



# Tema 2

## Aritmética del computador

María Guijarro Mata-García

2021-22 / 1ºD

Cartagena99

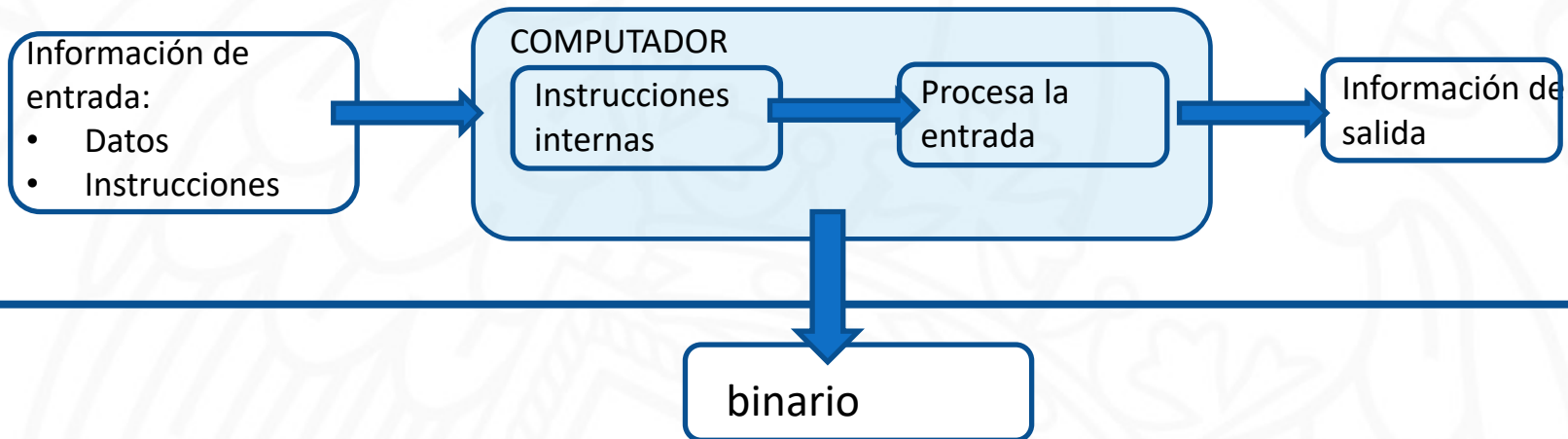
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



## COMPUTADOR Máquina de cálculo



¿Cómo se guardan los datos?

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

## Números enteros:

Representación exacta

0 = 0
1 = 1
2 = 10
3 = 11
4 = 100
...

Límite de números representados: Arquitectura del ordenador.

¿Tiene suficientes espacios para guardar todos los dígitos en un registro de memoria?

## Números no enteros:

Podrán tener representación exacta o no.

Depende de:

El número representado.

¿Tiene representación finita?

¿Tiene suficientes espacios para guardar todos los dígitos en un registro de memoria?

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Se trata de representar la mayor cantidad posible de números, con el menor espacio entre ellos. La representación nunca va a ser continua.

**Números máquina:** Los podemos representar de manera exacta (cantidad finita).

Pero no es lo mismo representar:



Que:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Actualmente tenemos sistemas de **32 bits** y **64 bits** de longitud de palabra.  
Cada bit es un espacio de memoria donde guardar 0 ó 1.

**32 bits**

Máximo de 32 espacios a rellenar con 0's o 1's para representar un número

**64 bits**

Máximo de 64 espacios a rellenar con 0's o 1's para representar un número

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# ¿Cómo los representamos?

Podemos representar  $2^{16}$   
números enteros

Veamos un **ejemplo** para **números enteros positivos**: sistema de **16 bits**.

Número más grande:

$$1*2^{15} + 1*2^{14} + 1*2^{13} + \dots + 1*2^3 + 1*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = 2^{16}-1 = 65535$$

posición	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
valor	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Número más pequeño:

$$0*2^{15} + 0*2^{14} + 0*2^{13} + \dots + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 0*2^0 = 0$$

posición	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# ¿Cómo los representamos?

