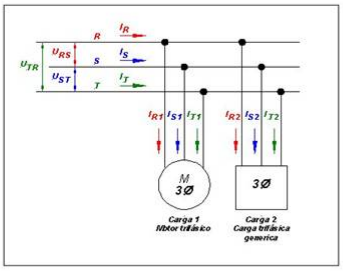
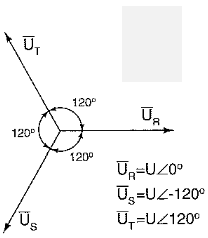
SISTEMAS TRIFÁSICOS



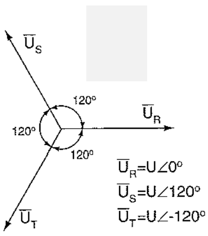
INTRODUCCIÓN

Sistema trifásico :3 magnitudes senoidales
Equilibrado:

1. Mismo módulo
2. Desfasadas 120º



a) Secuencia directa

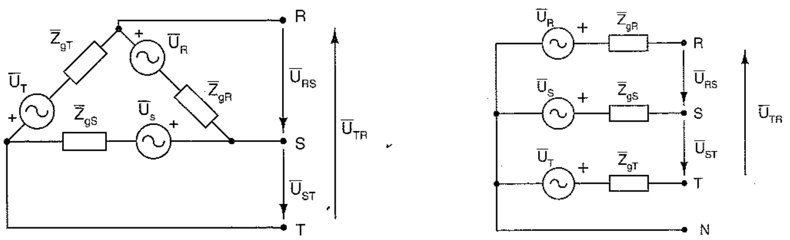


b) Secuencia inversa

Equilibrado

1. $\left|\vec{U}_R\right| = \left|\vec{U}_S\right| = \left|\vec{U}_T\right|$
2. $\vec{U}_R + \vec{U}_S + \vec{U}_T = 0$

GENERADORES TRIFÁSICOS



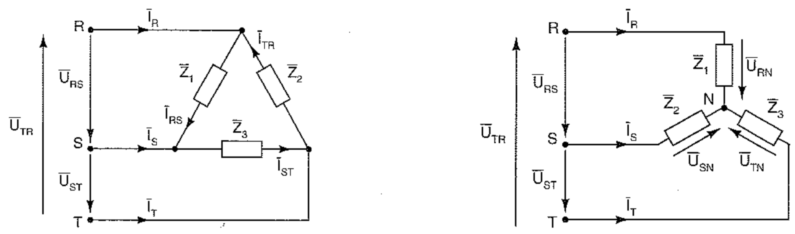
a) Conexión en triángulo

b) Conexión en estrella

Equilibrado

1. $\vec{Z}_{gR} = \vec{Z}_{gS} = \vec{Z}_{gT}$
2. $\left|\vec{U}_R\right| = \left|\vec{U}_S\right| = \left|\vec{U}_T\right|$
3. $\vec{U}_R + \vec{U}_S + \vec{U}_T = 0$

CARGAS TRIFÁSICAS



a) Carga en triángulo

b) Carga en estrella

Equilibrado

$$\vec{Z}_1 = \vec{Z}_2 = \vec{Z}_3$$

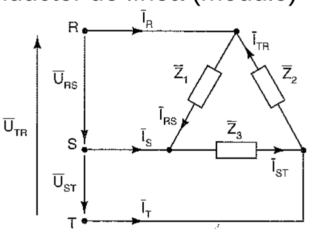
MAGNITUDES DE LINEA Y DE FASE

Tensión simple o de fase (U_F): Diferencia de potencial entre cada una de las ramas monofásicas (módulo)

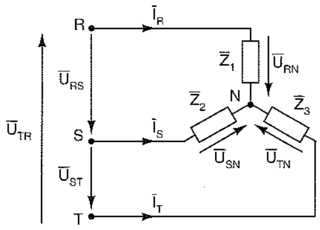
Tensión compuesta o de línea (U_L): Diferencia de potencial entre dos conductores de línea (módulo)

Intensidad de fase (I_F): Intensidad que circula por cada una de las ramas monofásicas I (módulo)

Tensión compuesta o de línea (U_L): Intensidad que circula por cada conductor de línea (módulo)

