

# Problema 05\_01\_02

ación de conservación de carga eléctrica (balance en estado estacionario sobre una diferencial) y la ley de Ohm microscópica, deducir la Ley de Ohm macroscópica para: conductor cilíndrico recto de sección constante.

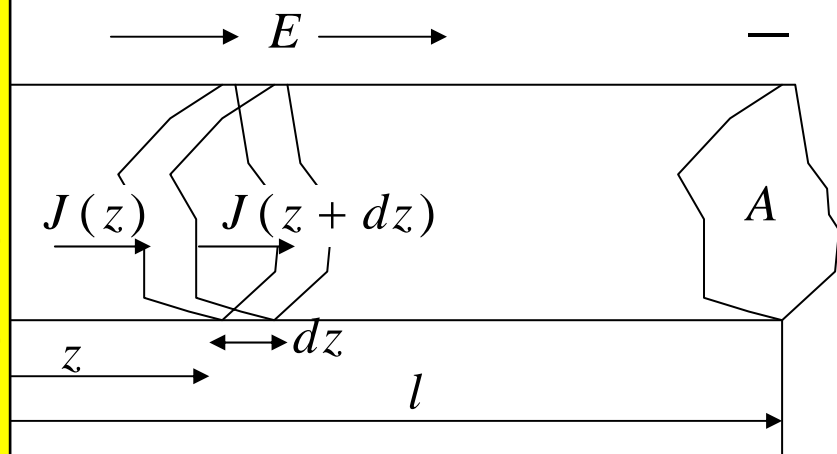
ductor de sección variable conocida  $A(z)$ .

aterial cuadrático (no obedece la ley de Ohm) para el que:  $E = \rho^* J^2$

de carga (ec. de conservación) lo llevamos a cabo en una sección diferencial (análogo a en el capítulo 4 para difusión másica y conservación de masa) de un conductor de constante. El balance de carga en estado estacionario es:

$$J(z) - J(z + dz) = 0$$

(no hay acumulación). Por tanto:



$$A \frac{dJ(z)}{dz} = 0$$

$$J(z) = cte.$$

Aplicando la ley de Ohm microscópica (ec. constitutiva):  $E = \rho J$

$$\frac{E(z)}{\rho} = cte.$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



# Problema 05 01 02



nición de campo eléctrico:

$$\frac{E(z)}{\rho} = cte. \Rightarrow E(z) = -\frac{dV(z)}{dz} = cte'$$

de contorno:  $V(z) = C_1 z + C_2$

con condiciones  $V(0) = V_0$   
de contorno:  $V(l) = 0$

$$V(z) = V_0(1 - z/l)$$

y por tanto:

$$E(z) = -\frac{dV(z)}{dx} = V_0/l$$

$$E(z) = V_0/(l\rho)$$

y la intensidad de corriente es:

$$i(z) = AJ(z) = AV_0/(l\rho) = \frac{V_0}{\rho \frac{l}{A}} = \frac{V_0}{R}$$

decir,

**campo eléctrico**, la **densidad de corriente** y la **intensidad de corriente** son

**constantes** en todo el conductor.

**diferencia de potencial varía linealmente** a lo largo del conductor

**resistencia** del conductor está dada por la **fórmula ya conocida**

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70  
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



# Problema 05\_01\_02



es de sección variables, el balance de carga en estado estacionario es:

$$(z + dz)A(z + dz) = 0 \Rightarrow \frac{d(JA)}{dz} = 0 \Rightarrow J(z)A(z) = C_1 \text{ (constante)}$$

$$E(z) = -\frac{dV(z)}{dz} = \rho J(z) = \frac{\rho C_1}{A(z)} \Rightarrow V(x) = -\rho C_1 \int_0^x \frac{1}{A(z)} dz + C_2$$

de integración se obtienen de las condiciones de contorno del potencial:

$$\left. \begin{aligned} V(0) = V_0 = C_2 \\ -\rho C_1 \int_0^l \frac{1}{A(z)} dz + V_0 \Rightarrow C_1 = \frac{V_0}{\rho \int_0^l \frac{1}{A(z)} dz} \end{aligned} \right\} \Rightarrow V(x) = V_0 \left( 1 - \frac{\int_0^x \frac{1}{A(z)} dz}{\int_0^l \frac{1}{A(z)} dz} \right)$$

El campo eléctrico es entonces: 
$$E(z) = -\frac{dV(z)}{dz} = \frac{V_0}{\int_0^l \frac{1}{A(z)} dz} \frac{1}{A(z)}$$