Podemos representar  $2^{16}$   
números enteros

Veamos un **ejemplo** para **números enteros positivos**: sistema de **16 bits**.

¿Y si queremos también  
números negativos y no  
enteros?

Tendremos que organizar  
nuestros 16 bits para  
representar el mayor número  
posible

Siempre teniendo en cuenta que:

Los **nº racionales periódicos** y los **irracionales** no pueden representarse de forma exacta con un número finito de decimales → siempre **representación aproximada**.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Veamos un **ejemplo** para **números enteros positivos**: sistema de **16 bits**.

Los dos sistemas de representación de números no enteros más conocidos son:

- **Representación en PUNTO FIJO.**
- **Representación en PUNTO FLOTANTE.**

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# ¿Cómo los representamos?

OJO: Es un ejemplo arbitrario

Veamos un **ejemplo** para **punto fijo** en sistema de **16 bits**.

Usado en los primeros ordenadores.

1. Un campo de bit para el signo del número: 1 → -; 0 → +
2. Un campo de bits para la parte entera del número.
3. Un campo de bits para la parte decimal del número.

- 1 Bit para el signo**
- 7 Bits para parte entera**
- 8 Bits para parte decimal**

Ejemplo:

**-10111.0011101101<sub>2</sub>**

signo	Parte entera							Parte decimal							
1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1
-	2 <sup>6</sup>	2 <sup>5</sup>	2 <sup>4</sup>	2 <sup>3</sup>	2 <sup>2</sup>	2 <sup>1</sup>	2 <sup>0</sup>	2 <sup>-1</sup>	2 <sup>-2</sup>	2 <sup>-3</sup>	2 <sup>-4</sup>	2 <sup>-5</sup>	2 <sup>-6</sup>	2 <sup>-7</sup>	2 <sup>-8</sup>

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# ¿Cómo los representamos?

OJO: Es un ejemplo  
arbitrario

Veamos un **ejemplo** para **punto flotante** en sistema de **16 bits**.

El **punto** decimal de la mantisa **no separa la parte entera de la parte decimal**.

Representamos el número con **un solo dígito en la parte entera** (como formato científico).

Por ejemplo:

El número  $-1101.00101$  se representa  $-1.10100101 \times 2^3$

Utilizamos el valor del **exponente** para recuperar la parte entera del número.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# ¿Cómo los representamos?

OJO: Es un ejemplo  
arbitrario

Veamos un **ejemplo** para **punto flotante** en sistema de **16 bits**.

Se expresa el número en función de cuatro componentes:

- **Signo:** indica el signo del número (0= positivo, 1=negativo)
- **Mantisa:** contiene la magnitud del número (en binario puro)
- **Exponente:** contiene el valor de la potencia de la base (siempre positivo)
- **Base:** queda implícita y es común a todos los números (habitual base 2)

Ejemplo:

$$-1101.00101 \rightarrow -1.10100101 \times 2^3$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# ¿Cómo los representamos?

Necesitamos un formato estándar para que todos los ordenadores lo hagan igual.

Ejemplo:

$$-1101.0010111 \rightarrow (-1) 1010010111 \times 2^3$$

No es lo mismo representarlo con 11 bits en la mantisa...

signo	Mantisa											Exponente			
1	1	1	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	1	1
-	$2^0$	$2^{-1}$	$2^{-2}$	$2^{-3}$	$2^{-4}$	$2^{-5}$	$2^{-6}$	$2^{-7}$	$2^{-8}$	$2^{-9}$	$2^{-10}$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$

... que con 10 bits en la mantisa: perdemos el último dígito

signo	Mantisa										Exponente			
-------	---------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	-----------	--	--	--

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



Necesitamos un formato estándar para que todos los ordenadores lo hagan igual.

El proceso de estandarización fue bastante lento: El estándar no fue introducido hasta 1985.

