

# Matemáticas Financieras

## Lección 2

### Leyes Financieras

Manuel León Navarro

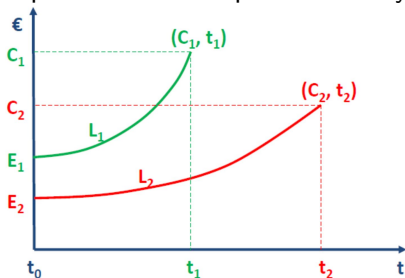
Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Comparación capitales financieros

Dados dos capitales  $(C_1, t_1)$  y  $(C_2, t_2)$ , se elige un momento del tiempo  $p$  y se encuentra el valor equivalente en  $p$ , que llamamos  $E_i$ .

- Así,  $(C_1, t_1) \sim (E_1, p = t_0)$  y  $(C_2, t_2) \sim (E_2, p = t_0)$
- Preferencia por el capital con valor equivalente mayor:



Cartagena99

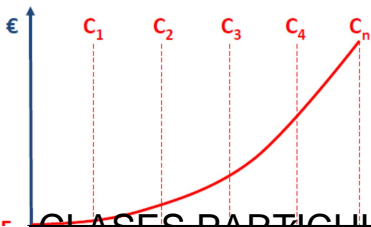
CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Leyes Financieras

- Una ley financiera es una expresión matemática que permite encontrar  $E_i$ :

$$E = F(C, t, p)$$

- Para un capital financiero, la ley permite encontrar todos los capitales equivalentes o financieramente homogéneos:

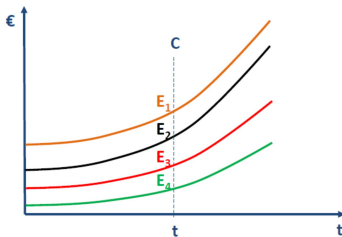


Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Leyes Financieras - Observaciones

- De la misma forma, para cada ley financiera puede establecer los capitales equivalentes a un efectivo dado y por lo tanto determinar la relación de equivalencia:



- Debido a las propiedades de las leyes financieras, la cuantía afecta linealmente a la ley financiera:

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

Cartagena99


www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el

Si la información contenida en el artículo les perjudica o lesiona bienes o derechos de

## Leyes Financieras - Observaciones (cont.)

- En función de la relación entre  $p$  y  $t$  las leyes financieras se pueden clasificar en dos tipos:
  - *Leyes de capitalización*. Si  $p > t$  y se denota por  $L(t, p)$ 
    - Capitalización Simple: Intercambio inferior a un año y tipo de interés simple.
    - Capitalización Compuesta: Intercambio superior a un año y tipo de interés compuesto.
  - *Leyes de descuento (o actualización)*. Si  $p < t$  y se denota por  $A(t, p)$ 
    - Actualización (o descuento) Simple vs Actualización (o descuento) Compuesta
- Representación gráfica

Cartagena99



CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Leyes Financieras - Observaciones (cont.)

- Debido a que las leyes financieras con las que trabajamos son estacionarias, la ley devuelve el mismo valor cuando la distancia entre  $p$  y  $t$  sea la misma, independientemente de las fechas consideradas. Esto quiere decir que, por ejemplo, la ley devolvera la misma cantidad si  $p = 2000$  y  $t = 2004$  que si  $p = 2002$  y  $t = 2006$  ya que en ambos casos la distancia es 4 años.
- Por este motivo, en la mayoría de ocasiones la ley se especifica en términos del número de periodos entre el momento de valoración y el vecimiento, en vez de hacerlo en términos de las fechas concretas. Así, por ejemplo, si denotamos a  $t^* = t - p$ , la ley financiera unitaria

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORIAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Leyes Financieras - Propiedades

- Las leyes financieras son expresiones matemáticas que deben cumplir una serie de propiedades para poder ser leyes. Sin entrar en detalle matemático, las propiedades básicas que deben cumplir son:
- Deben ser crecientes: El capital tiene un valor intrínseco fruto de su capacidad para generar valor añadido sin riesgo. La pendiente es positiva porque cuanto más tiempo pasa más intereses devenga el capital.
- Deben ser continuas: El capital tienen un valor cierto en cualquier momento del tiempo.
- Decisores racionales: Son conocidas y aceptadas por las partes asumiendo un determinado nivel de riesgo. No se contempla la realización de una inversión que perjudique los intereses de una de las

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORIAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Leyes Financieras - Ejemplo

Indicar el orden de preferencia de los capitales siguientes: (100.000;2013), (110.000;2015) y (120.000;2016) si la ley utilizada es  $A(t, p) = 1 - 0,05(t - p)$  y se utiliza como momento de valoración  $p = 2012$ .

