portadora tiene que ser mayor que la máxima frecuencia de la

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Dpto. Física de Materiales.

De hecho, los canales de comunicación se establecen según protocolos que tienen en cuenta el tipo de comunicación que se pretende. Algunos ejemplos: la transmisión de voz (radio-taxi, emisoras de flotas, radioaficionados, etc) se realiza en canales de 4 kHz de ancho, ya que la voz puede ser reproducida con relativa fidelidad considerando sólo estas frecuencias; la radio comercial en AM utiliza canales de 9 kHz; la radio de alta fidelidad (en FM) necesita unos 50 kHz, ya que el estándar de calidad musical es de 20 kHz en estereofonía; el sistema PAL de televisión necesita 5 MHz, con lo que la banda que usa no puede ser menor que VHF (ver tabla 3.1). Para un mismo tipo de comunicación, cuanto mayor sea la frecuencia de la banda utilizada, mayor número de canales tenemos disponibles.

Potencia y alcance

Para poder reproducir en un receptor de radio o televisión las señales emitidas, éstas tienen que llegar con una intensidad mayor que el límite de sensibilidad de los circuitos y antenas receptores. Pero la intensidad de la señal se debilita con el cuadrado de la distancia, como hemos visto en este capítulo. Por tanto, en principio, cuanto mayor sea la potencia de emisión de la estación, mayor alcance tiene; esto es, mayor distancia alrededor de la estación alcanzarán las OEM con una intensidad suficiente para ser captadas y demoduladas.

Sin embargo, hay otros factores que condicionan el alcance de receptibilidad:

- La transparencia del medio. Ésta depende de la frecuencia considerada pero, a grandes rasgos, la atmósfera es transparente a todas las bandas de radiofrecuencia listadas en la tabla 3.1. De hecho, el límite superior de la banda de frecuencia más elevada (EHF), 300 GHz, es el límite de transparencia de la atmósfera, por encima del cual se sitúan los rayos infrarrojos. En general, cuánto mayor es la frecuencia de la radiación, la atmósfera se hace algo más opaca a ésta, especialmente debido al vapor de agua.
- Los obstáculos. Montañas, edificios y otras barreras suponen un obstáculo para la propagación de OEM, por lo que emplazamiento de antenas se procura que sea en situación elevada. Sin embargo, cuanto mayor sea la longitud de onda de las OEM, mejor pueden éstas “rodear” los obstáculos en virtud del fenómeno de difracción¹⁴. Por tanto, las bandas de frecuencias más bajas se ven menos afectadas por obstáculos.
- El horizonte. Las OEM se propagan en línea recta y no siguen por tanto la curvatura terrestre. Al igual que en el punto anterior, las OEM de longitud de onda más larga, por difracción, sí pueden ser captadas algo más allá del horizonte visible desde la antena, el cuál será más extenso cuanto más elevada se sitúe ésta.
- El ancho de banda. La densidad de potencia emitida se reparte en toda la zona del espectro que abarca el ancho de banda del canal. Por tanto, cuanto más ancho es éste, más potencia será necesaria para tener alcances similares a anchos de banda pequeños.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

- La ionosfera. Por encima de los 80 km existe una zona de la atmósfera denominada *ionosfera*, la cual está compuesta por átomos y moléculas ionizados, formando un plasma de muy baja densidad. Esta densidad de partículas cargadas libres es suficiente para considerar al plasma como conductor, que provoca que el campo eléctrico de la OEM sea reflejado hasta frecuencias del orden de 30 MHz (la banda HF o SW), con lo que la señal de radio puede alcanzar, por rebote en la ionosfera, zonas más lejanas al horizonte visible desde la antena emisora.

3.6.2. Radar

El radar inicialmente fue una técnica de detección de objetivos militares aéreos o navales, que posteriormente se usó también en entornos civiles como navegación aérea y meteorología. Se basa en la propiedad que tienen los objetos conductores de reflejar las OEM.

El radar no es más que una antena muy direccional que emite y recibe en un estrecho margen angular; si un objeto conductor se sitúa en la dirección a la que apunta la antena, entonces ésta es capaz de captar el reflejo de la OEM en el objeto (el eco radioeléctrico) y deducir, mediante el análisis de la señal recibida, su distancia y velocidad.

Utiliza las mismas bandas de telecomunicación, pero no interfiere con éstas por la gran direccionalidad de las antenas de radar y porque la señal de radar, por lo general, no se modula.

