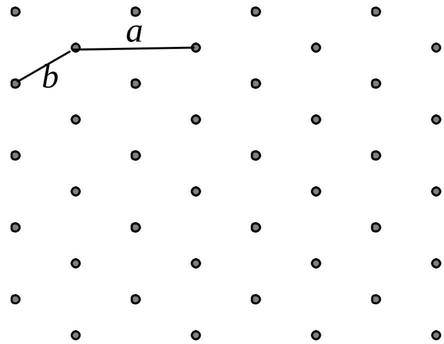
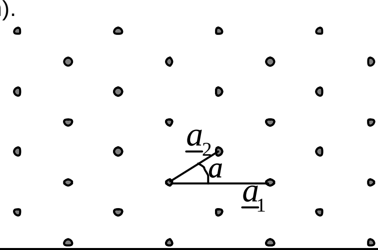
Demostrar que la siguiente red (2D) es de Bravais:



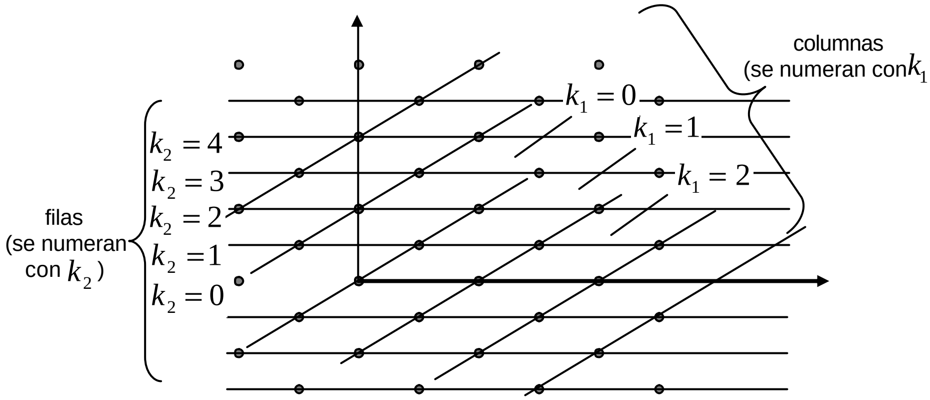



- Por inspección se comprueba que el aspecto de la red es el mismo desde cualquier punto de la misma (satisface la 1ª definición)
- Eligiendo como vectores primitivos los que están indicados, la red se genera como combinación lineal de ambos, con coeficientes perteneciente a los enteros (2ª definición).




$$\begin{cases} a_1 = (a, 0) \\ a_2 = (b\cos a, b\,\mathrm{sen}\, a) \end{cases}$$

Respecto a los ejes coordenados de la figura, y numerando **celdas** como se indica:



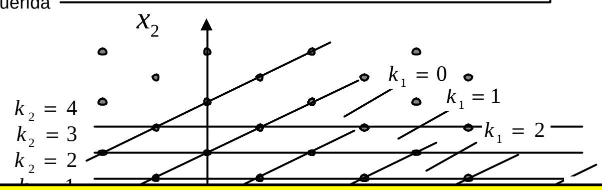



Asociamos un punto de red con el vértice inferior izquierdo de cada celda; las coordenadas del punto de red asociado con la celda de índices $k_1, k_2$ son: $\begin{cases} x_1 = (k_1 - 1)a + (k_2 - 1)b\cos a \\ x_2 = (k_2 - 1)b\,\mathrm{sen}\,a \end{cases}$

Estas coordenadas se pueden construir como combinación lineal:

$$\underline{R} = n_1\underline{a}_1 + n_2\underline{a}_2 = (n_1 a + n_2 b\cos a, n_2 b\,\mathrm{sen}\,a) =$$
$$((k_1 - 1)a + (k_2 - 1)b\cos a, (k_2 - 1)b\,\mathrm{sen}\,a)$$
$$\text{donde} \quad k_1 \equiv n_1 + 1, k_2 \equiv n_2 + 1$$

que tiene la forma requerida



- Por último, si consideramos el conjunto de vectores de la forma:

$$\underline{R}_{k_1,k_2} = ((k_1 - 1)a + (k_2 - 1)b\cos a\,, (k_2 - 1)b\,\mathrm{sen}\,a) \qquad k_1, k_2 \text{ números enteros}$$

Sumando dos de ellos:

$$\underline{R}_{k_1,k_2} + \underline{R}_{k_3,k_4} = ((k_1 - 1)a + (k_2 - 1)b\cos a + (k_3 - 1)a + (k_4 - 1)b\cos a\,, (k_2 - 1)b\,\mathrm{sen}\,a + (k_4 - 1)b\,\mathrm{sen}\,a)$$

$$= ((K_1 - 1)a + (K_2 - 1)b\cos a\,, (K_2 - 1)b\,\mathrm{sen}\,a) \text{ con } K_1 = k_1 + k_3 - 1 \quad K_2 = k_2 + k_4 - 1$$

que es un vector que pertenece al mismo conjunto de vectores de red, es decir, el conjunto es cerrado frente a la suma algebraica.

$$\begin{cases} x_1 = (k_1 - 1)a + (k_2 - 1)b\cos a \\ x_2 = (k_2 - 1)b\,\mathrm{sen}\,a \end{cases}$$