



Graduado en Ingeniería en Diseño Industrial y Desarrollo de Productos  
Escuela Técnica Superior en Ingeniería del Diseño

Curso 2018-2019  
Segundo Parcial Materiales-10273

21 de enero de 2019  
Duración 180 minutos

Todos los resultados se expresarán en el **Sistema Internacional**, y con notación científica en múltiplos de 3 y 2 decimales significativos.

El FORMULARIO se entregará al finalizar el examen para su revisión y será devuelto después de la publicación de los resultados.

Nombre: \_\_\_\_\_

**Problema 1:** Durante una inspección rutinaria de la cúpula de vidrio del acuario de los tiburones, en el Oceanográfico de la CAC, se ha detectado una grieta de 100 milésimas de milímetro. Si disponemos de un coeficiente de seguridad de 2.

- ¿Cuál es la tensión de diseño del acuario?
- ¿Deberían temer los responsables de mantenimiento por la seguridad del acuario?
- Acciones a realizar

*Datos:*  
Módulo de elasticidad: 72 GPa; Coeficiente de Poisson: 0'22; Tensión de rotura: 90 MPa; Tenacidad de fractura: 0'8 MPa√m.

*Solución:* La presencia de una grieta debilita a los productos estructurales, aun así, se diseñan y fabrican productos con presencia de estos defectos. El problema es saber hasta cuándo se pueden considerar "seguros".

En el caso que nos ocupa tenemos una cúpula de vidrio con un coeficiente de seguridad de 2, es decir, que la tensión de diseño a considerar será la mitad de la de rotura.  $Tensión\ diseño = \frac{Tensión\ Rotura}{2} = \frac{90\text{MPa}}{2} = 45\text{MPa}$ .

En este caso disponemos de 2 caminos para saber si los tiburones están seguros:

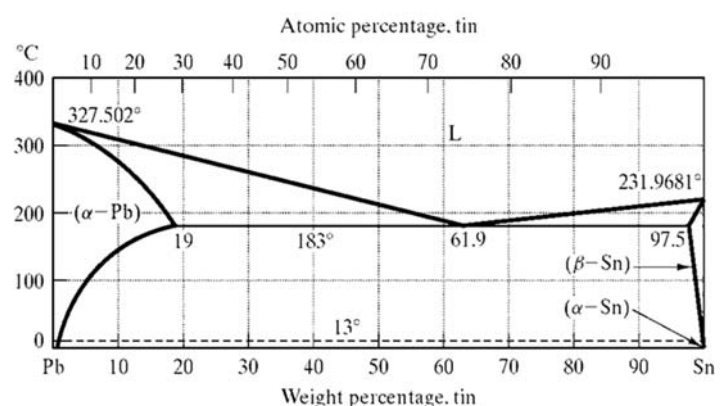
Ruta 1: Determinar la tensión máxima que se puede soportar con este defecto y ver cuán lejos está de la de diseño.  $K_{Ic} = Y \cdot \sigma \sqrt{\pi \cdot a}$ , despejando  $\sigma = \frac{K_{Ic}}{Y \cdot \sqrt{\pi \cdot a}} = \frac{0'8[\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]}{1 \cdot \sqrt{\pi \cdot 100 \times 10^{-6}[\text{m}]}} = 45'14[\text{MPa}]$ , estamos corriendo un riesgo importante al haber alcanzado la tensión de diseño.

