Lógica

Lenguajes proposicionales

Curso académico 2014-2015
Pepa Hernández
phernan@fi.upm.es

Departamento de Inteligencia Artificial
Escuela Técnica Superior de
Ingenieros Informáticos

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

El lenguaje de la lógica proposicional

Objetivos del tema:

- Conocer un lenguaje artificial
- Formalizar en él enunciados del español

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Lenguajes naturales vs. lenguajes formales

- Normalmente nos expresamos con un lenguaje natural que nos resulta cercano, intuitivo y sencillo.

- Sin embargo, en el contexto de la lógica formal se exige algo que sea:
  - sintácticamente preciso y no ambiguo
  - con un significado (semántica) unívoco, y no que una palabra pueda significar cosas distintas según algún tipo de contexto
  - cuya definición sea muy compacta

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

El lenguaje de la lógica proposicional

- Las proposiciones son las unidades que utiliza el lenguaje proposicional para representar argumentos

- Proposición: Lo expresado por una oración declarativa
  - Para que una oración (algo que simplemente se dice) sea una proposición, tiene que tener sentido preguntarse si es verdadera o falsa
  - Ejemplos:
    - 1 = 0 SI
    - Mañana lloverá SI

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Lenguaje proposicional: Proposiciones

- Las proposiciones representan *hechos lógicos*, es decir, enunciados por los que tiene sentido preguntarse si son verdaderos o falsos.

- Los símbolos de proposición representan este tipo de hechos:
  - **p** puede representar "*llueve*"
  - **q** puede representar "*Nadal ha ganado el US Open 2013*"

- Para enunciados más complejos necesitamos otros símbolos que representen la relación entre los más sencillos que los componen:
  - *llueve o nieva*
  - si **p** representa "*llueve*" y **r** representa "*nieva*", **p** ∨ **r** representaría "*llueve o nieva*"

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Lenguaje proposicional: Sintaxis

- (L_0, LP) Lenguaje proposicional (de orden cero, de enunciados): lenguaje formal que consta de un alfabeto y de reglas de formación de fórmulas

- *Alfabeto* de un lenguaje proposicional:
  - símbolos de proposición: **p, q, r, ……, p1, p2, …**
  - conectivas lógicas: ¬, ∨, ∧, →, ↔
  - símbolos auxiliares: (,)

- Reglas de formación de fórmulas: Determinan cuáles de todas las posibles secuencias (finitas) de símbolos de un alfabeto se consideran *expresiones bien formadas*

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Lenguaje proposicional: Sintaxis

- Fórmula bien formada (FBF):
  - Si **F** es un símbolo de proposición, **F** es una FBF *(fórmula atómica, átomo)*
  - Si **F** es una FBF, **¬F** es una FBF
  - Si **F** y **G** son FBFs:
    - **(F ∧ G)** (conjunción)
    - **(F ∨ G)** (disyunción)
    - **(F → G)** (implicación, condicional) (F antecedente, G consecuente)
    - **(F ↔ G)** (doble implicación, bicondicional)

  son FBFs

(F y G son metavariables que representan fórmulas cualesquiera)

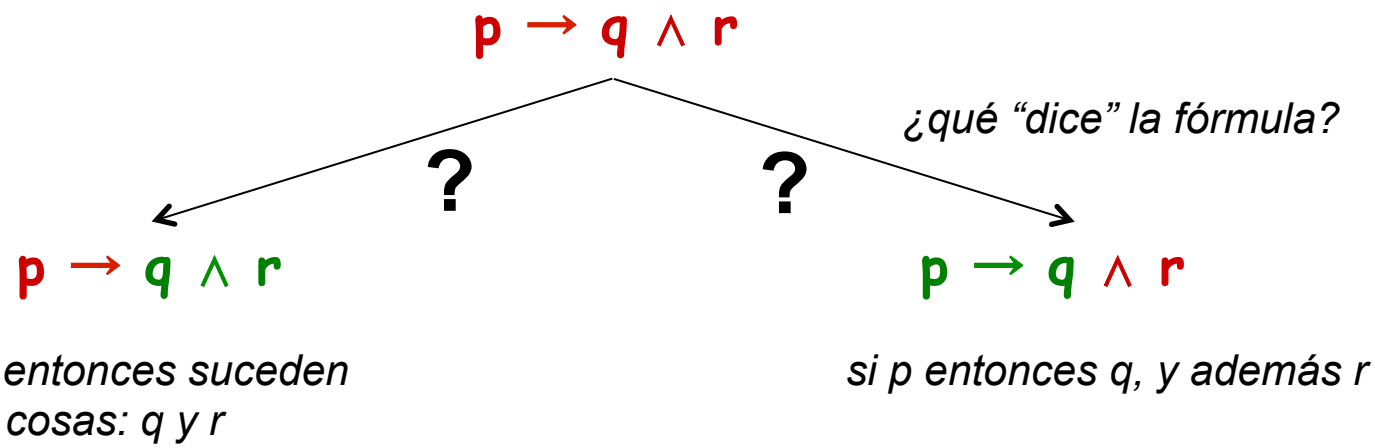
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Lenguaje proposicional: Sintaxis

