

Hoja de ejercicios de MÉTODOS MATEMÁTICOS I curso 2021/22

Tema 3: LÍMITES Y CONTINUIDAD DE FUNCIONES REALES

- Determinense si existen: a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{1-x}{1+x}$, b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3-1}{x-1}$, c) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x}{|x|}$.
- Determinense: a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2+3}{x^3+2}$, b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3-x^3}{x^3-40}$ c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+6x^2-5}{x^4-4x^2-x}$.
- Determinense: a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+1} - \sqrt{x}$, b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x+x^2}}{x+2}$ c) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2-4}{\sqrt{x^4-2}}$.
- Determinense: a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{|x-2|}$, b) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{|x-1|}$.
- Determinense: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x^2-1}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+9}-3}{x}$.
- Demuéstrese que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos x}{x} = 0$.
- Calcúlese el límite $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{\pi x + \sqrt{\pi x}} - \sqrt{\pi x} \right)$.

8. La función $f(x)$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5-x}{3}, & \text{si } x < -1, \\ \frac{2}{x}, & \text{si } x \geq -1, \end{cases}$$

Estudia la continuidad de $f(x)$.

- Dada la función $f(x) = x^2 \operatorname{sen} \frac{1}{x}$, si $x \neq 0$ y $f(0) = k$, determínese el valor de k para que la función sea continua en $x = 0$.
- Determinense si la siguiente función es continua

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1+e^{1/x}}{1-e^{1/x}}, & \text{si } x \neq 0, \\ 0, & \text{si } x = 0. \end{cases}$$

- Construye una función continua que verifique $0 \leq f(x) \leq 1$ para todo $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = 0$ si $|x| \geq 2$ y $f(x) = 1$ si $|x| < 1$.
- Estúdiese la continuidad de las funciones

$$h(x) = \frac{x-|x|}{x}, \quad g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}.$$

13. Dada la función

$$g(x) = \begin{cases} x+a, & x \leq 0 \\ \frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}, & 0 < x \leq 1 \end{cases}$$

halla el valor de a para que sea continua.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

18. Demuéstrese que la ecuación $e^{-x^2} = 2x$ tiene al menos una solución real.