

Examen de Física Cuántica

Curso 1999-2000. Primer Parcial, 11 Febrero 2000

OBLIGATORIO: Problema 1 (5 puntos).

A ELEGIR: Problemas 2 ó 3 (5 puntos).

- * 1. a) Calcular los niveles de energía correspondientes a una partícula alfa de masa $m_\alpha = 3727.38$ MeV en un núcleo atómico, cuya energía potencial se puede aproximar por el pozo unidimensional:

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0, \\ -V_1 & 0 < x < a, \\ V_2 & a < x < a + b, \\ 0 & x > a + b, \end{cases}$$

donde la profundidad del pozo es de $V_1 = 6$ MeV y la barrera tiene una altura $V_2 = 4$ MeV. La anchura del pozo es de $a = 6.5$ fm y la de la barrera es de $b = 43.7$ fm.

[Ayuda: Para el cálculo de los niveles de energía es posible usar la aproximación física $b \gg a$. Resolved la ecuación trascendente $\sin x = \pm x/\epsilon$ con la fórmula

$$x_n = n\pi - \arcsin \frac{x_n}{\epsilon},$$

para el estado n -simo, en radianes. Converge en pocos pasos.]

b) ¿Existe algún estado metaestable? En caso afirmativo,

i) Calcular el coeficiente de transmisión T .

i) Estimar la vida media τ del estado metaestable.

→ iii) ¿Qué energía tendrá la partícula alfa emitida?

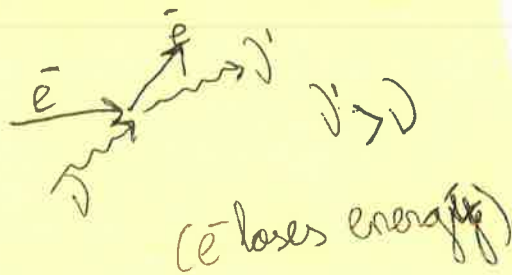
[Ayuda: Suponed que la velocidad de la partícula alfa dentro del pozo es v . La vida media $\tau^{-1} = (v/2a)T$.]

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

8,2648

Inverse Compton



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

(Me gustaría confirmar si está bien seguro)

2. a) Un haz monocromático de fotones de longitud de onda λ sufren dispersión Compton inversa con los electrones de un plasma caliente a la temperatura $T_{\text{gas}} = 1.16 \times 10^8$ K. Suponiendo que la energía cinética media de los electrones del plasma es de $K_e = kT_{\text{gas}}$, calcular la longitud de onda de los fotones incidentes para que el haz sea dispersado un ángulo $\theta = 90^\circ$.

[Ayuda: Suponed que, en la dispersión Compton inversa, el electrón del plasma transfiere toda su energía cinética al fotón, quedando el electrón en reposo.]

- b) El haz dispersado incide sobre una red cristalina de período $d = 1.7$ Å. ¿Cuántos máximos de difracción correspondientes a las reflexiones de Bragg se pueden observar entre $\alpha = 0^\circ$ y 90° ? ¿Qué resolución angular necesito tener para distinguir unos máximos de otros?

[Ayuda: La ley de Bragg es $n\lambda = 2d \sin \phi = 2d \cos \frac{\alpha}{2}$]



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Un haz de electrones se hace pasar por un dispositivo de tipo Stern-Gerlach con el gradiente de campo magnético en la dirección del eje z, de tal manera que se prepara el sistema en el estado $|\uparrow\rangle$, autoestado del operador S_z con autovalor $+\hbar/2$. A continuación se hace pasar el haz por un campo magnético homogéneo, de intensidad $B_0 = 0.01$ T, en la dirección del eje y, $\vec{B} = B_0(0, 1, 0)$.

a) Calcular el factor giromagnético del electrón, g_s , sabiendo que después de un tiempo $t_* = 1.7841$ ns, el sistema se encuentra en un estado ortogonal al inicial.

$$\frac{1}{2} \left(i \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} - i \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right) = \frac{1}{2} \left[\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ i \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix} = -i |\rightarrow\rangle$$

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

b) Considérese el operador $A = (\mathbb{1} + \alpha \sigma_x)^2$.