3.6.3. Localización por satélite

En los últimos tiempos se han popularizado los sistemas de posicionamiento por satélite. El ejército de Estados Unidos lanzó, entre 1989 y 1994, el llamado GPS (del inglés *Global Positioning System*): una constelación de 24 satélites artificiales siguiendo unas órbitas tales, que desde cualquier punto de la superficie terrestre, y en cualquier momento, es posible establecer línea de visión con al menos cuatro de ellos. El objetivo es que estos satélites permitan al usuario conocer su posición exacta en cualquier parte del mundo. Al principio el GPS se restringió a usos militares, pero posteriormente se abrió a usos civiles.

El GPS funciona de la siguiente forma: el receptor GPS capta la señal de los satélites que están "a la vista". Mediante un código que éstos envían, el receptor reconoce de qué satélite ha surgido la señal y cuándo la ha emitido de acuerdo al reloj interno del satélite; el dispositivo determina el tiempo que tarda en llegar al señal y calcula la distancia al satélite (simplemente, multiplicando el tiempo de llegada por la velocidad de la onda, que es la velocidad de la luz). Con las distancias a los satélites, y sabiendo la posición de éstos a partir de sus órbitas (datos que son enviados por el satélite al aparato), es posible por triangulación conocer las coordenadas del usuario (latitud, longitud y altura) con bastante precisión.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Dpto. Física de Materiales.

3.6.4. Radioastronomía

Las señales emitidas por los astros no se limitan al espectro visible, sino que hay emisión en el resto del espectro electromagnético, incluyendo el espectro radioeléctrico. Los instrumentos usados en radioastronomía se llaman “radiotelescopios” y son grandes antenas direccionales y orientables.

La radioastronomía presenta dos grandes inconvenientes frente a la astronomía tradicional: al ser las ondas captadas OEM de gran longitud de onda, la resolución espacial que se alcanza es peor que con instrumentos ópticos. Por otra parte, el tipo de astro más familiar, la estrella, apenas produce OEM en longitudes de onda de radio¹⁶.

Las ventajas de la radioastronomía son, por una parte, que ciertas regiones del Cosmos opacas a la luz visible —por el llamado polvo interestelar— son sin embargo transparentes a las OEM de radiofrecuencia. Por otro lado, permiten el estudio de objetos celestes como cuásares, púlsares y núcleos galácticos que tienen gran actividad en esta parte del espectro.

3.6.5. Horno de microondas

Una aplicación reciente de las OEM de alta frecuencia es el horno de microondas. Su principio se basa en la gran absorción por parte del agua líquida, de radiación situada en el rango de las microondas.

En el horno microondas se producen **ondas estacionarias**, esto es, ondas que no viajan sino que, por diseño, quedan confinadas en una caja. Las ondas se generan en un **magnetron**, que es un tubo de vacío dividido en cavidades cilíndricas con paredes metálicas que actúan como espejos para la radiación; mediante un mecanismo parecido al de los tubos de vacío de las televisiones, se produce un haz de electrones que son forzados a seguir trayectorias espirales debido a un intenso campo magnético producido por fuertes imanes.

La intensidad de campo magnético es tal, que la frecuencia ciclotrón de los electrones (ver fórmula 1.32) es idealmente la misma que la de la radiación que se desea producir. Los electrones que siguen una trayectoria espiral producen radiación¹⁷ de la misma frecuencia que la frecuencia ciclotrón correspondiente, aunque con una gran imprecisión puesto que es muy difícil conseguir que el campo magnético sea uniforme por lo que, dada la fórmula anterior, si el electrón es sometido a campos magnéticos de distinta intensidad, entonces se producirá radiación en un amplio rango de frecuencias.

La cavidad cilíndrica selecciona entonces el modo resonante de frecuencia requerida¹⁸ que es el que prevalece, de forma parecida al funcionamiento de una cavidad de láser.

¹⁶Véase el espectro de emisión del cuerpo negro en el capítulo 6.

¹⁷Las cargas aceleradas producen radiación y un electrón siguiendo una órbita circular es una carga acelerada.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

La frecuencia de la radiación seleccionada¹⁹ es de 2,45 GHz, lo que corresponde a una longitud de onda de 122,4 mm y es óptima para su absorción por el agua, lo que hace que esta se caliente. La radiación se mantiene confinada dentro de las paredes del horno, ya que éstas son metálicas y actúan como espejos, la cara frontal del horno es de un material translúcido pero recubierto de una película metálica agujereada, para poder ver el interior. El tamaño de los agujeros es mucho menor que la longitud de onda de la radiación producida, por lo que ésta no “ve” los agujeros y se refleja en la película metálica, mientras que la luz visible, de mucha menor longitud de onda, se filtra a través de los agujeros y nos permite contemplar el interior del horno sin problemas.

