

Grado en Ingeniería en Sistemas Audiovisuales y Multimedia

Tema 2. Electrodinámica Ecuaciones de Maxwell

Fernando Poza Saura



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ecuaciones de Maxwell. Índice

- Introducción
- Electrodinámica
- Ley Faraday
- Corriente de desplazamiento
- Ecuaciones de Maxwell

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ecuaciones de Maxwell. Introducción

$$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_V$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{L} = I$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

Relación entre los campos y sus fuentes

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{L} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = 0$$

Campo eléctrico conservativo

$$\oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

Líneas de campo cerradas

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

Cartagena99

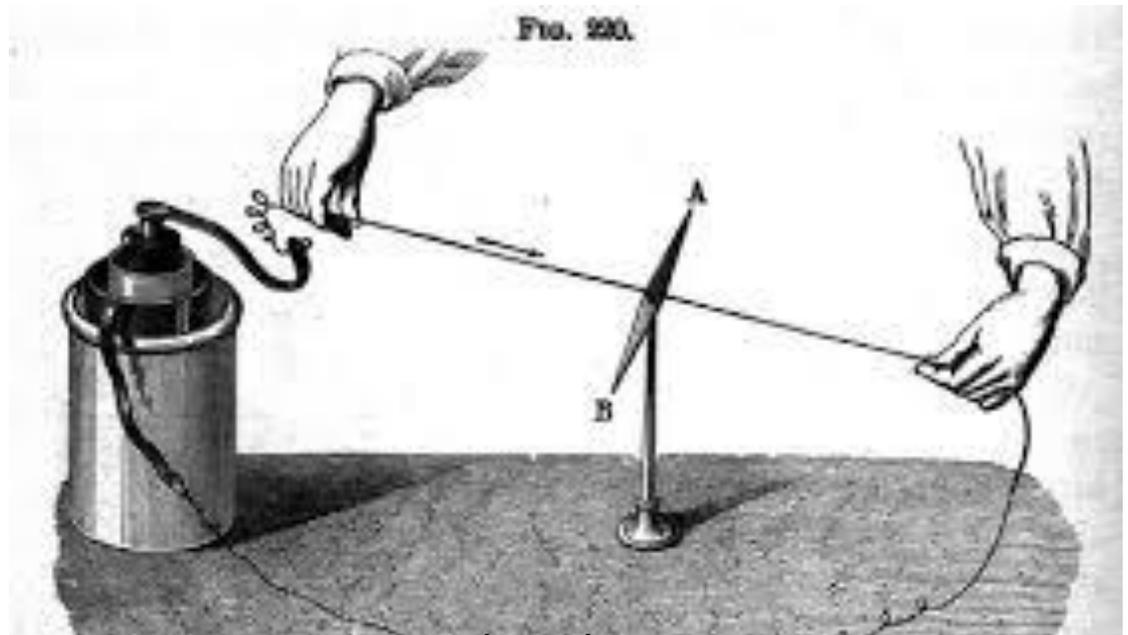
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ecuaciones de Maxwell. Electrodinámica

Experimento de
Oersted:

Una ***variación*** en
la corriente eléctrica
(que está causada por
un campo eléctrico)
***provoca la aparición de
un campo magnético.***



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

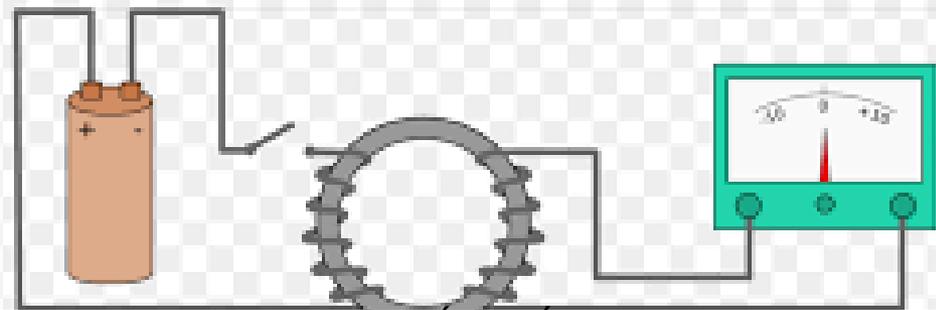
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ecuaciones de Maxwell. Ley de Faraday

Faraday sospechó que podía suceder también al contrario, es decir, generar corriente eléctrica a partir de un campo magnético.

La corriente generada en el circuito aislado del de la batería es debida a una diferencia de potencial (fuerza electromotriz, fem que aparece en el circuito secundario.

$$\phi = \oint_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Ecuaciones de Maxwell. Ley de Faraday

La fuerza electromotriz aparece cuando el flujo presenta una variación temporal. Esto ocurre si sucede alguna o varias de las situaciones siguientes:

- El campo B cambia con el tiempo

$$\vec{B} = \vec{f}(x, y, z, t)$$

- La superficie en la que se calcula el flujo cambia con el tiempo

$$S = f(x, y, z, t)$$

- Tanto el campo como la superficie cambian con el tiempo

$$\vec{B} = \vec{f}(x, y, z, t)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ecuaciones de Maxwell. Ley de Faraday

La *fem* es una tensión (voltios). Por lo tanto solo puede ser causada por la aparición de un campo eléctrico.

$$fem = \oint_C \vec{E} \cdot d\vec{L} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

Usando el teorema de Stokes:

$$\int_S (\nabla \times \vec{E}) \cdot d\vec{S} = -\oint_S \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{S} \Rightarrow \boxed{\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}}$$

Un campo magnético variable con

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ecuaciones de Maxwell. Corriente de desplazamiento

Por otro lado, partiendo de la ley de Ampère, y usando identidades del cálculo vectorial, se tiene que:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J}$$

debe cumplir esta expresión que es cierta para cualquier campo vectorial:

$$\nabla \cdot (\nabla \times \vec{H}) = 0$$

Si esto fuese así se tendría que la divergencia de la densidad de corriente:

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0$$

Conclusión: la ecuación de partida no es válida en los puntos

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Ecuaciones de Maxwell. Corriente de desplazamiento

Para resolver esa contradicción, se postula la existencia de una corriente más que no está siendo tomada en cuenta en la ecuación inicial:

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \vec{G}$$

Se aplica la identidad vectorial anterior:

$$\nabla \cdot (\vec{J} + \vec{G}) = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \vec{J} + \nabla \cdot \vec{G} = 0 \Rightarrow \nabla \cdot \vec{J} = -\nabla \cdot \vec{G}$$

Como:

$$\nabla \cdot \vec{J} = -\frac{\partial \rho_V}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_V$$

$$\nabla \cdot \vec{G} = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \cdot \vec{D}) = \nabla \cdot \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\vec{G} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Ecuaciones de Maxwell

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{L} = - \int_s \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\oint_s \vec{D} \cdot d\vec{S} = Q$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_V$$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{L} = I + \int_s \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Electrodinámica. Ecuaciones de Maxwell

A las ecuaciones anteriores, que relacionan los campos entre si, hay que añadir las que relacionan los campos con el medio en el que se manifiestan (vacío, dieléctricos, conductores, etc):

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \qquad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

Por otro lado, las que relacionan los campos con las corrientes, fuentes del campo magnético.

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \qquad \vec{J} = \rho_V \vec{v}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70