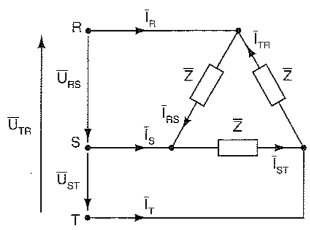


a) Carga en triángulo



b) Carga en estrella

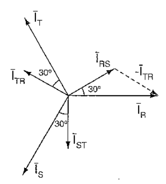
CONEXIÓN TRIÁNGULO EQUILIBRADO



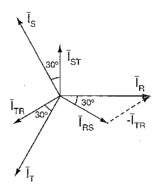
$$U_L = \left|\vec{U}_{RS}\right| = \left|\vec{U}_{ST}\right| = \left|\vec{U}_{TR}\right| = U_F$$

$$I_F = \left|\vec{I}_{RS}\right| = \left|\vec{I}_{ST}\right| = \left|\vec{I}_{TR}\right|; \quad I_L = \left|\vec{I}_R\right| = \left|\vec{I}_S\right| = \left|\vec{I}_T\right|$$

$$\vec{I}_R = \vec{I}_{RS} - \vec{I}_{TR}$$
$$\vec{I}_S = \vec{I}_{ST} - \vec{I}_{RS}$$
$$\vec{I}_T = \vec{I}_{TR} - \vec{I}_{ST}$$



a) Secuencia directa



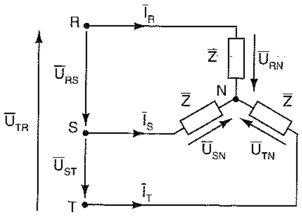
b) Secuencia inversa

$$I_L = \sqrt{3} I_F$$

$$\vec{I}_R = 2\vec{I}_{RS}\cos(30^o)_{\langle -30^o}$$
$$\vec{I}_R = \vec{I}_{RS}\sqrt{3}_{\langle -30^o}$$

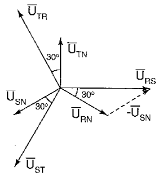
$$\vec{I}_R = 2\vec{I}_{RS}\cos(30^o)_{\langle 30^o}$$
$$\vec{I}_R = \vec{I}_{RS}\sqrt{3}_{\langle 30^o}$$

CONEXIÓN ESTRELLA EQUILIBRADA

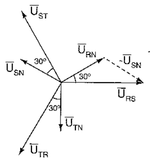


$$I_L = |\vec{I}_R| = |\vec{I}_S| = |\vec{I}_T| = I_F$$

$$U_F = |\vec{U}_{RN}| = |\vec{U}_{SN}| = |\vec{U}_{TN}|; \quad U_L = |\vec{U}_{RS}| = |\vec{U}_{ST}| = |\vec{U}_{TR}|$$



a) Secuencia directa



b) Secuencia inversa

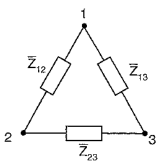
$$\vec{U}_{RS} = \vec{U}_{RN} - \vec{U}_{SN}$$
$$\vec{U}_{ST} = \vec{U}_{SN} - \vec{U}_{TN}$$
$$\vec{U}_{TR} = \vec{U}_{TN} - \vec{U}_{RN}$$

$$U_L = \sqrt{3}U_F$$

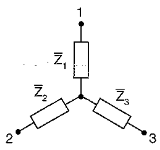
$$\vec{U}_{RS} = 2\vec{U}_{RN}\cos(30^\circ)_{\langle 30^\circ}$$
$$\vec{U}_{RS} = \vec{U}_{RN}\sqrt{3}_{\langle 30^\circ}$$

$$\vec{U}_{RS} = 2\vec{U}_{RN}\cos(30^\circ)_{\langle -30^\circ}$$
$$\vec{U}_{RS} = \vec{U}_{RN}\sqrt{3}_{\langle -30^\circ}$$

