

Cuestiones

- Q1.** (1 punto) En un medio neutro con cargas móviles, ¿en qué circunstancias el desplazamiento de éstas NO da lugar a una corriente eléctrica neta? En este caso, al establecer un campo magnético en el seno de este medio ¿puede haber campo eléctrico transversal? Razone la respuesta.
- Q2.** (1 punto) Explique la Ley de Inducción de Faraday. ¿Qué aporta la Ley de Lenz a la inducción electromagnética?
- Q3.** (1 punto) Defina qué se entiende por polarización de una onda plana y describa los distintos estados de polarización posibles.
- Q4.** (1 punto) Describa cualitativamente en qué consiste el principio de multiplicación de diagramas de radiación y qué es el factor de agrupación de un conjunto de antenas.

Ejercicios

- E1.** (3 puntos) Una guía de ondas rectangular de dimensiones $a = 2,50$ cm y $b = 1,25$ cm, cuyas paredes son conductores perfectos, está llena de un material por el que la luz viaja a la décima parte de su velocidad en el vacío. Por ella se propaga una onda electromagnética progresiva en el modo fundamental. Se pide:
- Hallar la constante de propagación en la guía, la velocidad de fase y velocidad de grupo asociadas con este modo a la frecuencia $f = 1$ GHz.
 - La potencia transmitida por este modo.

Solución:

La velocidad de la señal en este medio si se propagase en un medio ilimitado con las mismas características, sería

$$v_{pho} = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon_0\epsilon_r}} = \frac{c}{10} \Rightarrow \epsilon_r = 100$$

El modo fundamental en una guía rectangular es el modo TE_{10} y por tanto, tenemos para este modo

$$k_c^{10} = \frac{\pi}{a} = 40\pi \text{ m}^{-1}$$

y la frecuencia de corte es

$$\omega_c = v_{pho} k_c^{10} = 1,2\pi \cdot 10^9 \text{ rad/s}$$

y la frecuencia que se transmite

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Y aplicando la relación de dispersión, determinamos la constante de propagación en la guía

$$\beta^2 = \frac{\omega^2}{v_{pho}^2} - k_c^2$$

de donde

$$\beta = 53,34\pi \text{ m}^{-1} = 167,56 \text{ m}^{-1}$$

La longitud de onda en la guía es

$$\lambda' = \frac{2\pi}{\beta} = 3,75 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

y la velocidad de fase de la señal en la guía es

$$v_{ph} = \frac{\omega}{\beta} = 3,75 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

mientras que la velocidad de grupo verifica

$$v_G = \frac{v_{pho}^2}{v_{ph}} = 2,4 \cdot 10^7 \text{ m/s}$$

b) La potencia transmitida por un modo TE viene dada por la expresión

$$\langle P \rangle_{TE} = \frac{1}{2} Z_{TE} \left(\frac{\beta}{k_c} \right)^2 \int H_z H_z^* ds$$

Por tanto, necesitamos determinar la impedancia del modo y la expresión para la componente longitudinal del campo magnético. Para el modo TE_{10} la expresión para la componente longitudinal del campo magnético es (particularizando las que vienen en el formulario):

$$\hat{H}_z = H_o \cos(40\pi x) e^{-j53,34\pi z}$$

La impedancia del modo es

$$Z_{TE} = \frac{Z}{[1 - \omega_c^2/\omega^2]^{1/2}}$$

con

$$\sqrt{\mu_0}$$

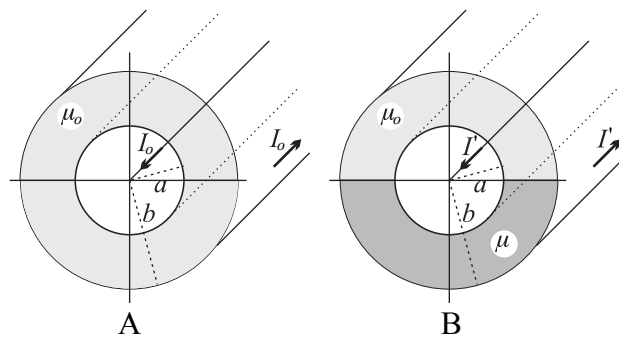
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Finalmente, la potencia transmitida por el modo es

$$\begin{aligned}
 \langle P \rangle_{TE} &= \frac{1}{2} Z_{TE} \left(\frac{\beta}{k_c} \right)^2 \int H_o^2 \cos^2(40\pi x) dx dy \\
 &= \frac{1}{2} Z_{TE} \left(\frac{\beta}{k_c} \right)^2 H_o^2 b \left[\frac{x}{80\pi} + \frac{\text{sen } 40\pi x}{4} \right]_0^a \\
 &= \frac{1}{2} Z_{TE} \left(\frac{\beta}{k_c} \right)^2 H_o^2 \frac{ab}{80\pi} \\
 &= 5,21 \cdot 10^{-5} H_o^2 \text{ W}
 \end{aligned}$$

E2. (3 puntos) Un cable coaxial de longitud L idealmente infinita está formado por superconductores tanto en el hilo central, de radio a , como en la carcasa exterior, de radio b . Inicialmente el espacio entre los conductores está relleno de un material magnéticamente inerte (permitividad μ_o). El cable alcanza el estado superconductor cuando por el hilo central circula una corriente I_o que retorna en sentido opuesto por la carcasa exterior (véase figura A).