Esta aplicación de las OEM es la que más intensidad de radiación involucra (del orden de $10^4 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$), pero también es la única que mantiene la radiación encerrada en una caja. En los controles de calidad de los hornos microondas se exige que la intensidad de radiación en el exterior del horno sea menor a $10 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

3.7. Fuentes de radiofrecuencia

Prácticamente ya hemos hecho en la sección anterior un recorrido por las diversas fuentes de radiofrecuencia que nos podemos encontrar. Por tanto nos concentraremos aquí sólo en aquellas que puedan interactuar —en virtud de las intensidades que pueden adquirir— con los seres vivos.

3.7.1. Fuentes naturales: el Sol.

Puesto que es la única fuente natural de OEM de radiofrecuencia en nuestro entorno, mencionaremos al Sol, nuestra estrella. Ya hemos mencionado que las estrellas producen poca radiación en la parte del espectro que nos ocupa y el Sol no es una excepción: de la radiación que nos llega regularmente sólo una ínfima fracción es radiofrecuencia.

Sin embargo, la actividad solar en forma de manchas solares, erupciones, tormentas, etc, sí que produce OEM de radiofrecuencia. Esto es consecuencia de que la actividad solar está ligada a su campo magnético —similar en cierta forma al campo magnético terrestre— y al movimiento de partículas cargadas en su seno, las cuales siguen trayectorias curvas y radian por estar aceleradas, en un proceso similar al descrito en el magnetrón.

Como la actividad solar es cíclica²⁰, los procesos que generan radiofrecuencia también lo son. Pero la intensidad de la radiación que llega a la Tierra es muy pequeña, incluso en épocas de máxima actividad solar. Su efecto es que a veces perturban las comunicaciones por radio, pero son mucho menos intensas que las OEM producidas artificialmente.

La ionosfera



Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Dpto. Física de Materiales.

de los rayos ultravioleta provenientes del Sol ioniza principalmente átomos de oxígeno en esa capa de la atmósfera, en la que se dan dos condiciones favorables: aún tiene una densidad de gas apreciable y está por encima de la capa de ozono estratosférico, que absorbe la radiación UV.

Además de la acción de espejo de OEM en la banda HF, la ionosfera actúa sobre casi toda la radiación del espectro de radiofrecuencia. Por ejemplo, la señal de GPS se ve ligeramente alterada por la ionosfera: para las frecuencias usadas en GPS, la ionosfera *ralentiza* la velocidad de la onda en un fenómeno que formalmente es idéntico al de refracción óptica; por eso es conveniente que los satélites estén lo más cercanos posible a la vertical para disminuir este efecto. También las señales que captan los radioastrónomos sufren algún tipo de alteración en la ionosfera.

3.7.2. Antenas de radiofrecuencia

Las estaciones de radiodifusión emiten con relativa potencia para poder llegar al límite de su alcance. Las antenas de las estaciones AM son bastante grandes y aparatosas: son torres metálicas que se elevan varias decenas de metros sobre el suelo, generalmente en zonas no habitadas o en grandes descampados. Este tamaño es debido a la gran longitud de onda que se emite: la banda de AM se encuentra aprox. en $0,5 \sim 1,5$ MHz, lo que supone longitudes de onda de $200 \sim 600$ m.

Como hemos dicho, la potencia emitida depende del alcance que se desea. Las estaciones de AM suelen pretender un alcance del tamaño de la provincia donde se encuadran y para ello se usan potencias $10 \sim 100$ kW. La antena que emite con mayor potencia en España se encuentra en Majadahonda (Madrid), y usa 600 kW para el canal²¹ de 585 kHz; tomando esta estación como referencia, podemos calcular la intensidad de las OEM emitidas por esa antena en el límite de la zona de radiación —a una distancia tres veces mayor que la longitud de onda, esto es, unos 1500 metros—, aplicando la fórmula 3.13 y suponiendo que la antena tiene una directividad de 1,5 en el plano horizontal: $S \simeq 30 \text{ mW} \cdot \text{m}^{-2}$.

La radiodifusión en la banda SW (onda corta) utiliza la ionosfera para multiplicar el alcance; las antenas son más pequeñas y no se precisan grandes potencias de emisión.

La radiodifusión mediante FM se realiza en la banda VHF, concretamente en el intervalo $88 \sim 108$ MHz. Las longitudes de onda están en torno a 3 metros y por tanto las antenas emisoras pueden ser cortas. Las emisiones en FM tienen un alcance muy local y, aunque usan mucho más ancho de banda que la AM, no precisan potencias muy elevadas para ser emitidas.