CONVERSIÓN ESTRELLA-TRIÁNGULO



⇔



$$\vec{Z}_1 = \frac{\vec{Z}_{12}\vec{Z}_{13}}{\vec{Z}_{12} + \vec{Z}_{13} + \vec{Z}_{23}}$$

$$\vec{Z}_{12} = \vec{Z}_1 + \vec{Z}_2 + \frac{\vec{Z}_1\vec{Z}_2}{\vec{Z}_3}$$

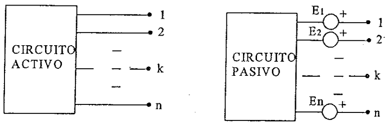
Equilibrado:

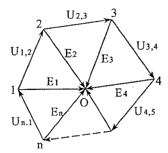
$$\vec{Z}_1 = \vec{Z}_2 = \vec{Z}_3$$
$$\vec{Z}_{12} = \vec{Z}_{23} = \vec{Z}_{13}$$

$$\vec{Z}_Y = \frac{\vec{Z}_\Delta}{3}$$

$$\vec{Z}_\Delta = 3\vec{Z}_Y$$

CONVERSIÓN ESTRELLA-TRIÁNGULO

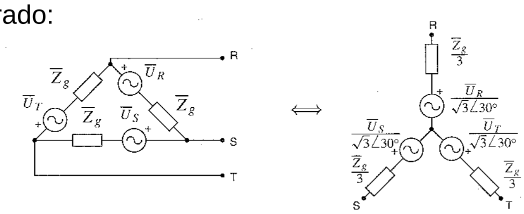




Thévenin polifásico:

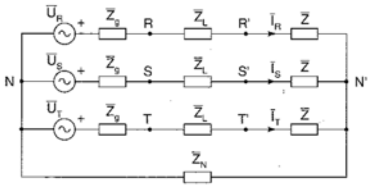
1. Circuitos pasivos iguales
2. Tensiones compuestas iguales

Equilibrado:

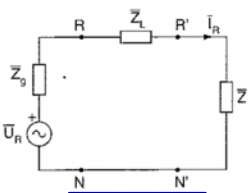


RESOLUCIÓN DE SISTEMAS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS

CONEXIÓN Y-Y



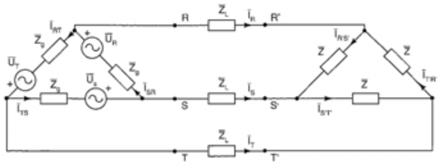
$$\vec{U}_{NN'} = \frac{\dfrac{\vec{U}_R}{\vec{Z}_g+\vec{Z}_L+\vec{Z}} + \dfrac{\vec{U}_S}{\vec{Z}_g+\vec{Z}_L+\vec{Z}} + \dfrac{\vec{U}_T}{\vec{Z}_g+\vec{Z}_L+\vec{Z}}}{\dfrac{3}{\vec{Z}_g+\vec{Z}_L+\vec{Z}} + \dfrac{1}{\vec{Z}_N}} = 0$$



$$\left|\vec{I}_R\right| = I_F = I_L$$

$$\vec{U}_R = \vec{I}_R(\vec{Z}_g+\vec{Z}_L+\vec{Z})$$
$$\vec{U}_S = \vec{I}_S(\vec{Z}_g+\vec{Z}_L+\vec{Z})$$
$$\vec{U}_T = \vec{I}_T(\vec{Z}_g+\vec{Z}_L+\vec{Z})$$

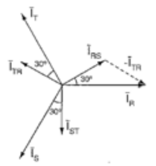
RESOLUCIÓN DE SISTEMAS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS CONEXIÓN Δ-Δ

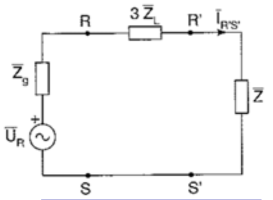


$$\vec{I}_{SR}\vec{Z}_g - \vec{U}_R + \vec{I}_R\vec{Z}_L + \vec{I}_{R'S'}\vec{Z} - \vec{I}_S\vec{Z}_L = 0$$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{I}_R = \vec{I}_{SR}\cdot\sqrt{3}_{\langle -30^\circ} \\ \vec{I}_R = \vec{I}_{R'S'}\cdot\sqrt{3}_{\langle -30^\circ}\end{array}\right\}\vec{I}_{SR} = \vec{I}_{R'S'}$$

$$\left.\begin{array}{l}\vec{I}_R = \vec{I}_{SR}\cdot\sqrt{3}_{\langle -30^\circ} \\ \vec{I}_S = \vec{I}_{SR}\cdot\sqrt{3}_{\langle -150^\circ}\end{array}\right\}\vec{I}_R - \vec{I}_S = 3\vec{I}_{SR}$$



