

Materiales II

09_08_02.mcd

Verificar con un ejemplo numérico concreto que calculando la deformación de un objeto a) en un sistema de ejes dado y b) en otro girado respecto al primer se obtiene el mismo fenómeno físico (deformación).

Las componentes de los vectores de posición de todos los puntos del objeto, las componentes del tensor de deformación (tensor gradiente de desplazamiento) y las componentes de los vectores desplazamiento son diferentes en los dos sistemas, pero representan la misma situación física, expresada en dos sistemas de coordenadas diferentes.

Campo de deformación homogéneo (por ejemplo debido a cambio térmico, a variación del contenido en humedad, a esfuerzo aplicado, al efecto piezoeléctrico inverso, etc.)

$$\underline{\underline{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{pmatrix}$$

$$u1(x_1, x_2) = \varepsilon_{1,1} \cdot x_1 + \varepsilon_{1,2} \cdot x_2$$

$$u2(x_1, x_2) = \varepsilon_{1,2} \cdot x_1 + \varepsilon_{2,2} \cdot x_2$$

Deformamos un cuadrado cuyos vértices son:

$$P = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \quad Q = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad R = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Coordenadas de los vértices tras la deformación:

$$P_{\text{def}} = \begin{pmatrix} P_1 + u1(P_1, P_2) \\ P_2 + u2(P_1, P_2) \end{pmatrix} \quad P_{\text{def}} = \begin{pmatrix} 1.1 \\ -1.2 \end{pmatrix}$$

$$Q_{\text{def}} = \begin{pmatrix} Q_1 + u1(Q_1, Q_2) \\ Q_2 + u2(Q_1, Q_2) \end{pmatrix} \quad Q_{\text{def}} = \begin{pmatrix} 1.1 \\ 1.2 \end{pmatrix}$$

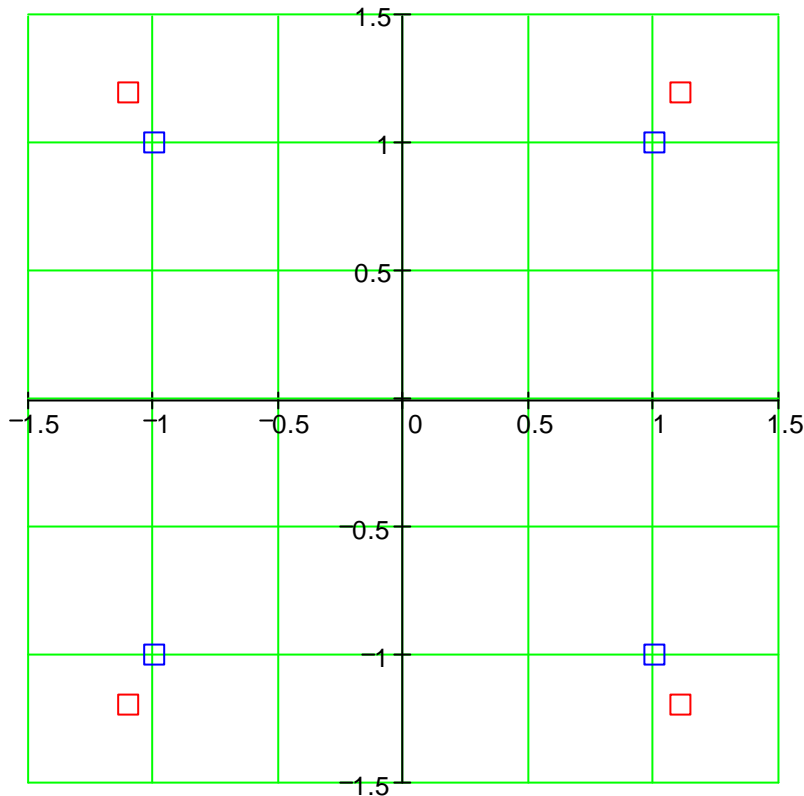
$$R_{\text{def}} = \begin{pmatrix} R_1 + u1(R_1, R_2) \\ R_2 + u2(R_1, R_2) \end{pmatrix} \quad R_{\text{def}} = \begin{pmatrix} -1.1 \\ 1.2 \end{pmatrix}$$