- Precedencia:



- Se define una precedencia entre las conectivas para decidirlo:
  - ¬ mayor precedencia que ∧ y ∨
  - ∧ y ∨ mayor precedencia que → y ↔

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Lenguaje proposicional: Sintaxis

- Paréntesis:
  - $p \wedge q \wedge r$ es lo mismo que $p \wedge (q \wedge r)$
  - $p \wedge q \vee r$ es lo mismo que $p \wedge (q \vee r)$
  - $q \rightarrow r1 \wedge \neg r2$ es lo mismo que $q \rightarrow (r1 \wedge (\neg r2))$
  - $cgm \wedge p \vee \neg\neg q \leftrightarrow ll$ es lo mismo que $(cgm \wedge (p \vee (\neg(\neg q)))) \leftrightarrow ll$
  - $p \rightarrow q \rightarrow r \rightarrow s$ es lo mismo que $p \rightarrow (q \rightarrow (r \rightarrow s))$
  - $\neg\neg\neg\neg\neg p$ es lo mismo que $\neg(\neg(\neg(\neg(\neg p))))$

- En los ejemplos anteriores los paréntesis no son necesarios, pero si queremos dar otro "significado" a las fórmulas entonces sí lo son:
  - $p \wedge q \vee r$ entendida como $(p \wedge q) \vee r$
  - $cgm \wedge p \vee \neg\neg q \leftrightarrow ll$ entendida como $(cgm \wedge p) \vee (\neg\neg q \leftrightarrow ll)$
  - $p \rightarrow q \rightarrow r \rightarrow s$ entendida como $(p \rightarrow q) \rightarrow (r \rightarrow s)$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicios de sintaxis proposicional

Determinar si son FBFs las siguientes fórmulas y eliminar paréntesis superfluos usando las convenciones de precedencia:

1. $(q \wedge \neg(p)) \rightarrow (\neg(q) \vee r)$
2. $(p \wedge \neg(q \vee r)) \vee (\neg(p) \vee q)$
3. $((p \vee q) \vee \neg(r)) \leftrightarrow (r \wedge q)$
4. $(p \wedge \neg(q \vee r)) \vee (\neg(\rightarrow p))$
5. $(p) \leftrightarrow ((\ p \wedge q) \vee (p \wedge (\neg(q))))$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Formalización de enunciados

- Objetivo general: Representar en un lenguaje formal la **forma lógica** de una argumentación

- Para lenguajes proposicionales eso significa:
  - Identificar las proposiciones y unificar las diferencias lingüísticas cuando el significado es el mismo
  - Determinar las relaciones lógicas entre proposiciones (mediante conectivas)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Formalización

$\neg F$	"no F", "no es cierto que F", "no es verdad que F", "nunca F", "jamás F"
$F \wedge G$	"F y G", "F, pero G", "F, sin embargo G", "F, aunque G", "F, además de G"
$F \vee G$	"F o G", "F y/o G", "F o bien G", "F a no ser que G", "F a menos que G"
$F \rightarrow G$	"si F entonces G", "si F, G", "G si F", "F sólo si G", "no F a menos que G", "F es (condición) suficiente para G", "G es (condición) necesaria para F"
$F \leftrightarrow G$	"F si y sólo si G", "F es necesario y suficiente para G"