Para determinar el orden de preferencia hay que encontrar las cuantías equivalentes en  $p = 2012$ . Así para el primero

$$V_1 = 100,000 \cdot [1 - 0,05(2013 - 2012)] = 95,000$$

Para el segundo

$$V_2 = 110,000 \cdot [1 - 0,05(2015 - 2012)] = 93,500$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



## Leyes Financieras - Ejemplo

La relación de equivalencia queda:

$$(120,000; 2016) \succ (100,000; 2013) \succ (110,000; 2015)$$

El capital preferido es (120,000; 2016) ya que tiene un valor equivalente en 2012 mayor a los otros dos capitales.

### Observación

También se puede aplicar la ley en términos del número de periodos entre el momento de valoración. Así, por ejemplo, en el primer capital con  $p = 2002$  y  $t = 2003$ , se tiene que  $t^* = 2003 - 2002 = 1$  y por lo tanto el valor equivalente quedaría:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Leyes Financieras - Ejercicio

Dados dos capitales (100;2016) y (200,2018). ¿Se puede decir que hoy son equivalentes si se utiliza la ley financiera unitaria  $F(t, p) = e^{p-t}$ ?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Leyes Financieras - Ejercicio - Resuelto

Para determinar el orden de preferencia hay que encontrar las cuantías equivalentes en  $p = 2020$ , que es año actual. Para el capital primero

$$V_1 = 100 \cdot [e^{2020-2016}] = 5459,81$$

Para el segundo

$$V_2 = 200 \cdot [e^{2020-2018}] = 1477,81$$

Como  $5459,81 > 1477,81$  entonces  $(100; 2016) \succ (200; 2018)$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



# Magnitudes Derivadas - Interés y tipo de interés

- Cuando se lleva a cabo una inversión se espera obtener un beneficio de ella. A la diferencia entre lo devuelto por la inversión ( $E$ ) al pasar  $t$  periodos y la cuantía inicial  $C$  se le denomina interés:  $E - C$
- Debido a que el interés depende de la cuantía inicial  $C$ , para comparar inversiones se utiliza el crecimiento proporcional a la cuantía inicial  $\frac{E-C}{C}$
- Pero como el tiempo es una variable fundamental, habrá que tener en cuenta los periodos que han pasado hasta conseguir ese interés. El tipo de interés nos mide el incremento proporcional de la cuantía por unidad de tiempo.
- Por este motivo, todos los tipos de interés deben llevar el tiempo al que están referidos: por ejemplo 5 % anual, 7 % semestral, etc

Cartagena99

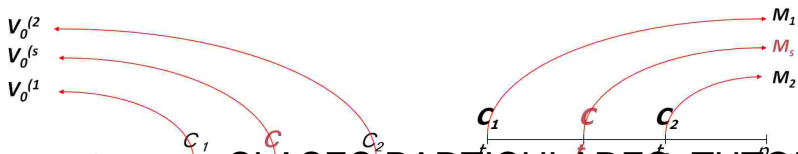
CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Suma y desdoblamiento de Capitales

- Sumar capitales es sustituir dos capitales por un único capital que sea equivalente.
- Dados  $(C_1, t_1)$  y  $(C_2, t_2)$  y una ley financiera de valoración en  $p$ , el capital  $(C, t)$  es la suma de los capitales anteriores si se verifica que:

$$C_1 \cdot F(t_1, p) + C_2 \cdot F(t_2, p) = C \cdot F(t, p)$$

- Gráficamente:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Suma y desdoblamiento de Capitales

- Lógicamente, conocidos  $(C_1, t_1)$  y  $(C_2, t_2)$  de la relación de equivalencia se desprenden dos incógnitas:  $C$  y  $t$ . Y por lo tanto, para resolver el problema se debe fijar una de ellas y encontrar la otra.
- En el desdoblamiento de capitales se conocen los valores  $C$  y  $t$  y las incógnitas son alguna de las siguientes:  $C_1, t_1, C_2$  ó  $t_2$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70





## Suma de Capitales - Ejemplo 1 (cont.)

- El valor actual de la segunda letra es:

$$V_0^2 = C_2 \cdot [1 - 0,15 \cdot (t_2)] = 20000 \cdot \left[1 - 0,15 \cdot \frac{90}{360}\right] = 20000 \cdot 0,9625 = 19250$$

- El valor actual de la letra equivalente a ambas (o letra suma) será:

$$V_0^S = C_S \cdot [1 - 0,15 \cdot (t_S)] = C_S \cdot \left[1 - 0,15 \cdot \frac{70}{360}\right] = C_S \cdot 0,97$$

- Ahora ya tenemos todos los capitales valorados en  $p = 0$  y en dicho momento la suma de los capitales debe ser igual al capital suma y por lo tanto:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Suma de Capitales - Ejemplo 1 (cont.)