Las emisiones de televisión tradicional —analógica terrestre— se realizan en las bandas de VHF y UHF, con antenas direccionales y alcance local, lo que supone potencias de emisión reducidas. Un canal de televisión tiene alcance regional o nacional mediante repetidores.

En resumen, la actividad de radiodifusión “contamina” el medio de OEM, pero con intensidades de radiación muy pequeñas.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

esta tecnología, con especial atención al tipo y potencia de la radiación emitida, tanto por las antenas como por los terminales. En el capítulo siguiente analizaremos su posible efecto sobre la salud.

Organización de la red

Los sistemas de telefonía móvil se basan en una red de radiofrecuencia que consiste en un conjunto de estaciones fijas (estación base o EB) y los terminales móviles distribuidos de forma irregular en el espacio entre estaciones fijas. Tanto las estaciones fijas como los terminales móviles transmiten y reciben información (voz, datos, imágenes etc.) mediante OEM. La señal de radiofrecuencia se transmite desde el terminal a la estación fija más próxima y ésta envía la señal al terminal mediante una frecuencia de portadora ligeramente diferente.

Dependiendo de los obstáculos entre el terminal móvil y la EB (edificios, montañas, etc.) la recepción puede ser de mejor o peor calidad. La cobertura de una estación base depende de la distancia, por ello en los sistemas actuales se ha establecido que la máxima distancia para que un teléfono móvil se pueda utilizar es de 35 km.

El sistema de estaciones fijas forma una red hexagonal. La distancia entre estaciones suele ser de 20 km, pero la topografía o la facilidad para instalar las estaciones determina la distancia entre éstas. En las situaciones que, bien por que la zona tenga muchos obstáculos para la transmisión o el tráfico de llamadas es intenso, se reduce la distancia entre estaciones o se configuran sub-redes llamada microcélulas, o picocélulas cuando se establecen dentro de un mismo edificio.

Entre los primeros sistemas de telefonía móvil (o celular) se encuentra el TACS (acrónimo de *Total Access Communication System*) que utiliza la banda de 900 MHz y frecuencia modulada. Hoy este sistema está prácticamente extinguido. El sistema que de mayor uso es el GSM (acrónimo de *Global System for Mobile Communications*) con tecnología digital. En el futuro el UMTS (acrónimo de *Universal Mobile Telecommunication System*) sustituirá progresivamente al GSM.

Sistema GSM

Éste sistema se utiliza principalmente en Europa, y opera en las bandas de 900 y 1800 MHz. La transmisión de información se hace mediante modulación digital de fase, por lo que la onda portadora sólo sufre, de forma aleatoria, ligeros cambios de amplitud.

Cada canal de transmisión requiere un ancho de banda de 200 kHz. Como para 900 MHz la anchura de banda utilizada es de 35 MHz, se puede transmitir simultáneamente, como máximo, 175 canales. En el caso de 1800 MHz la anchura de banda es 75 MHz y el número máximo de canales que pueden transmitirse simultáneamente es de 374. Los canales se distribuyen entre las estaciones fijas de manera que las estaciones próximas operen en frecuencias diferentes con

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Dpto. Física de Materiales.

La máxima potencia emitida por un teléfono móvil, que se permite con la normativa actual, es de 2 W en la banda de 900 MHz, y 1 W en la de 1800 MHz. Con el sistema TDMA el valor medio se reduce a un octavo, es decir, a 0,25 y 0,125 wattios respectivamente. Esta potencia, además, se reduce por el sistema APC (acrónimo de *Adaptative Power Control*), que consiste en modificar la potencia emitida por el teléfono en función de la distancia a la estación fija que le sirve para conectarse a la red. Otra reducción adicional se obtiene con la transmisión discontinua, que consiste en desconectar la emisión de señal cuando el usuario no habla mientras escucha o cuando ninguno está hablando o transmitiendo información.

En resumen, la potencia emitida por cada usuario será mayor si la estación fija está más lejos del teléfono utilizado, y mediante los sistemas de transmisión simultánea se pueden utilizar las estaciones fijas por más usuarios. Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores, los máximos de potencia permitidos son 2 W para 900 MHz y 1 W a 1800 MHz, y los valores medios que se emiten son respectivamente 0,25 y 0,125 wattios.

Red de estaciones fijas

La red de estaciones fijas está formada por antenas o conjuntos de antenas. Se instalan sobre torres metálicas de 10 a 25 m, o sobre torres de menor altura en edificios; cada torre soporta antenas en tres sectores de 120°, como se observa en la figura 3.7.



