

Importante: Recuerde mencionar los resultados teóricos que usa para la resolución de los problemas, y justificar por qué se pueden usar verificando las condiciones de los resultados cuando sea necesario.

Aquellos estudiantes a los que se ha ofrecido una parte B alternativa, la encontrarán al final del examen.

Duración del examen: 2 horas. Recuerde distribuir su tiempo para contestar los problemas de cada parte de la asignatura. No se permite el uso de ningún tipo de material ni calculadora.

Parte A. Ecuaciones diferenciales.

Problema 1. (2,5 puntos)

Considere el sistema

$$\begin{aligned}\frac{du}{dt} &= 2u - uv \\ \frac{dv}{dt} &= -9v + 3uv\end{aligned}$$

- Ecuentre los puntos críticos o de equilibrio.
- Caracterice la naturaleza de cada uno de los puntos críticos (nodo, punto de ensilladura, etc.)

Parte B. Variable compleja.

Problema 2. (2,5 puntos)

Calcular, usando las técnicas de la asignatura, la integral

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(4+x^2)^2} dx.$$

Parte C. Espacios de Hilbert.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of light blue and orange geometric shapes, including a large blue triangle and an orange shape that looks like a stylized '9' or a similar symbol.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Problema 4. (3 puntos)

Determinar el espectro, y sus componentes puntual, continua y residual, del operador posición en $L_2[-2, 2]$ (tómese, por simplicidad, el espacio real):

$$\hat{x}: L_2[-2, 2] \rightarrow L_2[-2, 2] \\ f(x) \mapsto xf(x) \quad .$$

Parte B (alternativa). Transformadas de Laplace. (Sólo para los que hayan podido optar por el temario alternativo.)

Problema 5. (2,5 puntos)

Resolver, usando la transformada de Laplace, la ecuación íntegro-diferencial

$$y'(t) = 1 - \int_0^t y(t-v)e^{-2v}dv, \quad y(0) = 1.$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of light blue and orange geometric shapes, including a large blue triangle and an orange shape that looks like a stylized '9' or a drop.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70