Ruta 2: Determinar la grieta crítica de material, para lo cual despejamos  $a = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma}\right)^2 = \frac{1}{\pi} \cdot \left(\frac{0'8[\text{MPa}\sqrt{\text{m}}]}{45[\text{MPa}]}\right)^2 = 100'6 \times 10^{-6}[\text{m}]$ . Este resultado es acorde con el anterior. Por lo que es necesario reparar el acuario a toda velocidad.

| Resultados: | (a) Tensión de diseño | (b) ¿Se teme por la seguridad? ¿Por qué?  | (c) Acciones a realizar              |
|-------------|-----------------------|---|--------------------------------------|
| Valor       | 45E+6                 | Si, hemos alcanzado la tensión de diseño, o hemos superado la longitud de grieta crítica. | Reparar el acuario a toda velocidad. |
| Unidades    | Pa                    |   |                                      |

**Problema 2:** Para obtener una aleación de soldadura hemos fundido 100g de Sn junto con 60g de Pb.

- ¿Cuál es el porcentaje, en peso, de plomo en la mezcla?
- Suponiendo que se enfría lentamente, ¿cuántos kilogramos de microconstituyente eutéctico tendremos a 25°C?



c) Suponiendo que se enfría lentamente ¿A partir de qué temperatura cabe esperar la formación de constituyente eutéctico?

**Solución:** Para poder entrar en el diagrama de equilibrio de fases, debemos de conocer el porcentaje de Sn. Como en el eje inferior tenemos porcentaje en peso, calcularemos este porcentaje.  $\%_{wt}Sn = \frac{\text{Peso (Sn)}}{\text{Peso (Sn)} + \text{Peso (Pb)}} \times 100 = \frac{100 \text{ g(Sn)}}{100 \text{ g(Sn)} + 60 \text{ g(Pb)}} \times 100 = 62'5\%(Sn)$ , como en el apartado (a) pide porcentaje de Pb, y la suma de ambos tiene que sumar 100%, este será:  $100\% = \%Sn + \%Pb$ , quedará entonces  $\%Pb = 100\% - \%Sn = 100\% - 62'5\% = 37'5\%$ .

Con el porcentaje de Sn determinado, podemos observar que estamos en la zona hipereutéctica, por lo que los microconstituyentes que tendremos presentes serán: eutéctico (61'9% Sn) y beta proeutéctica o primaria (100% Sn). Aplicando la regla de la palanca tendremos:  $\frac{m_E}{m_E + m_{\beta p}} = \frac{x_{\beta p} - x}{x_{\beta p} - x_E}$ ; sustituyendo nos queda:  $\frac{m_E [kg]}{0'160 [kg]} =$

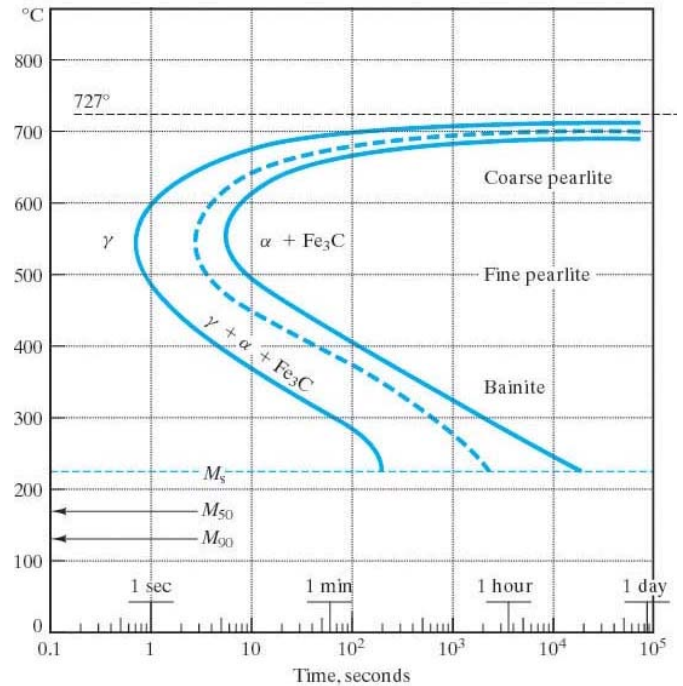
$$\frac{100\% - 62'5\%}{100\% - 61'9\%} = 0'984 \text{ despejando } m_E [kg] = 0'1575 [kg].$$

Del diagrama de equilibrio de fases podemos ver que durante en enfriamiento, al descender de 183°C se obtiene la totalidad de microconstituyente eutéctico.

| Resultados: | (a) Porcentaje de Pb | (b) microconstituyente eutéctico | (c) temperatura de formación |
|-------------|----------------------|----------------------------------|------------------------------|
| Valor       | 37'5                 | 0'1575                           | 183                          |
| Unidades    | %                    | kg                               | °C                           |

**Problema 3:** Utilizando el diagrama TTT de la figura, queremos realizar un tratamiento de austempering a 5 °C por encima de la temperatura de Ms.