- ¿Qué condición debe satisfacer α para que A represente un observable?
- Calcular la dispersión de A , $\Delta A \equiv [\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2]^{1/2}$, en el estado inicial.
- Calcular la evolución temporal de la dispersión de A . ¿Es posible que $\Delta A(t) = 0$ para algún tiempo t ? Calcular ese tiempo y discutir el resultado.

[Ayuda: El Hamiltoniano de un sistema de espines sometido a un campo magnético \vec{B} está dado por

$$H = -\vec{B} \cdot \vec{\mu} = \mu_B \frac{g_s}{\hbar} \vec{B} \cdot \vec{S}$$

donde μ_B es el magnetón de Bohr, g_s es el factor giromagnético del electrón, y el operador de espín se puede escribir en función de las matrices de Pauli, $\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}$,

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$b=1$
 $a=i$
 $a-ib=0$
 $ia+b=0$

$-a-ib$
 $ia=b$

$b=1$

$i-i=0$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

$$E = \frac{2m(V_1+V_2)a^2}{\hbar^2}$$

Febrero 2000

1.

a) $m\alpha = 3727,38 \text{ MeV}/c$

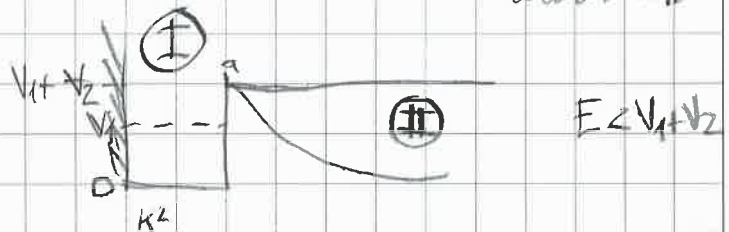
El potencial no es simétrico \rightarrow no hay paridad bien definida.

$V_1 = 6 \text{ MeV}$ $a = 65 \text{ fm}$
 $V_2 = 4 \text{ MeV}$ $b = 437 \text{ fm}$

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < 0 \\ -V_1 & 0 < x < a \\ -V_2 & a < x < a+b \\ 0 & x > a+b \end{cases}$$

* Estados ligados $\rightarrow E < V_2$

* Aproximamos $b \gg a$ para calcular E_n



Ⓘ $-\frac{\hbar^2}{2m} \psi_I'' = E \psi_I \Rightarrow \psi_I'' = -\frac{2mE}{\hbar^2} \psi_I$ $\left[\psi_I(0) = 0 \right]^{(1)}$

$\psi_I(x) = A_I \sin(Kx) + B_I \cos(Kx)$ α^2

Ⓜ $-\frac{\hbar^2}{2m} \psi_{II}'' + (V_1+V_2) \psi_{II} = E \psi_{II} \Rightarrow \psi_{II}'' = \frac{2m}{\hbar^2} (V_1+V_2-E) \psi_{II}$

$\psi_{II}(x) = A_{II} e^{\alpha x}$

$\psi_I(a) = \psi_{II}(a)$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$\begin{cases} \psi_{\pm}(x) = A \sin(Kx) & \longrightarrow & \psi'_{\pm}(x) = AK \cos(Kx) \\ \psi_{\pm}(x) = A \sin(Ka) e^{-\alpha(x-a)} & \longrightarrow & \psi'_{\pm}(x) = -A\alpha \sin(Ka) e^{-\alpha(x-a)} \end{cases}$$

$$\psi'_{\pm}(a) = \psi'_{\pm}(a) \Rightarrow A K \cos(Ka) = -A \alpha \sin(Ka) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \tan(Ka) = -\frac{K}{\alpha} \Rightarrow \cot^2(Ka) = \frac{\alpha^2}{K^2} =$$

