

Problema 04_01_04

usividad másica de una muestra de material compuesto para su uso como arrera para O₂. La muestra tiene forma de cubo, y se obtiene el siguiente expresado en un sistema de ejes cartesianos paralelos a los lados del cubo:

$$\underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -6 \\ 0 & -6 & 10 \end{bmatrix} \cdot 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$$

... cómo está cortada la muestra respecto a los ejes principales del cubo, expresar la difusividad en estos ejes y determinar a qué clases de simetría (simetrías y límites) puede pertenecer.

La difusividad, expresada en el sistema de los ejes principales, debe tener forma diagonal (éste es precisamente el criterio de definición de los ejes principales). Para determinar las direcciones principales es preciso resolver el problema de autovalores/autovectores:

$$\underline{J} = -\underline{\underline{D}} \cdot \underline{\nabla}C; \quad \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\nabla}C = \lambda \underline{\nabla}C; \quad (\underline{\underline{D}} - \lambda \underline{\delta}) \cdot \underline{\nabla}C = \underline{0}$$

Las direcciones en las que el gradiente y el flujo másico son colineales. Los autovalores se obtienen de la ecuación secular:

$$\begin{vmatrix} 16 - \lambda & 0 \\ 0 & 10 - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (16 - \lambda) \left[(10 - \lambda)^2 - 36 \right] = 0 \quad \text{y son: } \lambda = 16, 16, 4 \cdot 10^{-9}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Problema 04_01_04

res asociados con estos autovalores se obtienen de:

$$\left. \begin{array}{l} 0x_1 = 0 \\ -6x_2 - 6x_3 = 0 \\ -6x_2 - 6x_3 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_1 \text{ cualquiera} \\ x_2 + x_3 = 0 \end{array} \quad \lambda_1 = 16 \Rightarrow \vec{u}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} 12x_1 = 0 \\ 6x_2 - 6x_3 = 0 \\ -6x_2 + 6x_3 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_1 = 0 \\ x_2 - x_3 = 0 \end{array} \quad \lambda_2 = 4 \Rightarrow \vec{u}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{bmatrix}$$

$$\lambda_3 = 16 \Rightarrow \vec{u}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{bmatrix}$$

ovectores los escogemos de modo que formen un triedro a derechas. La matriz de sistema original ("antiguo") al nuevo, en el que la difusividad es diagonal, se ve colocando por filas los vectores de la base nueva expresados en la base antigua,

$$\underline{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ 0 & -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



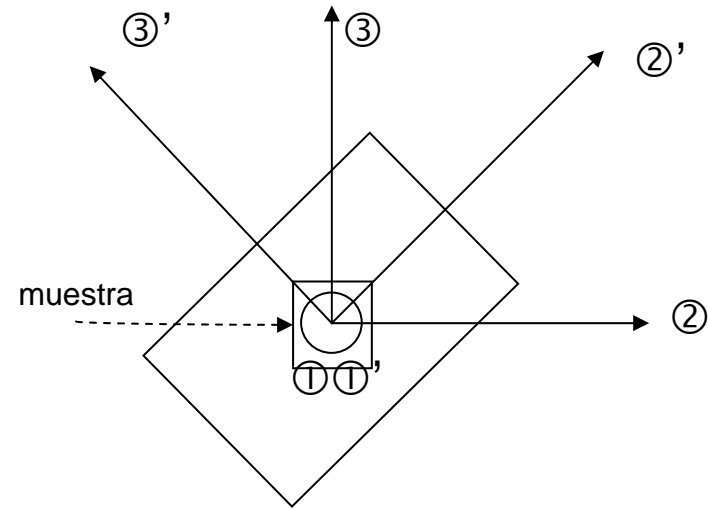
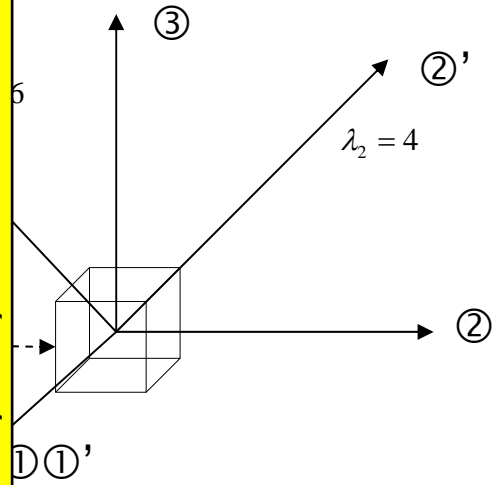
Problema 04_01_04

ividad expresada en el sistema ①'②'③' se obtiene como:

$$\underline{\underline{D'}} = \underline{\underline{L}} \underline{\underline{D}} \underline{\underline{L}}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ 0 & -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & -6 \\ 0 & -6 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} =$$

$$\underline{\underline{D'}} = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 2\sqrt{2} & 2\sqrt{2} \\ 0 & -8\sqrt{2} & 8\sqrt{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 16 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 16 \end{bmatrix}$$

mente diagonal. Podemos representar los ejes “antiguos” (los originales) y los “nuevos”
) gráficamente:

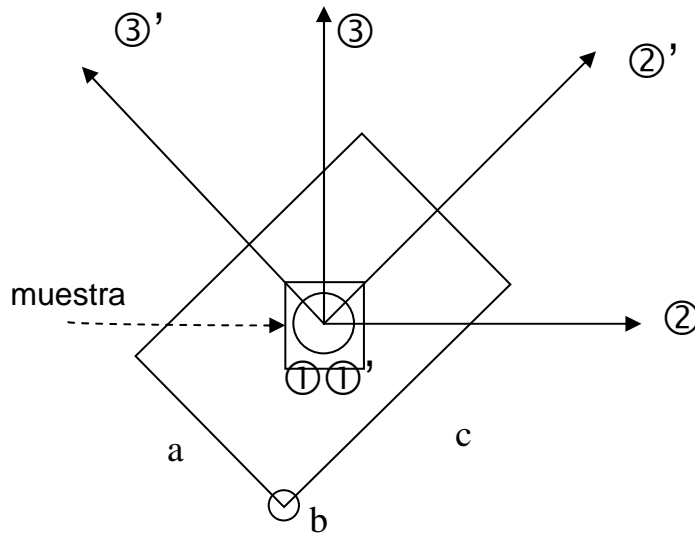


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Problema 04_01_04

La muestra ha sido cortada del material como se ilustra en la figura de la derecha de la página. Si bien es posible identificar como direcciones cristalográficas equivalentes a y b, es probable que el material fuera tetragonal, las que definen la base del prisma tetragonal, planos {001}, la dirección ②' es la del eje c (lo mismo es válido para trigonal y hexagonal). Para $\infty m, \infty / mm$ la difusividad axial debe ser el ②'. ①' y ③' pueden ser cualesquiera en el plano normal a ②'.



Si la difusividad en los ejes principales son consistentes con un material de los sistemas tetragonal, hexagonal o trigonal, o de las clases límites $\infty m, \infty / mm$ (donde los dos primeros son iguales y el tercero diferente). Con las medidas disponibles no es posible distinguir entre estas alternativas. Los valores diferentes de las difusividades en las direcciones principales indican que el flujo de oxígeno tiene lugar con mayor facilidad en una que en las otras direcciones. En el material el oxígeno se difunde peor en la dirección ②', como cabe esperar de un material tetragonal.

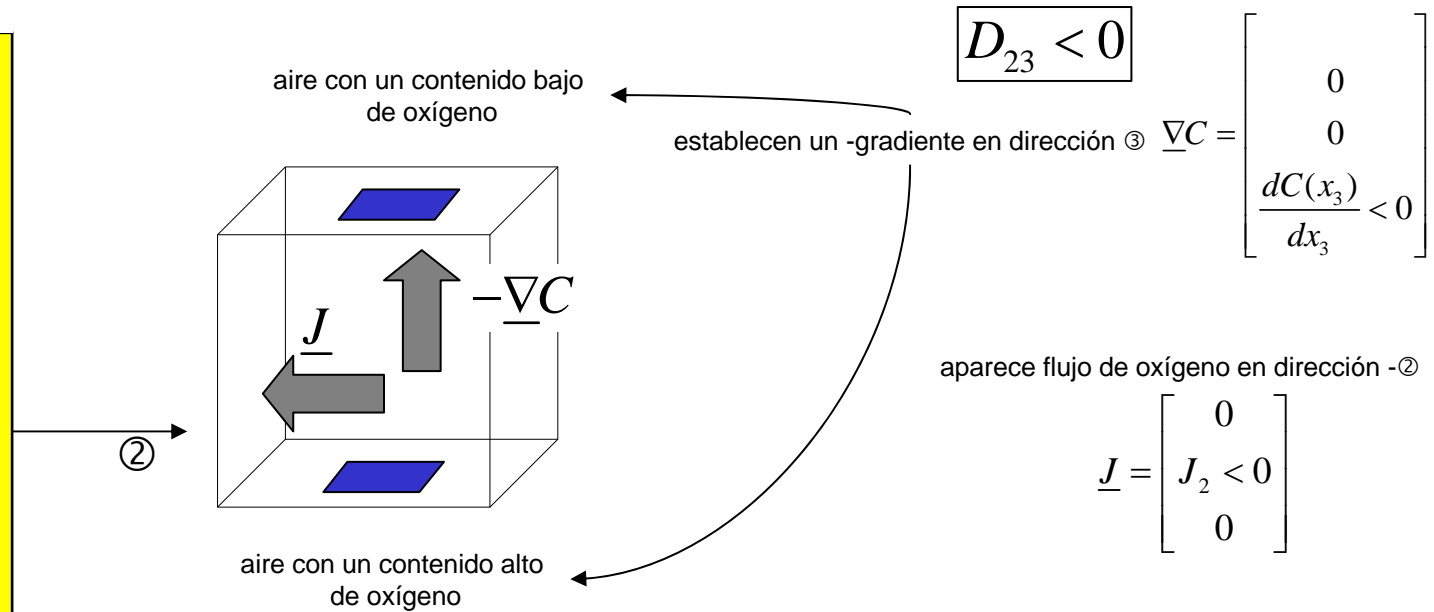
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Problema 04_01_04