$$S_{\text{def}} = \begin{pmatrix} S_1 + u1(S_1, S_2) \\ S_2 + u2(S_1, S_2) \end{pmatrix} \quad S_{\text{def}} = \begin{pmatrix} -1.1 \\ -1.2 \end{pmatrix}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Repetimos ahora el cálculo, pero en un sistema girado -45° respecto al primero. Giramos los vértices y ε por medio de la matriz L ; acto seguido deformamos:

$$L = \begin{pmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{pmatrix} \quad P_g = L \cdot P \quad Q_g = L \cdot Q \quad R_g = L \cdot R \quad S_g = L \cdot S$$

$$\varepsilon_g = L \cdot \varepsilon \cdot L^T$$

$$\varepsilon_g = \begin{pmatrix} 0.15 & -0.05 \\ -0.05 & 0.15 \end{pmatrix}$$

Nuevo tensor de deformación; contiene elementos tanto en la diagonal como fuera de ella.

Coordenadas de los cuatro vértices girados y antes de la deformación:

$$P_g = \begin{pmatrix} 1.414 \\ 0 \end{pmatrix} \quad Q_g = \begin{pmatrix} 0 \\ 1.414 \end{pmatrix} \quad R_g = \begin{pmatrix} -1.414 \\ 0 \end{pmatrix} \quad S_g = \begin{pmatrix} 0 \\ -1.414 \end{pmatrix}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Coordenadas de los cuatro vértices girados y después de la deformación

$$Pg_def = \begin{pmatrix} Pg_1 + u1(Pg_1, Pg_2) \\ Pg_2 + u2(Pg_1, Pg_2) \end{pmatrix}$$

$$Pg_def = \begin{pmatrix} 1.626 \\ -0.071 \end{pmatrix}$$

$$Rg_def = \begin{pmatrix} Rg_1 + u1(Rg_1, Rg_2) \\ Rg_2 + u2(Rg_1, Rg_2) \end{pmatrix}$$

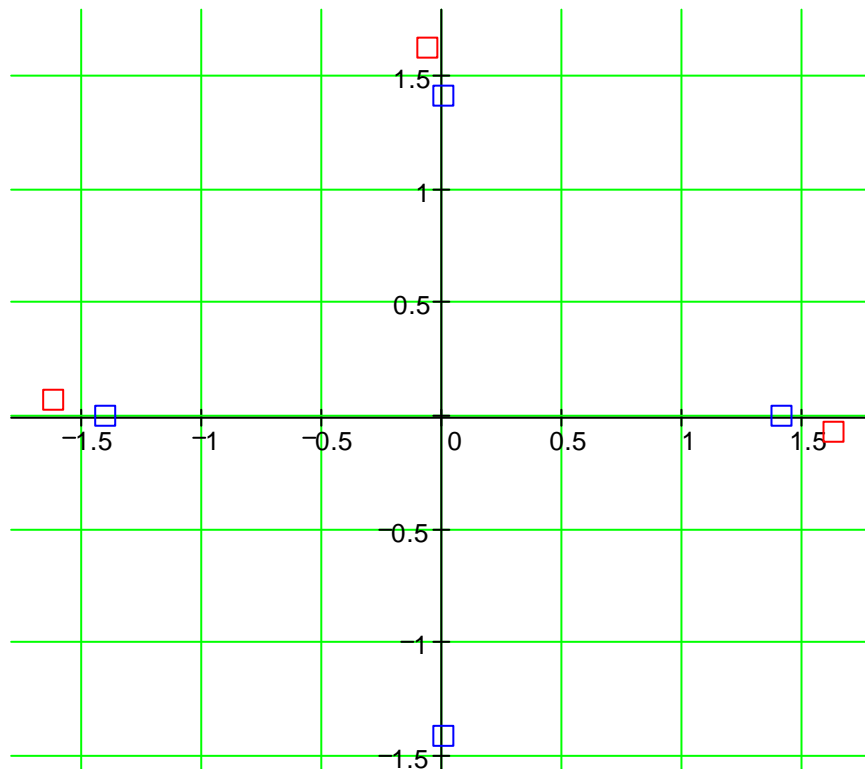
$$Rg_def = \begin{pmatrix} -1.626 \\ 0.071 \end{pmatrix}$$

$$Qg_def = \begin{pmatrix} Qg_1 + u1(Qg_1, Qg_2) \\ Qg_2 + u2(Qg_1, Qg_2) \end{pmatrix}$$