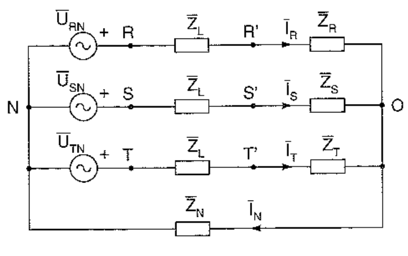


$$\vec{U}_R = \vec{I}_{R'S'}(\vec{Z}_g + 3\vec{Z}_L + \vec{Z})$$

$$\vec{I}_{R'S'} = \vec{I}_F = \vec{I}_L \cdot \frac{1}{\sqrt{3}_{\langle -30^\circ}}$$

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS TRIFÁSICOS

- Si es posible se reduce el circuito a una configuración estrella-estrella, mediante transformaciones estrella triángulo y asociaciones serie paralelo
- Después se aplica el Th de Millman para obtener la caída de tensión entre los nudos de las dos estrellas
- A partir de aquí se pueden obtener las corrientes de línea y las tensiones de fase



$$\vec{U}_{ON} = \frac{\dfrac{\vec{U}_{RN}}{\vec{Z}_R+\vec{Z}_L} + \dfrac{\vec{U}_{SN}}{\vec{Z}_S+\vec{Z}_L} + \dfrac{\vec{U}_{TN}}{\vec{Z}_T+\vec{Z}_L}}{\dfrac{1}{\vec{Z}_R+\vec{Z}_L} + \dfrac{1}{\vec{Z}_S+\vec{Z}_L} + \dfrac{1}{\vec{Z}_T+\vec{Z}_L} + \dfrac{1}{\vec{Z}_N}}$$

$$\vec{U}_{RO} = \vec{U}_{RN} - \vec{U}_{ON}$$

$$\vec{I}_R = \frac{\vec{U}_{RO}}{\vec{Z}_L + \vec{Z}_R}$$

POTENCIA EN SISTEMAS TRIFÁSICOS

Potencia instantánea

$p(t) = p_1(t) + p_2(t) + p_3(t)$ $\qquad p_i(t) = u_i(t) \cdot i_i(t)$

Potencia activa (media)

$P = P_{F1} + P_{F2} + P_{F3}$ $\qquad P_{Fi} = U_{Fi} \cdot I_{Fi} \cdot \cos\varphi_{Fi}$

Potencia reactiva

$Q = Q_{F1} + Q_{F2} + Q_{F3}$ $\qquad Q_{Fi} = U_{Fi} \cdot I_{Fi} \cdot sen\varphi_{Fi}$

Potencia compleja

$\vec{S} = \vec{S}_{F1} + \vec{S}_{F2} + \vec{S}_{F3} = P + jQ$ $\qquad \vec{S}_{Fi} = \vec{U}_{Fi} \cdot \vec{I}_{Fi}^{\,*} = P_{Fi} + j\,Q_{Fi}$

Potencia aparente

$S = |\vec{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} \neq |\vec{S}_{F1}| + |\vec{S}_{F2}| + |\vec{S}_{F3}|$ $\qquad S_{Fi} = |\vec{S}_{Fi}| = U_{Fi} \cdot I_{Fi} = \sqrt{P_{Fi}^2 + Q_{Fi}^2}$

POTENCIA EN SISTEMAS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS

Potencia instantánea

$$p(t) = p_1(t) + p_2(t) + p_3(t) = \sum_i u_i(t) \cdot i_i(t) = (...)$$

$$= U_F I_F [3\cos\varphi + \cos(2\omega t - \varphi) + \cos(2\omega t - 120^o - \varphi) + \cos(2\omega t + 120^o - \varphi)] =$$

$$= 3 U_F I_F \cos\varphi \neq f(t)$$

Potencia activa (media)

$$P = 3U_F \cdot I_F \cdot \cos\varphi$$

Potencia reactiva

$$Q = 3U_F \cdot I_F \cdot sen\varphi$$

Potencia compleja

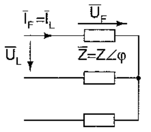
$$\vec{S} = 3\vec{S}_F = 3\vec{U}_{Fi} \cdot \vec{I}_{Fi}^{\,*} = P + jQ$$