**Estándar actual: IEEE 754** (Institute of Electrical and Electronic Engineers).

Se pensó en dos tamaños de registro:

- 32 bits → precisión simple.
- 64 bits → precisión doble.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Formato de punto flotante de 32 bits de longitud de palabra

## (Simple precisión)

- **1 bit para signo:** 0 → positivo; 1 → negativo
- **23 bits para la mantisa**
- **8 bits para el exponente [-127, 128]**

Formato de punto flotante de 64 bits de longitud de palabra

## (Doble precisión)

- **1 bit para signo:** 0 → positivo; 1 → negativo

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

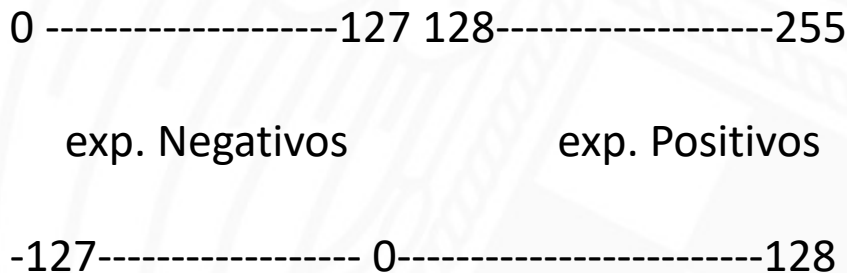
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Exponente:

Con 8 bits podemos representar  $2^8 = 256 \rightarrow 0\dots 255$   
00000000 11111111

Cómo conseguir exponentes negativos? **Exponente en exceso 127**



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



## Formato de punto flotante de 32 bits de longitud de palabra (Simple precisión)

Exponente representado	Aplico exceso 127	Decimal	Bits de exponente
-127	$-127+127=0$	0	00000000
-125	$-125+127=2$	2	00000010
0	$-127+127=0$	127	01111111
128	$128+127=255$	255	11111111

### Valores restringidos de exponente:

**Exponente = 128** → Estándar evita desbordamiento, no se considera número (valor depende de mantisa):

- Bit de mantisa son todo 0's → registro representa  $\infty$
- Bit de mantisa  $\neq 0$  → NaN (Not a Number) (sin significado matemático).

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

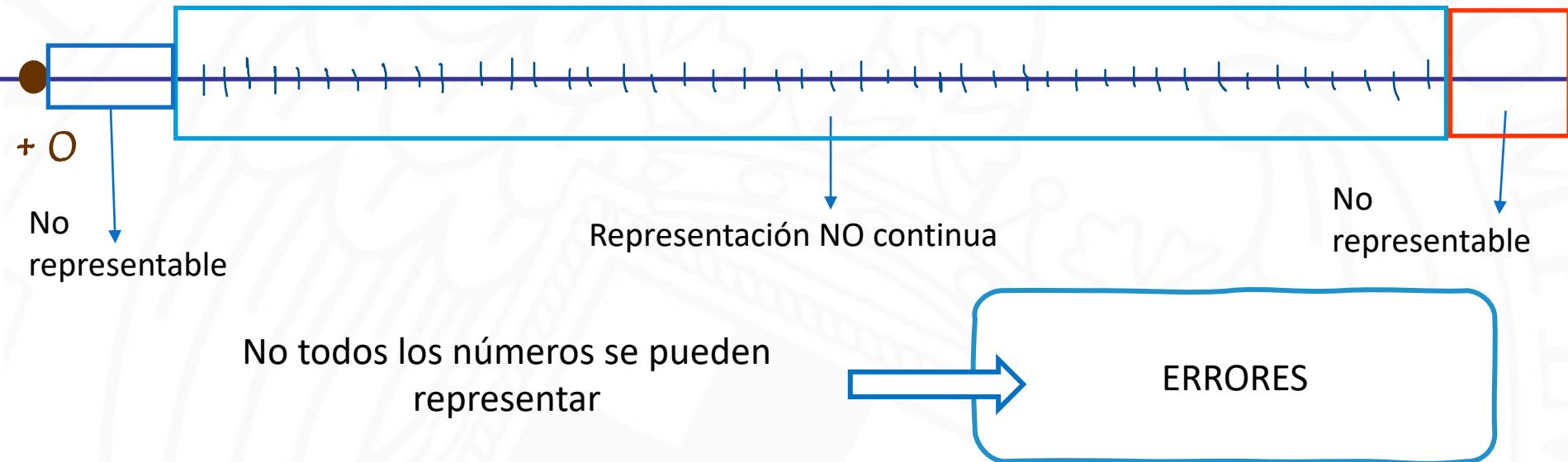
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Se trata de representar la mayor cantidad posible de números, con el menor espacio entre ellos.