- o también:

$$C_S \cdot 0,97 = 9812,5 + 19250 = 29062,5 \Rightarrow C_S = \frac{29062,5}{0,97} = 29961,34$$

- Y por lo tanto la letra será de 29961.34 euros a pagar en 70 días.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Suma de Capitales Ejercicio

Una empresa tiene el acuerdo de pagar una letra de 20 mil euros dentro de 2 años y otra letra de 10 mil euros a pagar dentro de 0.5 años. Dicha empresa estudia la posibilidad de pagar ambas letras dentro de un año. Si se utiliza la ley  $F(C, t) = C(1 - 0,06)^t$  (t medido en años), ¿Cual debe ser la cuantía de dicha letra para que el cambio en los pagos sea equivalente?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



## Suma de Capitales Ejercicio - Resuelto

- El valor actual de la segunda letra es:

$$V_0^2 = C_2 \cdot (1 - 0,06)^{(t_2)} = 10 \cdot (1 - 0,06)^{\frac{1}{2}} = 9,695$$

- El valor actual de la letra equivalente a ambas (o letra suma) será:

$$V_0^S = C_S \cdot (1 - 0,06)^{(t_S)} = C_S \cdot (1 - 0,06)^1 = C_S \cdot 0,94$$

- Ahora ya tenemos todos los capitales valorados en  $p = 0$  y en dicho momento la suma de los capitales debe ser igual al capital suma y por lo tanto:

$$V_0^S = V_0^1 + V_0^2 \rightarrow C_S \cdot 0,94 = 17,672 + 9,695$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

## Suma de Capitales Ejercicio

Una empresa tiene el acuerdo de pagar una letra de 20 mil euros dentro de 2 años y otra letra de 10 mil euros a pagar dentro de 0.5 años. Dicha empresa estudia la posibilidad de pagar ambas letras dentro de un año. Si se utiliza la ley  $F(C, t) = C(1 - 0,06t)$  (t medido en años), ¿Cual debe ser la cuantía de dicha letra para que el cambio en los pagos sea equivalente?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



## Suma de Capitales Ejercicio - Resuelto

- El valor actual de la segunda letra es:

$$V_0^2 = C_2 \cdot [1 - 0,06 \cdot (t_2)] = 10 \cdot \left[1 - 0,06 \cdot \frac{1}{2}\right] = 9,7$$

- El valor actual de la letra equivalente a ambas (o letra suma) será:

$$V_0^S = C_S \cdot [1 - 0,06 \cdot (t_S)] = C_S \cdot [1 - 0,06 \cdot 1] = C_S \cdot 0,94$$

- Ahora ya tenemos todos los capitales valorados en  $p = 0$  y en dicho momento la suma de los capitales debe ser igual al capital suma y por lo tanto:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70



# Conceptos basicos de matematicas financieras - Ejercicios para casa

- 1 Los capitales (100,2020) y (125,2024) son equivalentes con la ley financiera de descuento:

$$F(C, t, p) = \frac{C}{1 + i(t - p)}$$

Si se valora hoy ambos capitales, determinar razonadamente el valor numérico de  $i$ .

- 2 Sea el capital (250, 2020) y sea el capital (300,  $t$ ). Si se sabe que utilizando la ley de capitalización  $F(C, t, p) = C(1, 05)^{p-t}$  ambos capitales son equivalentes, encontrar el vencimiento del segundo capital.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70

# Conceptos basicos de matematicas financieras - Ejercicios para casa

- 4 Una familia tiene dos depósitos en el banco, uno de 20000 euros que empieza dentro de 9 meses y cuya duración es 3 meses ( $\frac{3}{12}$  años) y otro de 15000 euros, que empieza dentro de 7 meses y cuya duración es 5 meses ( $\frac{5}{12}$  años). Si se quieren cambiar ambos por otro depósito, que empieza dentro de 6 meses y cuya duración es 6 meses, encontrar la cuantía que resulta equivalente si se utiliza como momento de valoración un año a partir de este momento y la ley utilizada es  $F(C, t) = C(1 + 0,05 \cdot t)$ .

Cartagena99

CLASES PARTICULARES TUTORÍAS  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP. 689 45 44 70  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SC  
CALL OR WHATSAPP. 689 45 44 70