

## Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

1.– Define con precisión qué entendemos por matriz resolvente de un sistema homogéneo de ecuaciones diferenciales lineales  $\dot{X} = A(t)X$ . Enuncia y demuestra sus principales propiedades. Halla, en función de la matriz resolvente, la solución del problema de valor inicial  $\dot{X} = A(t)X + b(t)$ ,  $X(t_0) = X_0$ .

2.– Sea  $f: \mathcal{D} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  una función continua en el abierto  $\mathcal{D}$ . Supongamos que existen un producto escalar  $\langle \cdot, \cdot \rangle$  y una función continua  $\ell(t)$  tales que

$$\langle f(t, y) - f(t, x), y - x \rangle \leq \ell(t) \langle y - x, y - x \rangle,$$

para todos  $(t, x), (t, y) \in \mathcal{D}$ . Demostrar que todo problema de valor inicial  $\dot{x} = f(t, x)$ ,  $x(t_0) = x_0$ , con  $(t_0, x_0) \in \mathcal{D}$ , tiene solución localmente única a derechas. Ayuda: dadas dos soluciones,  $x = \gamma(t)$  y  $x = \eta(t)$ , considérese la función  $u(t) = \langle \gamma(t) - \eta(t), \gamma(t) - \eta(t) \rangle$ .

3.– Consideremos la ecuación diferencial

$$\ddot{y} + \ddot{y} + \dot{y} + ay = 4e^{t-1}.$$

Halla la derivada parcial de la solución general maximal con respecto al parámetro  $a$  en el punto  $(t, t_0, y_0, \dot{y}_0, \ddot{y}_0, a) = (t, 0, 0, 0, 0, 0)$ .

Para  $a = 1$  halla la solución que satisface  $y(1) = 1$ ,  $\dot{y}(1) = 1$ ,  $\ddot{y}(1) = 1$ .

4.– Halla el dominio de la solución maximal del sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} \dot{x} = x - y^2 - 3z + \text{sen}(t) \\ \dot{y} = y^2 \\ \dot{z} = z - e^y + x \end{cases}$$

que satisface las condiciones iniciales  $x(0) = 1$ ,  $y(0) = 1$ ,  $z(0) = 3$ .

5.– Consideremos el sistema de ecuaciones diferenciales

$$\begin{cases} \dot{x} = 1 - x^2 - y^2, \\ \dot{y} = 2xy. \end{cases}$$

1. Integra la ecuación de las órbitas y obtén las separatrices.
2. Representa el diagrama de fases, indicando claramente los elementos distinguidos.
3. ¿Cuántas órbitas contiene el eje  $x$ ? ¿Y el eje  $y$ ? ¿Para qué valores

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