De forma que todos los ordenadores lo hagan igual.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## 1. Datos de entrada

- Experimental
- Cálculos previos

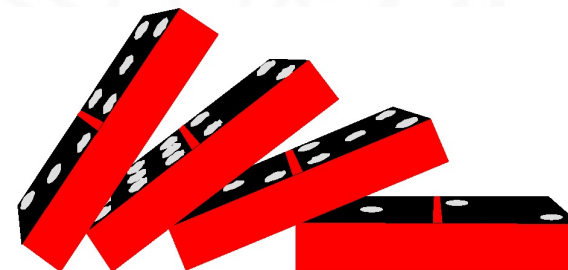
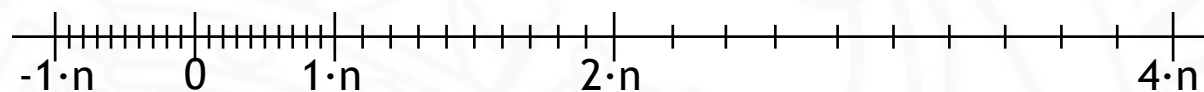
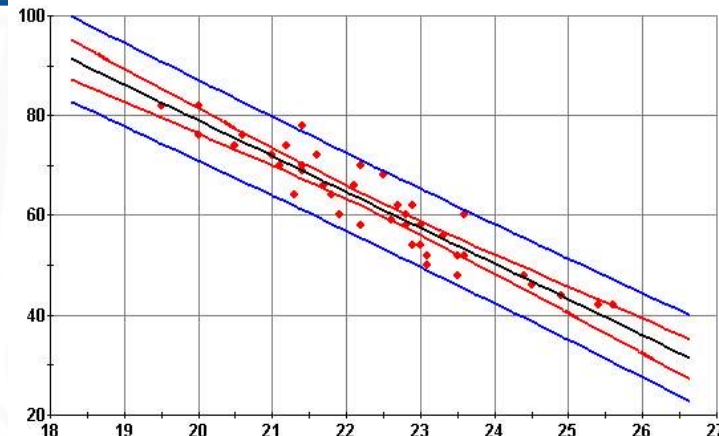
## 2. Representación de los números :

- Redondeo
- Desbordamiento

## 3. Cálculos:

- Acumulación de errores de redondeo
- Anulación catastrófica
- Desbordamiento

## 4. Algoritmo :



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Representación de los números :

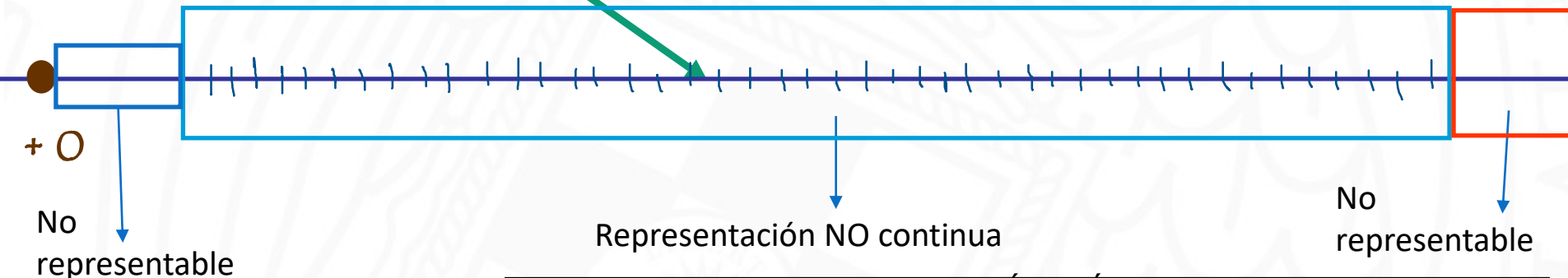
### Errores de redondeo

Si el tamaño de la mantisa es mayor que el representable

Número no representable

Hay que aproximar

Al número máquina más cercano



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Representación de los números :