Los valores numéricos negativos para algunas componentes de la difusividad medida en el sistema no representan ninguna contradicción física. Los experimentos en los que se mide la difusividad se realizan simplificada y del siguiente modo:



La componente 3,2 negativa de la difusividad implica que cuando el -gradiente aplicado en la dirección ③ (positivo (hacia + ③)), el flujo de oxígeno resultante es negativo (hacia -②).

En este caso, una vez que la difusividad está expresada en un sistema de direcciones principales, el tensor de difusividad D' , no puede contener elementos (diagonales) negativos que implicarían un flujo de oxígeno en contra de la fuerza impulsora debida a la diferencia de concentraciones.

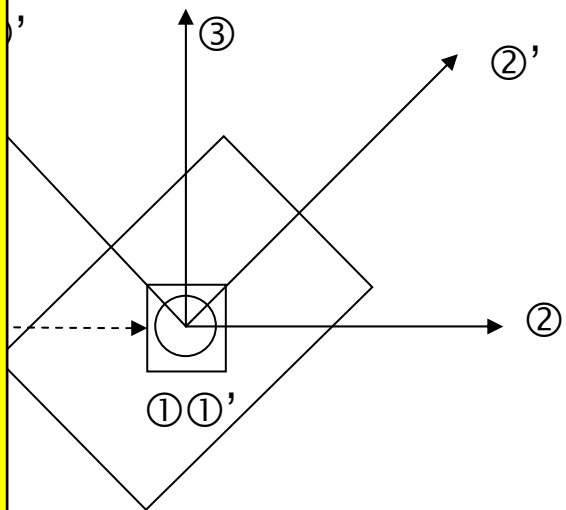


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

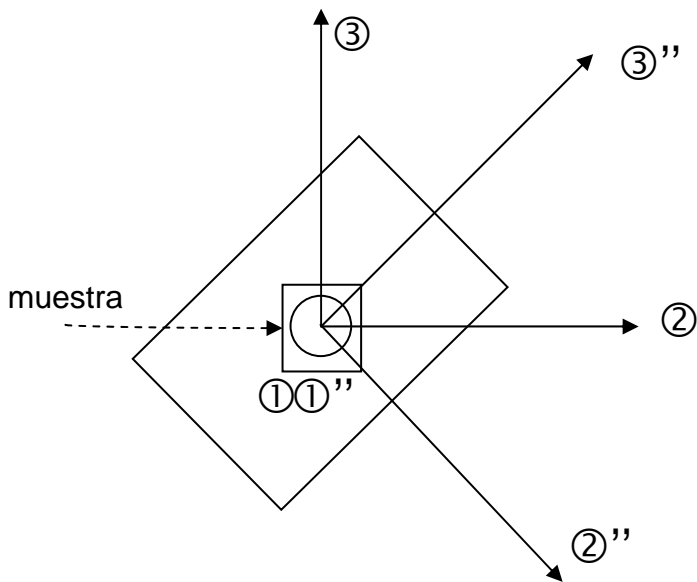
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Problema 04_01_04

principales (direcciones propias) los hemos definido anteriormente sin considerar la orientación convencional, puesto que el sistema cristalográfico no es conocido. Sin embargo, para los sistemas consistentes con dos valores propios iguales y uno diferente (tetragonal, hexagonal o las direcciones de los ejes cristalográficos coinciden con los ejes principales y éstos deben con los ejes cartesianos en la orientación convencional:



Ejes principales de la primera
orientación del problema ①'②'③'



Ejes principales de acuerdo con
la orientación convencional
①''②''③''



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

