

Cálculo

2019-20

Examen Parcial — 06 de noviembre de 2019

- (1) Resuelve las siguientes ecuaciones y representa en el plano complejo sus raíces:

(a) (5 puntos) $z^4 = \frac{(1+i)^{20}(1-i)^{40}}{(\sqrt{3}-i)^{30}}$

(b) (5 puntos) $z^6 - 2z^3 = 3$

- (2) (10 puntos) Hallar, en función de $a > 0$ y b , el número de raíces de la ecuación

$$x^3 - 3a^2x + b = 0.$$

- (3) (20 puntos) Estudia el dominio, las asíntotas horizontales y verticales, la continuidad, la derivabilidad, la monotonía y los extremos, y representa la gráfica de la siguiente función:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{\frac{-1}{|x^2-1|}}}{x^2-1} & \text{si } x \neq -1 \text{ y } 1 \\ 0 & \text{si } x = -1 \text{ ó } 1 \end{cases}$$

- (4) Sea $f(x)$ una función que cumple las siguientes condiciones $\forall x, y \in \mathbb{R}$:

• $f(x+y) = f(x) + f(y) + x^2y + xy^2$

• $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$

- (a) (2 puntos) Demostrar que $f(0) = 0$.
(b) (3 puntos) Hallar $f'(0)$.
(c) (5 puntos) Hallar $f'(x)$.