- Indica a qué tipo de acero corresponde este diagrama.
- ¿Cuál será la temperatura de austemización?
- ¿Cuál será la velocidad crítica de enfriamiento para poder realizar el tratamiento requerido?
- ¿Cuánto tiempo será necesario para realizar el tratamiento de austempering?
- Después de ser enfriado hasta temperatura ambiente, ¿Es necesario aplicar un revenido?



**Solución:** A la vista del diagrama TTT, se puede indicar que se trata de un acero de composición eutéctico.

Para poder austenizar con seguridad, el tratamiento se realiza 50°C por encima de la temperatura de transformación eutéctica, 727°C, por lo que la temperatura de austenización será de 777°C.

La velocidad crítica de enfriamiento es aquella que evita cortar la curva de inicio de transformación durante el enfriamiento. Según el diagrama TTT, partiendo 777°C, debemos de llegar a los 550°C en menos de 0'7 segundos.  $v_c = \frac{T_i - T_f}{t} = \frac{(777 - 550) [°C]}{0'7 [s]} \approx 325 \left[ \frac{°C}{s} \right]$

La realización del tratamiento de austempering consiste en enfriar rápidamente hasta una temperatura por encima de Ms y mantener el tiempo necesario para atravesar la curva del 100% de transformación a esa temperatura. Así, en nuestro caso enfriaremos hasta Ms + 5°C ≈ 250°C, en ese momento habrán transcurrido aproximadamente 1'6 segundos, mantendremos a esa temperatura 2x10<sup>4</sup> segundos, ≈ 5'56 horas.

El tratamiento de austempering, que da como resultado una microestructura compuesta exclusivamente de bainita, la cual tiene una excelente combinación de resistencia y tenacidad. La bainita no necesita de un revenido posterior.

| Resultados: | (a) Tipo de acero | (b) Temperatura de austenización | (c) Velocidad crítica | (d) tiempo de tratamiento | (e) Revenido |
|-------------|-------------------|----------------------------------|-----------------------|---------------------------|--------------|
| Valor       | Eutéctico         | 777                              | 325                   | 2x10 <sup>4</sup>         | No           |
| Unidades    |                   | °C                               | °C/s                  | s                         |              |

**Problema 4:** Un acero inoxidable austenítico presenta la composición (% en peso) y densidades indicadas en la siguiente tabla.

|                               | C     | Mn    | Si    | Cr        | Ni        | Fe    |
|-------------------------------|-------|-------|-------|-----------|-----------|-------|
| Composición (%)               | 0,25  | 2,00  | 1,50  | 24,0-26,0 | 19,0-22,0 | resto |
| Densidad (g/cm <sup>3</sup> ) | 2,26  | 7,43  | 2,33  | 7,19      | 8,9       | 7,8   |
| Masa atómica (g/mol)          | 12,01 | 54,94 | 28,09 | 51,996    | 58,71     | 55,85 |

Determina la densidad de esta aleación.