La densidad de corriente: 
$$I(z) = A(z)J(z) = A(z) \frac{1}{\rho} E(z) = \frac{V_0}{\rho \int_0^l \frac{1}{A(z)} dz}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ---  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



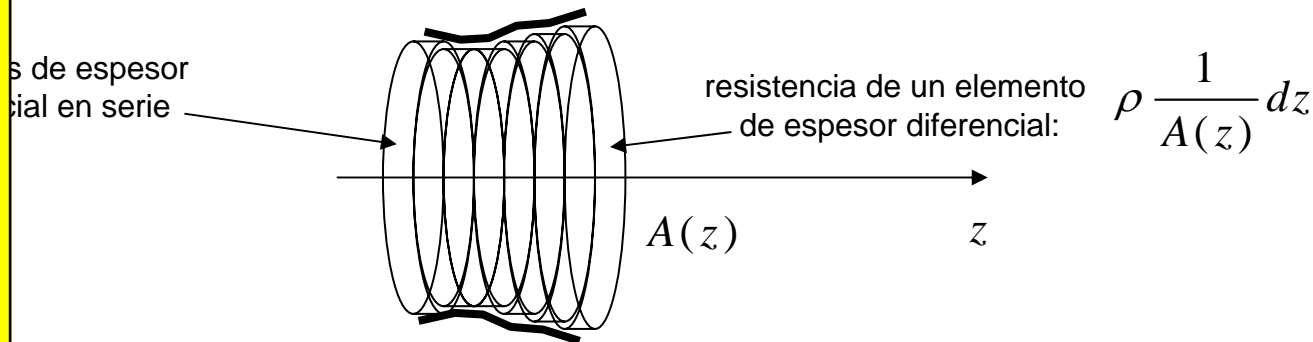
# Problema 05\_01\_02

$$I(z) = \frac{V_0}{\rho \int_0^l \frac{1}{A(z)} dz}$$

Resultado se deduce que para un conductor de sección variable:  
 la densidad de corriente es igualmente constante (por conservación de carga)  
 se obtiene la ley de Ohm macroscópica si se define la resistencia del conductor de sección variable de la siguiente modo:

$$I = \frac{V_0}{R}; \quad R \equiv \rho \int_0^l \frac{1}{A(z)} dz$$

La definición de la resistencia para un conductor de sección variable podría haberse escrito considerando el conductor de sección variable como una serie de secciones cilíndricas de espesor diferencial conectadas en serie (sus resistencias se suman en la integral):



Este resultado de este apartado sólo válido si la variación de la sección transversal no es muy brusca a lo largo del conductor (si la variación de sección no es pequeña, el problema no puede considerarse unidimensional y se complica).



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

# Problema 05\_01\_02

material cuadrático, el balance es exactamente el mismo (la ecuación de conservación de ecuación constitutiva son independientes), pero cambia la relación entre campo y densidad de corriente eléctrica. Por tanto:

$$J(z) = cte.$$

o la ec. constitutiva dada:  $E = \rho^* J^2$  (En esta ec. constitutiva, la unidad de  $\rho^*$  no es el ohmio, sino  $Vm^3/A^2 = \Omega m^3/A$ )

de nuevo:  $E(z) = cte. \Rightarrow V(z) = V_0(1 - z/l)$

relación lineal del voltaje no se deduce de la ec. constitutiva, sino que la sección transversal del conductor sea constante).

$$E(z) = -\frac{dV(z)}{dx} = V_0/l$$

$$J(z) = \sqrt{\frac{1}{\rho^*} E(z)} = \sqrt{\frac{V_0}{l\rho^*}} \Rightarrow I(z) = J(z)A = \frac{A}{\sqrt{l\rho^*}} V_0^{1/2}$$

en este caso cabría definir la "resistencia" del conductor como:

$$R^* = \frac{A}{\sqrt{l\rho^*}}$$

entonces se obtendría una ley macroscópica:

$$I = R^* V_0^{1/2}; \quad V_0 = \left(\frac{I}{R^*}\right)^2$$

esta ley macroscópica no tiene lógicamente nada que ver con la ley de Ohm. En este caso, la ley macroscópica cuadrática entre campo y densidad de corriente resulta en una relación no linealmente cuadrática (entre diferencia de potencial e intensidad de corriente. Las ecuaciones de conservación no son válidas universalmente (al contrario que las de conservación), y no todos los materiales tienen un comportamiento eléctrico óhmico.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70  
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