- (a) Calcular los campos \mathbf{H} y \mathbf{B} en el espacio entre los conductores, así como el flujo magnético que atraviesa ese mismo espacio y la energía magnética almacenada.

Solución:

Es un ejercicio que se resuelve trivialmente con el Teorema de Ampère. Por simetría los campos tienen la dirección \mathbf{u}_φ ; tomando un circuito circular alrededor del hilo central, de radio $a < \rho < b$ entonces se cumple:

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = 2\pi\rho H = I_o$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

El flujo magnético lo calculamos sobre elementos diferenciales $dS = Ld\rho$ en un “tabique” longitudinal que une ambos conductores:

$$\Phi_o = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\mu_o I_o L}{2\pi} \int_a^b \frac{d\rho}{\rho} = \frac{\mu_o I_o L}{2\pi} \ln \frac{b}{a}$$

Y la energía magnética:

$$W_o = \frac{1}{2} \Phi_o I_o = \frac{\mu_o I_o^2 L}{4\pi} \ln \frac{b}{a}$$

En términos de Φ_o , que es el invariable del sistema:

$$W_o = \frac{\pi}{\mu_o L \ln(b/a)} \Phi_o^2$$

Manteniendo el estado superconductor, rellenamos la mitad del espacio disponible con un material de permitividad μ tal y como muestra la figura B.

- (b) Puesto que los circuitos superconductores mantienen constante el flujo magnético que los atraviesan, calcule la nueva intensidad I' que tiene que circular para mantenerlo. Calcule los campos \mathbf{H}' y \mathbf{B}' en las dos regiones en que se divide el espacio entre conductores.

Solución:

Puesto que la frontera entre los dos medios es perpendicular a la dirección de los campos, podemos anticipar que \mathbf{B}' no cambia de un medio a otro, ya que sus componentes normales se conservan a un lado y otro de la frontera:

$$\mathbf{B}'_1 = \mathbf{B}'_2$$

Por otra parte, el flujo magnético tiene que ser el mismo que en el apartado anterior, independientemente de dónde lo calculemos, si en la región 1 (con μ_o) en la 2 (μ). Por tanto:

$$\mathbf{B}'_1 = \mathbf{B}'_2 = \mathbf{B} = \frac{\Phi_o}{\rho L \ln(b/a)} \mathbf{u}_\varphi$$

donde hemos aprovechado para poner \mathbf{B} en términos del invariable Φ_o . Por tanto:

$$\mathbf{H}'_1 = \frac{\mathbf{B}}{\mu_o} = \frac{\Phi_o}{\mu_o \rho L \ln(b/a)} \mathbf{u}_\varphi$$

$$\mathbf{B} = \frac{\Phi_o}{\rho L \ln(b/a)} \mathbf{u}_\varphi$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Es decir,

$$I' = \frac{\pi\Phi_o}{L \ln(b/a)} \left(\frac{1}{\mu_o} + \frac{1}{\mu} \right) = \frac{I_o}{2} \left(1 + \frac{\mu_o}{\mu} \right)$$

- (c) Calcule la nueva energía magnética. Razone si el sistema realiza trabajo para admitir el nuevo material, o bien hay que ejercer trabajo externo, en función de si estamos introduciendo un material paramagnético o diamagnético.

Solución:

Calculamos la energía magnética:

$$W' = \frac{1}{2} \Phi_o I' = \frac{\pi\Phi_o^2}{2L \ln(b/a)} \left(\frac{1}{\mu_o} + \frac{1}{\mu} \right)$$

La diferencia de energía es:

$$\Delta W = W' - W_o = \frac{\pi\Phi_o^2}{2L \ln(b/a)} \left(\frac{1}{\mu_o} + \frac{1}{\mu} - \frac{2}{\mu_o} \right)$$

$$\Delta W = \frac{\pi\Phi_o^2}{2L \ln(b/a)} \left(\frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu_o} \right)$$

Es decir, si introducimos un material **paramagnético** ($\mu > \mu_o$) entonces $\Delta W < 0$ y el sistema realiza trabajo para admitir el material. Recíprocamente, si introducimos un material **diamagnético** ($\mu < \mu_o$) entonces $\Delta W > 0$ y tenemos que realizar trabajo para introducirlo en el cable.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70