

Hoja de ejercicios de MÉTODOS MATEMÁTICOS I curso 2021/22

Tema 1: NÚMEROS REALES

1. a) Demuéstrase que entre dos números racionales distintos hay otro racional.
b) Razona si la suma de dos números irracionales es siempre un irracional.

2. Encuétrase el fallo de la siguiente “demostración”. Sea $x = 1$. Entonces

$$x^2 = x \Rightarrow x^2 - 1 = x - 1 \Rightarrow (x + 1)(x - 1) = x - 1 \Rightarrow x + 1 = 1,$$

y como es $x = 1$, se sigue que $2 = 1$.

3. Resuélvase las siguientes desigualdades

a) $x^2 - 6x + 9 \leq 0$	b) $x^2 - 4x + 4 \geq 0$	c) $2x^2 + 9x + 6 \geq x + 2$
d) $x(2x - 1)(3x - 5) \leq 0$	e) $x + \frac{1}{x} \geq 1$	f) $\frac{2x^2 + 1}{4 - x^2} \leq 0$
g) $\frac{x}{x - 5} \geq 0$	h) $\frac{x}{x - 5} > 1/4$	i) $\sqrt{\frac{x}{2 - 3x}} \leq 1$.

4. Resuélvase las inecuaciones:

a) $\left \frac{1}{4} - x \right \leq \frac{1}{4}$,	b) $\left x^2 + x + \frac{1}{4} \right \leq 0$,	c) $ x + 7 > 2$
--	--	------------------

5. Empareja las desigualdades con sus correspondientes soluciones:

a) $ x < 3$	b) $ x - 1 < 3$	1) $4 < x < 6$	2) $-3 < x < 3$
c) $ 3 - 2x < 1$	d) $ 1 + 2x \leq 1$	3) $x < -1 \vee x > 3$	4) $x > 2$
e) $ x - 1 > 2$	f) $ x + 2 \geq 5$	5) $-2 < x < 4$	6) $-\sqrt{3} \leq x - 1 \vee 1 \leq x \leq \sqrt{3}$
g) $ 5 - x^{-1} < 1$	h) $ x - 5 < x + 1 $	7) $1 < x < 2$	8) $x \leq -7 \vee x > 3$
i) $ x^2 - 2 \leq 1$	j) $x < x^2 - 12 < 4x$	9) $1/6 < x < 1/4$	10) $-1 \leq x \leq 0$

6. Demuéstrase que $\forall x, y \geq 0$ a) $x^2 \leq y^2 \Rightarrow x \leq y$, b) $\sqrt{xy} \leq \frac{x + y}{2}$

7. Demuéstrase a) $||x| - |y|| \leq |x - y|$, b) $||x| - |y|| \leq |x + y|$.

8. Hállese ínfimo y mínimo, si existen, de los conjuntos

a) $[0; 1)$,	b) $(0; 1]$,	c) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 < 1\}$,	d) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 + 5x - 6 \leq 0\}$
e) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 \geq 1\}$,	f) $\{-0,9, -0,99, -0,999, \dots\}$	g) $\{x \in \mathbb{R} : x^2 + 2x + 3 \leq 0\}$.	

9. Determinense, si existen, supremo, ínfimo, máximo y mínimo de los conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 7x \leq 0\}, B = \{\frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}, n \neq 0\}, C = \{\frac{(-1)^n}{n}, n \in \mathbb{N}\}, D = \{(-1)^n + \frac{1}{n}, n \in \mathbb{N}\}.$$

10. ¿Qué clase de punto es π respecto del conjunto $B = \{x \in \mathbb{Q} : 2 \leq x \leq 4\}$? Hállense $\text{int}(B)$, $\text{ext}(B)$ y $\text{fr}(B)$. El conjunto B , ¿es un conjunto abierto?

11. Estúdiese si los conjuntos $A = \{\frac{1}{n}, n \in \mathbb{Z} \wedge n \neq 0\}$ y $B = [1, 4] \cap \mathbb{Q}$ son conjuntos

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70