**Solución:** Para calcular la densidad de una aleación a partir de la proporción en masa de sus componentes, podemos utilizar la siguiente relación:  $\rho_{aleación} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{\sum_{i=1}^n \frac{m_i}{\rho_i}} = \frac{m_{total}}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2} + \dots + \frac{m_n}{\rho_n}}$ . En nuestro caso supondremos que tenemos 1 kg de masa total y las respectivas masas serán:  $m_C = 0'0025 [kg]$ ;  $m_{Mn} = 0'02 [kg]$ ;  $m_{Si} = 0'015 [kg]$ ;  $m_{Cr} = 0'25 [kg]$ ;  $m_{Ni} = 0'205 [kg]$  y resto  $m_{Fe} = 0'4875 [kg]$ .

$$Así nos queda \rho_{aleación} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{\sum_{i=1}^n \frac{m_i}{\rho_i}} = \frac{1 [kg]}{\frac{0'0025 [kg]}{2260 \frac{[kg]}{[m^3]}} + \frac{0'02 [kg]}{7430 \frac{[kg]}{[m^3]}} + \frac{0'015 [kg]}{2330 \frac{[kg]}{[m^3]}} + \frac{0'25 [kg]}{7190 \frac{[kg]}{[m^3]}} + \frac{0'205 [kg]}{8900 \frac{[kg]}{[m^3]}} + \frac{0'5075 [kg]}{7800 \frac{[kg]}{[m^3]}}} = 7512'92 \frac{[kg]}{[m^3]}$$

| Resultados: | Densidad             |
|-------------|----------------------|
| Valor       | 7512'92              |
| Unidades    | [kg/m <sup>3</sup> ] |

**Problema 5:** Queremos obtener un vidrio a partir de mezclar: 700 kg de SiO<sub>2</sub>, 200 kg de CO<sub>3</sub>Ca y 100 kg de CO<sub>3</sub>Na<sub>2</sub>. Determinar la composición final porcentual del vidrio.

Datos:

Pesos atómicos

C=12g/mol; O=16g/mol; Si=28g/mol; Ca=40g/mol; Na=23g/mol

**Solución:** Para obtener un vidrio a partir de los minerales que lo componen, se debe realizar una mezcla y fundirla en un horno. Para el caso de los vidrios sódico-cálcicos, la mezcla se realiza con SiO<sub>2</sub>; CO<sub>3</sub>Ca y CO<sub>3</sub>Na<sub>2</sub>. Los carbonatos con el calor se descomponen según la siguiente estequiometría:

CO<sub>3</sub>Ca (s) → CaO (s) + CO<sub>2</sub> (g) y CO<sub>3</sub>Na<sub>2</sub> (s) → Na<sub>2</sub>O (s) + CO<sub>2</sub> (g). Observando las reacciones se deduce que de 1 mol de CO<sub>3</sub>Ca, se obtiene 1 mol de CaO; y de 1 mol de CO<sub>3</sub>Na<sub>2</sub>, se obtiene 1 mol de Na<sub>2</sub>O; quedando el SiO<sub>2</sub> sin alteraciones. Si los moles los multiplicamos por su peso molecular, podemos calcular fácilmente cuanta masa de cada compuesto se involucra en la reacción y por una regla de tres extrapolar a nuestro caso.

Lo primero que debemos realizar es calcular los pesos moleculares que antevienen en las reacciones:

Peso molecular CO<sub>3</sub>Ca = 1x12g/mol + 3x16g/mol + 40g/mol = 100g/mol

Peso molecular CO<sub>3</sub>Na<sub>2</sub> = 1x12g/mol + 3x16g/mol + 2x23g/mol = 106g/mol

Peso molecular CaO = 16g/mol + 40g/mol = 56g/mol

Peso molecular Na<sub>2</sub>O = 16g/mol + 2x23g/mol = 62g/mol

Si tengo inicialmente 200 kg de CO<sub>3</sub>Ca, ¿Cuántos kilogramos tendré de CaO tras el proceso de fusión?

$$\begin{array}{l} \text{CO}_3\text{Ca} \quad \text{CaO} \\ 100\text{g/mol} \rightarrow 56\text{g/mol} \\ 200 \text{ kg} \quad \quad x \end{array} \quad \text{Despejando } x = \frac{200 [kg] \cdot 56 \frac{[g]}{[mol]}}{100 \frac{[g]}{[mol]}} = 112 [kg]$$