$$Qg_def = \begin{pmatrix} -0.071 \\ 1.626 \end{pmatrix}$$

$$Sg_def = \begin{pmatrix} Sg_1 + u1(Sg_1, Sg_2) \\ Sg_2 + u2(Sg_1, Sg_2) \end{pmatrix}$$

$$Sg_def = \begin{pmatrix} 0.071 \\ -1.626 \end{pmatrix}$$



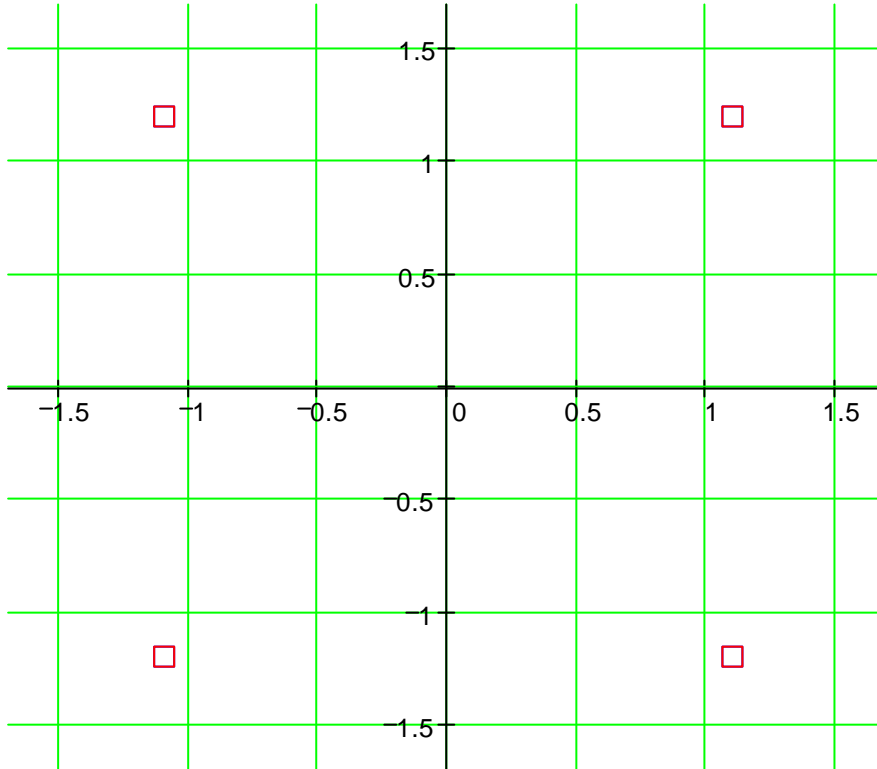
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Giramos la sección deformada 45° y representamos la figura deformada en el sistema original (rojo) y la figura girada, deformada, y girada al revés (azul). Los símbolos en azul (P_{gg}, Q_{gg}, etc) y en rojo (P_{def}, Q_{def}, etc.) se solapan exactamente, es decir la deformación calculada por las dos vías es exactamente la misma:

$$P_{gg} = L^T \cdot P_{g_def} \quad Q_{gg} = L^T \cdot Q_{g_def} \quad R_{gg} = L^T \cdot R_{g_def} \quad S_{gg} = L^T \cdot S_{g_def}$$



$$P_{def} = \begin{pmatrix} 1.1 \\ -1.2 \end{pmatrix}$$

$$P_{gg} = \begin{pmatrix} 1.1 \\ -1.2 \end{pmatrix}$$

$$Q_{def} = \begin{pmatrix} 1.1 \\ 1.2 \end{pmatrix}$$

$$Q_{gg} = \begin{pmatrix} 1.1 \\ 1.2 \end{pmatrix}$$

$$R_{def} = \begin{pmatrix} -1.1 \\ 1.2 \end{pmatrix}$$

$$R_{gg} = \begin{pmatrix} -1.1 \\ 1.2 \end{pmatrix}$$

$$S_{def} = \begin{pmatrix} -1.1 \\ -1.2 \end{pmatrix}$$

$$S_{gg} = \begin{pmatrix} -1.1 \\ -1.2 \end{pmatrix}$$

El hecho de que ϵ sea diagonal en el primer sistema es consecuencia de que ese sistema es el de las

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99