Potencia aparente

$$S = 3S_F = 3U_F \cdot I_F = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

POTENCIA EN SISTEMAS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS

Conexión estrella



$$U_L = \sqrt{3} U_F \; ; I_L = I_F$$

$$P = 3U_F \cdot I_F \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} U_L \cdot I_L \cdot \cos\varphi$$

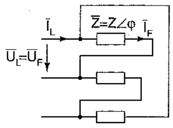
$$Q = 3U_F \cdot I_F \cdot sen\varphi = \sqrt{3} U_L \cdot I_L \cdot sen\varphi$$

$$\vec{S} = 3\vec{S}_F = P + jQ =$$
$$= 3U_F I_F (\cos\varphi + j\,sen\varphi) =$$
$$= \sqrt{3}\, U_L I_L (\cos\varphi + j\,sen\varphi)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_F \cdot I_F = \sqrt{3} U_L \cdot I_L$$

$$\vec{S} = 3\vec{S}_F = 3\vec{U}_{Fi} \cdot \vec{I}_{Fi}^{\,*} = P + jQ \neq \sqrt{3} \vec{U}_{Li} \cdot \vec{I}_{Li}^{\,*}$$

Conexión triángulo



$$I_L = \sqrt{3} I_F \; ; U_L = U_F$$

$$P = 3U_F \cdot I_F \cdot \cos\varphi = \sqrt{3} U_L \cdot I_L \cdot \cos\varphi$$

$$Q = 3U_F \cdot I_F \cdot sen\varphi = \sqrt{3} U_L \cdot I_L \cdot sen\varphi$$

$$\vec{S} = 3\vec{S}_F = P + jQ =$$
$$= 3U_F I_F (\cos\varphi + j\,sen\varphi) =$$
$$= \sqrt{3}\, U_L I_L (\cos\varphi + j\,sen\varphi)$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3U_F \cdot I_F = \sqrt{3} U_L \cdot I_L$$

$$\vec{S} = 3\vec{S}_F = 3\vec{U}_{Fi} \cdot \vec{I}_{Fi}^{\,*} = P + jQ \neq \sqrt{3} \vec{U}_{Li} \cdot \vec{I}_{Li}^{\,*}$$

FACTOR DE POTENCIA

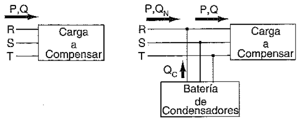
Factor de potencia

$$fdp = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}}$$

Sistemas equilibrados

$$fdp = \frac{P}{S} = \frac{\sqrt{3} U_L \cdot I_L \cdot \cos\varphi}{\sqrt{3} U_L \cdot I_L} = \cos\varphi$$

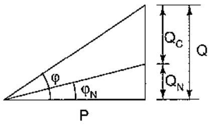
Corrección del factor de potencia



$$Q_C = Q - Q_N = P(tg\varphi - tg\varphi_N) \qquad Q_{CF} = \frac{1}{3} Q_C$$

Condensadores en Y

$$Q_{CF} = \frac{U_F^2}{X_{CY}} = U_F^2 \cdot \omega \cdot C_Y \qquad C_Y = \frac{Q_{CF}}{U_F^2 \cdot \omega} = \frac{3Q_{CF}}{U_L^2 \cdot \omega} = \frac{Q_C}{U_L^2 \cdot \omega}$$



Condensadores en Δ

$$Q_{CF} = \frac{U_F^2}{X_{C\Delta}} = U_F^2 \cdot \omega \cdot C_\Delta \qquad C_\Delta = \frac{Q_{CF}}{U_F^2 \cdot \omega} = \frac{Q_{CF}}{U_L^2 \cdot \omega} = \frac{Q_C}{3U_L^2 \cdot \omega}$$