Análogamente, si tengo inicialmente 100 kg de CO<sub>3</sub>Na<sub>2</sub>, ¿Cuántos kilogramos tendré de Na<sub>2</sub>O tras el proceso de fusión?

$$\begin{array}{l} \text{CO}_3\text{Na}_2 \quad \text{Na}_2\text{O} \\ 106\text{g/mol} \rightarrow 62\text{g/mol} \\ 100 \text{ kg} \quad \quad y \end{array} \quad \text{Despejando } y = \frac{100 [kg] \cdot 62 \frac{[g]}{[mol]}}{106 \frac{[g]}{[mol]}} = 58'49 [kg]$$

Así la mezcla final será: 700 kg de SiO<sub>2</sub>, 120 kg de CaO y 58'49 kg de Na<sub>2</sub>O.

Ahora ya podemos calcular la composición porcentual.

$$\% \text{SiO}_2 = \frac{\text{Masa SiO}_2}{\text{Masa SiO}_2 + \text{Masa CaO} + \text{Masa Na}_2\text{O}} \times 100 = \frac{700 [kg]}{700 [kg] + 112 [kg] + 58'49 [kg]} \times 100 = 80'41\%$$

$$\% \text{CaO} = \frac{\text{Masa CaO}}{\text{Masa SiO}_2 + \text{Masa CaO} + \text{Masa Na}_2\text{O}} \times 100 = \frac{112 [kg]}{700 [kg] + 112 [kg] + 58'49 [kg]} \times 100 = 12'87\%$$

$$\% Na_2O = \frac{Masa Na_2O}{Masa SiO_2 + Masa CaO + Masa Na_2O} \times 100 = \frac{58'49 [kg]}{700 [kg] + 112 [kg] + 58'49 [kg]} \times 100 = 6'72\%$$

| Resultados: | % SiO <sub>2</sub> | % CaO | % Na <sub>2</sub> O |
|-------------|--------------------|-------|---------------------|
| Valor       | 80'41              | 12'87 | 6'72                |

**Problema 6:** Problema: Una muestra de material compuesto vidrio/epoxi pesaba 2g. y su peso sumergido en agua (densidad 1000 kg/m<sup>3</sup>) era 0,908 g. Al eliminar la resina mediante tostación a 600°C, el peso de la fibra restante era de 1,323 g. Calcúlense:

- la densidad,
- fracción volumétrica de fibra,
- fracción volumétrica de poros.

Datos:

Densidad fibra de vidrio: 2'54 g/cm<sup>3</sup>; densidad resina epoxi: 1'3 g/cm<sup>3</sup>.

Solución: Por la Teorema de Arquímedes se puede deducir la densidad de un cuerpo de cualquier geometría, se puede aplicar la relación entre los pesos al aire y sumergidos en agua:

$$\text{densidad cuerpo} = \frac{P_{\text{aire}}}{P_{\text{aire}} - P_{\text{agua}}} \rho_{\text{agua}}, \text{ sustituyendo } \rho_{\text{cuerpo}} = \frac{2 [g]}{2 [g] - 0'908 [g]} 1000 \left[ \frac{kg}{m^3} \right] = 1831'5 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$$

Para poder calcular las fracciones volumétricas, necesitamos conocer el volumen que ocupan la fibra, la matriz y los poros. Donde la suma de los tres constituyentes será el volumen del cuerpo  $Vol_{\text{cuerpo}} = Vol_{\text{fibra}} + Vol_{\text{resina}} + Vol_{\text{poros}}$ . Conociendo la densidad y la masa de cada uno de los componentes, fácilmente podemos calcular el volumen.  $\rho = \frac{\text{masa}}{\text{volumen}}$ , despejando el volumen =  $\frac{\text{masa}}{\text{densidad}}$ . Así quedará:

$$Vol_{\text{cuerpo}} = \frac{2 \cdot 10^{-3} [kg]}{1831'5 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]} = 1'092 \cdot 10^{-6} [m^3]; Vol_{\text{fibra}} = \frac{1'323 \cdot 10^{-3} [kg]}{2540 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]} = 0'521 \cdot 10^{-6} [m^3]; \text{ por diferencia en}$$

$$\text{masa antes y después de la tostación de la resina, obtenemos la masa de la resina } Vol_{\text{resina}} = \frac{(2 - 1'323) \cdot 10^{-3} [kg]}{1300 \left[ \frac{kg}{m^3} \right]} = 0'521 \cdot 10^{-6} [m^3].$$

Sabemos que  $X_{\text{fibra}} + X_{\text{resina}} + X_{\text{poros}} = 1$ , donde  $X_i = \frac{Vol_i}{Vol_{\text{total}}}$ , entonces nos quedara:

$$1 = \frac{Vol_{\text{fibra}}}{Vol_{\text{total}}} + \frac{Vol_{\text{resina}}}{Vol_{\text{total}}} + \frac{Vol_{\text{poros}}}{Vol_{\text{total}}} = \frac{0'521 \cdot 10^{-6} [m^3]}{1'092 \cdot 10^{-6} [m^3]} + \frac{0'521 \cdot 10^{-6} [m^3]}{1'092 \cdot 10^{-6} [m^3]} + X_{\text{poros}}, \text{ luego nos quedara que } X_{\text{poros}} = 0,0458; X_{\text{fibra}} = X_{\text{resina}} = 0,4771$$

| Resultados: | (a) densidad         | (b) fracción volumétrica de fibra | (c) fracción volumétrica poros |
|-------------|----------------------|-----------------------------------|--------------------------------|
| Valor       | 1831'5               | 0'4771                            | 0'0458                         |
| Unidades    | [kg/m <sup>3</sup> ] | adimensional                      | adimensional                   |

**Problema 7:** Se desea realizar un componente con un material compuesto de matriz polimérica, siendo el contenido de fibras de refuerzo del 40% en volumen. Para ello se utilizan fibras de vidrio continuas y alineadas en una matriz epoxi. Calcula la resistencia a rotura en la dirección de las fibras. Las propiedades de fibra y matriz se dan a continuación:

Datos:

Densidad: fibra de vidrio: 2'54 g/cm<sup>3</sup>; resina epoxi: 1'3 g/cm<sup>3</sup>.

Módulo de elasticidad: fibra de vidrio: 124 GPa; resina epoxi: 2'5 GPa

Tensión de rotura: fibra de vidrio: 3620 MPa; resina epoxi: 50 MPa

Solución: Sabemos que un material compuesto fallará cuando alguno de los 2 componentes sobrepase la deformación de rotura. Tanto la matriz como la fibra presenta un comportamiento frágil, por lo que todo su comportamiento a tracción se puede modelizar mediante la relación:  $\sigma = E \cdot \varepsilon$ . En primer lugar, determinaremos la deformación a rotura,  $\varepsilon_R$ , de ambos constituyentes.

$$\varepsilon_R = \frac{\sigma_R}{E}, \text{ quedando para la fibra: } \varepsilon_R(\text{fibra}) = \frac{3620 [MPa]}{124 \cdot 10^3 [MPa]} = 0'0292 \text{ y para la matriz } \varepsilon_R(\text{matriz}) = \frac{50 [MPa]}{2'5 \cdot 10^3 [MPa]} = 0'02; \text{ por lo que la resistencia a rotura del compuesto está limitada por el constituyente que}$$

rompa antes (la matriz en este caso). En este instante la matriz aporta el 100% de su capacidad, pero la fibra

no. Debemos obtener la tensión que aporta la fibra en el momento de rotura de la matriz, deformación del 0,02.  $\sigma_{que\ aporta\ la\ fibra}^* = E(fibra) \cdot \epsilon_R(matriz) = 124 \cdot 10^3 [MPa] \cdot 0'02 = 2480 [MPa]$ .

