

**MATEMÁTICAS EMPRESARIALES I**  
**Números complejos**

1) Calcular

a)  $\frac{3+2i}{-2+i}$ ,    b)  $\frac{2+2i}{1-i}$ ,    c)  $\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{5}-i}$ ,

d)  $\frac{2-i}{2i-\sqrt{5}}$ ,    e)  $\frac{(2-i)(1+2i)^2}{2+i}$ ,    f)  $\frac{1+i}{\frac{3-2i}{-2+i}}$ ,

g)  $i^{237}$ ,    h)  $i^{98}$ ,    i)  $e^{i\pi/2}$ .

**Solución:** a)  $-\frac{4}{5} - \frac{7}{5}i$ , b)  $2i$ , c)  $\frac{\sqrt{15}+1}{6} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{6}i$ , d)  $\frac{2-i}{2i-\sqrt{5}} = -\frac{2\sqrt{5}+2}{9} - \frac{4-\sqrt{5}}{9}i$ , e)  $\frac{7}{5} + \frac{24}{5}i$ , f)  $-\frac{23}{65} - \frac{11}{65}i$ , g)  $i$ , h)  $-1$ , i)  $i$ .

2) Determinar las raíces (reales y complejas) de los siguientes polinomios.

a)  $x^4 + 3x^3 + 5x^2 + 5x + 2$ ,

b)  $x^3 - 1$ ,

c)  $x^4 - 2x^2 - 3x - 2$ ,

d)  $2x^3 + x^2 - x - 2$ ,

e)  $4x^4 + 8x^3 + 13x^2 + 18x + 9$ ,

f)  $x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x$ .

**Solución:** a)  $x = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{7}}{2}i$  simples,  $x = -1$  doble, b)  $x = 1$ ,  $x = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$  simples. c)  $x = -1$ ,  $x = 2$ ,  $x = -\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$  simples, d)  $x = -\frac{3}{4} \pm \frac{\sqrt{7}}{4}i$ ,  $x = 1$  simples, e)  $x = \pm \frac{3}{2}i$  simples,  $x = -1$  doble, f)  $x = 0$ ,  $x = 2$ ,  $x = \pm i$  simples.

3) Calcular el módulo  $r = |z|$ , las razones trigonométricas de su argumento (sen  $\alpha$ , cos  $\alpha$  y tg  $\alpha$ ) y dibujar los siguientes números complejos.

a)  $z = -2 - 3i$ .

b)  $z = 1 - \sqrt{3}i$ .

**Solución:** a)  $r = \sqrt{13}$ , sen  $\alpha = -3/\sqrt{13}$ , cos  $\alpha = -2/\sqrt{13}$ , tg  $\alpha = 3/2$ .

b)  $r = 2$ , sen  $\alpha = -\sqrt{3}/2$ , cos  $\alpha = 1/2$ , tg  $\alpha = \sqrt{3}$ .

4) a) Dado el número complejo  $z = 5e^{\alpha i}$ , determinar las partes real e imaginaria de  $z$ , sabiendo que tg  $\alpha$  es negativa y que cos  $\alpha = 1/3$ .

b) Si  $z = 2e^{\alpha i}$ , y sabemos que sen  $\alpha = 2/3$ , y que cos  $\alpha < 0$ , calcular las partes real e imaginaria de  $z$ .

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

- - -

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

6) **(La fórmula de Euler y las funciones trigonométricas)** Usando la fórmula de Euler y las propiedades de la exponencial compleja, deducir las siguientes fórmulas

a)  $\sin(x+y) = \cos x \sin y + \sin x \cos y$  y  $\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$   
(Ayuda: usar que  $e^{i(x+y)} = e^{ix}e^{iy}$ ).

b)  $(\sin x)' = \cos x$ ,  $(\cos x)' = -\sin x$ , (Ayuda: usar que  $(e^{ix})' = ie^{ix}$ ).

c)  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  (Ayuda: usar b) para demostrar que  $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$  es constante y evaluar en  $x = 0$ ).

d)  $\sin(-x) = -\sin x$  y  $\cos(-x) = \cos x$ . (Ayuda: usar que  $e^{-ix} = \frac{1}{e^{ix}}$ , y c)).

e)  $\cos(3x) = \cos^3 x - 3\cos x \sin^2 x$ ,  $\sin(3x) = -\sin^3 x + 3\sin x \cos^2 x$  (Ayuda: usar que  $e^{3xi} = (e^{xi})^3$  y la fórmula  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ).

7) Sea  $p(x)$  un polinomio con coeficientes reales.

a) Si  $p(x)$  tiene grado 5, es posible que tenga exactamente 2 raíces reales simples?

b) Si  $p(x)$  tiene grado impar, ¿puede ser  $p(x) > 0$  para todo  $x \in \mathbb{R}$ ?

c) Si  $p(x)$  tiene grado 3, ¿puede tener una raíz compleja (no real) doble?

d) Si  $p(x)$  es un polinomio de grado 4 y sabemos que  $1 - 2i$  y  $-3 + i$  son raíces de  $p(x)$ , determinar todas las raíces de  $p(x)$ .

The logo for 'Cartagena99' features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a light blue triangle pointing upwards and an orange triangle pointing downwards, both with a slight gradient.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70