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicios de formalización I

- Modelización del condicional en lenguaje natural:
  1. Es necesario abrir la botella para disfrutar su contenido
  2. Basta con romper el sello para perder la garantía
  3. Llama al 112 cuando tengas una emergencia
  4. Perderé el tren a menos que coja un taxi
  5. Cambia la bombilla sólo y siempre que esté fundida
  6. No iré al cine a no ser que me inviten
  7. No pulse la alarma de incendios excepto cuando detecte humo en la escalera
  8. Pulse la alarma sólo y únicamente si detecta humo en la escalera

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002. Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Ejercicios de formalización II

- (Manzano y Huertas, 2004):
  1. Sólo si Pedro juega (p) jugará también Alex (q)
  2. Pedro irá al dentista (p), tanto si quiere (q) como si no quiere (¬q)
  3. La magia se revela (p) sólo si Pinocho miente (q) o Blancanieves muerde la manzana (r)
  4. El certificado tiene validez (p) si está firmado por el director (q) o el tutor del proyecto (r)
  5. La inflación aumentará (p) a menos que baje la emisión de moneda (q) u ocurra un milagro (r)
  6. Leeré a Proust (p) si me voy de vacaciones (q) y encuentro sus libros en oferta (r)
  7. Si el mal existe en el mundo (p) y no se origina por las acciones humanas (q), entonces Dios no quiere (r) o no puede (s) impedirlo
  8. Te regalaré el cuadro que te gusta (p) y viajaremos juntos a Italia (q) cuando me toque la lotería (r), o dejo de llamarme Ernesto (s)
  9. Es necesario que llueva (p) o que haga viento (q) pero que disminuya la

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Formalización de argumentos I

1. Si los españoles son europeos, los holandeses también lo son. Los españoles son europeos. Por consiguiente, los holandeses también son europeos.
2. Si Sevilla está en Andalucía, Barcelona está en Cataluña. Barcelona está en Cataluña. Luego Sevilla está en Andalucía.
3. Si la niebla en Londres tiene cierto encanto, pasarás frío o tendrás un desagradable encuentro con Jack. La niebla en Londres tiene cierto encanto. Por consiguiente, pasarás frío o tendrás un desagradable encuentro con Jack.
4. Si París es la capital de Francia, Madrid es la capital de España. París no es la capital de Francia. En consecuencia, Madrid no es la capital de España.
5. Pasarás frío o tendrás un desagradable encuentro con Jack, si consideras que la niebla de Londres tiene encanto, que lo tiene. Así que pasarás frío.
6. Juan no llora pero gimotea siempre que Luisa se marcha. Luisa se marcha. Por tanto, Juan no llora aunque gimotea.
7. O el testigo no dice la verdad o Juan estaba en la casa antes de cometerse el crimen. Si Juan estaba en su casa antes de cometerse el crimen, vio al criminal. Si vio al criminal, sabe que no pudo ser el mayordomo. Por tanto, si el testigo dice la verdad, Juan sabe quién estuvo antes y sabe que no fue el mayordomo.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

Formalización de argumentos II

1. Si Guillermo estudia, obtiene buenas notas. Si no estudia, lo pasa bien en el colegio. Si no saca buenas notas, no lo pasa bien en el colegio. Así pues, Guillermo obtiene buenas notas.
2. O Juan va a París o se queda en casa. Si viaja en barco, no va a París. Por consiguiente, si Juan se queda en casa, no viaja en barco.
3. Si Cuba no abandona el comunismo, EEUU no suspenderá el bloqueo. O Cuba no abandona el comunismo o encuentra aliados en oriente. Si Cuba encuentra aliados en oriente, la economía cubana no se recuperará. Por tanto, no es cierto que EEUU suspenda el bloqueo y la economía cubana se recupere.
4. No puede suceder a la vez que Serbia declare su independencia y Croacia no lo haga. Si Serbia declara su independencia, la ONU tomará medias. Si Croacia declara su independencia, la ONU no tomará medidas. Así pues, Serbia no declarará su independencia.
5. Cuando Eduardo no juega al baloncesto, juega al tenis. Cuando juega al tenis, juega al fútbol. No juega al fútbol. Por tanto, Eduardo juega al baloncesto.
6. Si la tormenta continúa o anochece, nos quedamos a cenar o a dormir. Si nos quedamos a cenar o a dormir, no iremos mañana al concierto. Pero sí iremos al concierto. Por tanto, consiguiente, la vida está llena de frustraciones.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente documento en virtud al Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002.
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.