Errores de desbordamiento

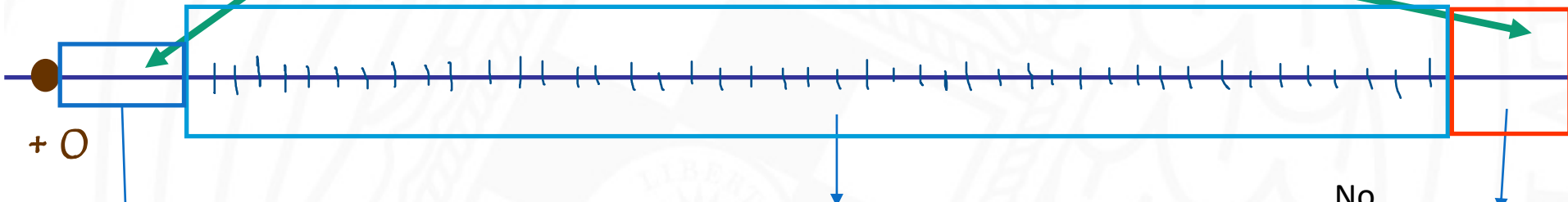
Si el exponente es demasiado grande o pequeño

Número no representable

Underflow  $\rightarrow 0$   
Overflow  $\rightarrow \pm\infty$

underflow

overflow



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

No

## Operaciones aritméticas: Acumulación de errores de redondeo

Ejemplo: Representación en base 10 en punto flotante: mantisa de cuatro dígitos y exponente de dos dígitos

Tenemos dos números: 99.99 y 0.161 y los sumamos.

$$99.99 = 9.999 \times 10^1$$

$$0.161 = 1.61 \times 10^{-1}$$

Pasos que sigue el ordenador para realizar esta suma:

1. *Alineamiento*: representar el número más pequeño usando el exponente del mayor.

$$1.610 \times 10^{-1} \rightarrow 0.0161 \times 10^1 \rightarrow 0.016 \times 10^1$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70





## Operaciones aritméticas: Acumulación de errores de redondeo

3. *Normalización*: si hay desbordamiento de la mantisa → volver a normalizarla

$$10.015 \times 10^1 \rightarrow 1.0015 \times 10^2$$

4. *Redondeo*: redondeo porque no caben todos los dígitos en la mantisa (sólo 4 dígitos)

$$1.0015 \times 10^2 \rightarrow 1.002 \times 10^2$$

5. *Renormalización*: a veces es necesario volver a normalizar la mantisa después del redondeo.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## Operaciones aritméticas: Anulación catastrófica

Ocurre cuando en una operación aritmética (ej. la sustracción) se van cancelando los dígitos no afectados por el redondeo y quedan los que sí están afectados. Hay que evitar este tipo de operaciones.

Ejemplo: Operación a realizar  $b^2 - 4 \cdot a \cdot c$  en base 10 y mantisa de 5 dígitos.  $b = 3.3357 \times 10^0$ ,  $a = 1.2200 \times 10^0$ ,  $c = 2.2800 \times 10^0$

Resultado exacto:  $b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 4.944 \times 10^{-4}$

$$b^2 = 11.126894490000002 \approx 1.112689 \times 10^1$$

$$4 \cdot a \cdot c = 11.126399999999999 \approx 1.112640 \times 10^1$$

$$b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 4.900 \times 10^{-4} \rightarrow \text{error } 1\%$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## Operaciones aritméticas: Desbordamiento

Al realizar operaciones aritméticas es posible llegar a resultados no representables: overflow (+ o -) o bien underflow (+ o -).

Una vez producido el desbordamiento el resto de las operaciones quedan invalidadas.

La solución a este tipo de problemas exige modificar la forma en que se realizan los cálculos.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