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Contaminación por Agentes Físicos. Curso 2015/2016

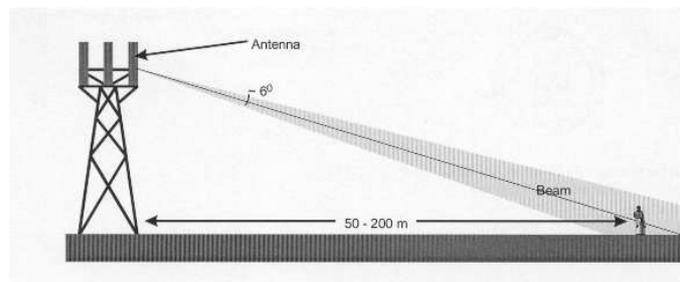


Figura 3.8: Diagrama aproximado de radiación de una antena de telefonía móvil. Nótese la gran directividad de la antena.

La potencia que emiten las EB está limitada por normas que dictan los Gobiernos. Estas normas fijan la máxima potencia que puede emitir el lóbulo principal (haz principal). Dicha limitación se hace a través del máximo EIRP (acrónimo de *Equivalent Isotropically Radiated Power*), que es la potencia equivalente que habría de emitir se en todas las direcciones (isotrópicamente) para producir un máximo de intensidad en la dirección del lóbulo principal.

Las licencias autorizan un máximo EIRP de 1500 W por canal de frecuencia; teniendo en cuenta la directividad, esto supone que se emiten unos 30 vatios por canal. También se limita el número de canales que se puede utilizar, 16 para la banda de 1800 MHz y 10 para la de 900 MHz. En la práctica se utilizan menos canales, unos 4 para 1800 MHz y entre 2 y 4 para 900 MHz. Con estos datos se puede estimar que la potencia EIRP radiada por una torre de antenas estará comprendida entre 60 y 120 vatios.

Intensidades de campo asociadas a teléfonos y antenas fijas

Si tomamos como referencia los datos de las potencias emitidas por las antenas de los teléfonos y de las estaciones fijas, podemos calcular las intensidades de radiación correspondientes.

En el caso de la antena del terminal móvil, si suponemos que se mide la intensidad a 2,2 cm de distancia y emite una potencia de 1 W, con directividad aprox. igual a 1, la intensidad radiada es, aplicando la fórmula 3.13,

$$S \simeq 165 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Las intensidades de campo eléctrico y magnético que corresponde a esta radiación son aproximadamente $350 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$ para el campo eléctrico y $1 \mu\text{T}$ para el campo magnético.

Las antenas fijas emiten más potencia pero las distancias donde se localizan los usuarios son mayores. Suponiendo que la distancia es de 50 metros, podemos aplicar la fórmula 3.12

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Dpto. Física de Materiales.

3.8. Conclusiones

1. La intensidad de una onda electromagnética representa la potencia que transporta, y es proporcional al cuadrado de la amplitud de los campos. La intensidad decrece con la distancia, r , a la fuente radiante (antena) como $1/r^2$.
2. Las ondas son difractadas, reflejadas y absorbidas por la materia. Cuanto mayor es la longitud de onda (menor frecuencia) y menor es el tamaño del objeto, mayor cantidad de onda se difracta.

Autoevaluación

1. ¿Cuál es la energía por unidad de volumen asociada a un campo eléctrico estático de 1 kV/m en el vacío?
 - a) $8,86 \times 10^{-12}$ J
 - b) $8,86 \mu\text{J}$
 - c) $4,43 \times 10^{-12}$ J
 - d) $4,43 \mu\text{J}$

Ayuda: $\epsilon_0 = 8,85 \text{ pF/m}$

2. Tenemos dos antenas, A y B, siendo la antena A el doble de larga que la antena B. Queremos emitir el mismo canal por ambas antenas. Si la intensidad que proporciona la emisora a las antenas se mantiene constante, ¿cómo será la potencia que radia cada una de las antenas?
 - a) A emite con el doble de potencia que B.
 - b) A emite con la mitad de potencia que B.
 - c) A emite con 4 veces más potencia que B.
 - d) A emite con 4 veces menos potencia que B.

Soluciones:

1. La energía por unidad de volumen es: $\frac{\epsilon}{2} E^2 = 10^6 \times 8,85 \times 10^{-12} / 2 = 4,43 \mu\text{J}$ (Respuesta D).
2. La potencia del dipolo es $P = \frac{2\pi}{3} Z_0 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 I_{RMS}^2$. Entonces $P \propto l^2$. Por tanto, si $l_A = 2l_B$, entonces $P_A = 4P_B$. (Respuesta C).



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The text is set against a light blue, abstract background that resembles a stylized 'C' or a wave. Below the text, there is a horizontal orange bar with a slight gradient and a drop shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Dpto. Física de Materiales.