Como para la tensión, en condiciones de isodeformación, se cumple la ley de mezclas quedara:

$$\sigma_R = \sigma_{matriz} \cdot X_{matriz} + \sigma_{fibra}^* \cdot X_{fibra}, \text{ sustituyendo quedara: } \sigma_R = 50 [MPa] \cdot 0'6 + 2480 [MPa] \cdot 0'4 = 1022 [MPa]$$

| Resultados: | $\epsilon_R(\text{fibra})$ | $\epsilon_R(\text{matriz})$ | Tensión que aporta la fibra | Resistencia a rotura del compuesto |
|-------------|----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|------------------------------------|
| Valor       | 0'0292                     | 0'02                        | 2480                        | 1022                               |
| Unidades    | adimensional               | adimensional                | [MPa]                       | [MPa]                              |

**Problema 8:** Una lámina de cobre está expuesta al oxígeno a 950°C, en estas condiciones la capa de óxido generada se desprende produciendo una pérdida de cobre. Después de 250 horas se ha perdido 0,389 g/cm<sup>2</sup>, después de 2500 horas se ha perdido 1,23 g/cm<sup>2</sup>. Sabiendo que la ley de oxidación sigue una tendencia parabólica, y que la densidad del cobre es 8,93 g/cm<sup>3</sup>, calcular el tiempo necesario para que una lámina de cobre de 1 mm de espesor, que se oxida por igual en todas sus caras expuestas, esté completamente oxidada.

Solución: Como nos indica que se sigue una ley parabólica,  $w^2 = a + b \cdot t$ , lo primero que debemos determinar es el valor de los parámetros "a" y "b". Para lo cual planteamos un sistema de dos ecuaciones.

$$\left. \begin{aligned} \left(3'89 \left[\frac{kg}{m^2}\right]\right)^2 &= a + b \cdot 900 \cdot 10^3 [s] \\ \left(12'3 \left[\frac{kg}{m^2}\right]\right)^2 &= a + b \cdot 9 \cdot 10^6 [s] \end{aligned} \right\} \text{Resolviendo nos quedará: } a=34'4 \cdot 10^{-3} [kg^2/m^4]; b=16'81 \cdot 10^{-6} [kg^2/s.m^4].$$

Para determinar el tiempo necesario para consumir totalmente el material de la lámina de cobre, debemos recordar que ésta se oxida por ambas caras por lo que el espesor a consumir es la mitad 0'5mm. Para convertir este espesor en las unidades de kg/m<sup>2</sup>, lo multiplicaremos por la densidad del material, quedando  $w \left[\frac{kg}{m^2}\right] = e[m] \cdot \rho \left[\frac{kg}{m^3}\right] = 0'5 \cdot 10^{-3} [m] \cdot 8930 \left[\frac{kg}{m^3}\right] = 4'465 \left[\frac{kg}{m^2}\right]$ .

Esté valor, junto con "a" y "b", lo introducimos en el modelo:  $t = \frac{w^2 - a}{b} = \frac{\left(4'465 \left[\frac{kg}{m^2}\right]\right)^2 - 34'4 \cdot 10^{-3} [kg^2/m^4]}{16'81 \cdot 10^{-6} [kg^2/s.m^4]} = 1'186 \cdot 10^6 [s] \approx 330 [h]$

| Resultados: | Coefficiente independiente         | Coefficiente del tiempo              | Pérdida de peso utilizada | Tiempo necesario   |
|-------------|------------------------------------|--------------------------------------|---------------------------|--------------------|
| Valor       | $34'4 \cdot 10^{-3}$               | $16'81 \cdot 10^{-6}$                | 4'465                     | $1'186 \cdot 10^6$ |
| Unidades    | [kg <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> ] | [kg <sup>2</sup> /s.m <sup>4</sup> ] | [kg/m <sup>2</sup> ]      | [s]                |