$$= \frac{\frac{2m}{\hbar^2} (V_1 + V_2 - E)}{\frac{2m}{\hbar^2} \frac{1}{E}} = \left(\frac{V_1 + V_2}{E} - 1 \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cot^2(Ka) + 1 = \frac{V_1 + V_2}{E} \Rightarrow \overbrace{\cos^2(Ka) + \sin^2(Ka)} =$$

$$= \frac{V_1 + V_2}{E} \sin^2(Ka) \Rightarrow \sin^2(Ka) = \frac{E}{V_1 + V_2} = -\frac{K^2 \hbar^2}{2m} \frac{1}{(V_1 + V_2)} =$$

$$= -\frac{K^2 a^2}{E^2} \Rightarrow \boxed{\sin(Ka) = -\frac{Ka}{E}} \rightarrow \sin x = -\frac{x}{E}$$

$$E^2 = \frac{2(\hbar c^2)(V_1 + V_2) a^2}{(\hbar c)^2} = 80,89 \Rightarrow \boxed{E \approx 9}$$

El nº total de estados sería
 $[N = [1 + \frac{E}{\hbar}]] = 3$

Usamos:

$$x_n = n\pi - \arcsen \frac{x_n}{9}$$

$$x_1 = 2,8225 \Rightarrow K^2 a^2 = x_1^2 \Rightarrow \frac{2m E_1 a^2}{\hbar^2} = x_1^2 \Rightarrow E_1 = \frac{\hbar^2 x_1^2}{2m a^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E_1 = 0,98 \text{ MeV}}$$

$$x_2 = 5,6101 \Rightarrow$$

$$x_3 = 8,2618 \Rightarrow$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



→ → = p/h caso

0,526656



CURSOS DE VERANO

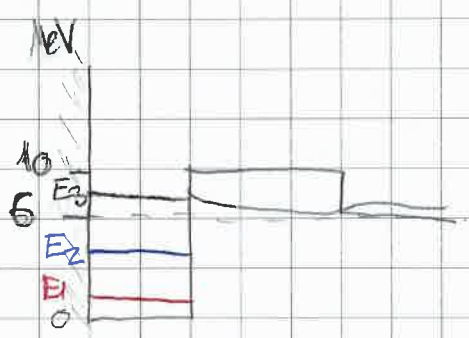
FUNDACIÓN GENERAL DE LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE



FUNDACIÓN GENERAL
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
MADRID

El Escorial

b) Estado metaestable



El único estado metaestable es el de energía E_2 , ya que existe cierta posibilidad no nula de que salga efectivamente.

$$D = \frac{10}{2a} = \frac{r}{2ma} = \frac{\hbar k}{2m\alpha a}$$

$$T^{-1} = \left(\frac{\hbar k}{2m\alpha a} \right) T$$

i) Estamos ante el caso habitual de un escudo, por lo que podemos usar las fórmulas ya conocidas:

$$E = 9 \gg 1$$

$$\alpha^2 a^2 = \frac{2ma^2}{\hbar^2} (V_1 + V_2 - E_3) = 12,62 \Rightarrow \alpha a = 3,55 (\gg 1)$$

$$T = \frac{16E_3}{V_1 + V_2} \left(1 - \frac{E_3}{V_1 + V_2} \right) e^{-2\alpha a} = 2,3 \cdot 10^{-11} \approx 0$$

Es una buena aproximación

$$T = \left[1 + \frac{\text{sen}^2(\alpha a)}{\frac{4E_3}{V_0} \left(1 - \frac{E_3}{V_0} \right)} \right]^{-1} = 2,3 \cdot 10^{-11} \approx 0$$

El coeficiente de transmisión es pequeño, necesitaríamos mucho tiempo o muchas átomos para ver el efecto túnel.

ii) $T = \frac{2m\alpha a}{\hbar^2} \frac{1}{E_3} \dots$

$$= \frac{2m\alpha a}{\hbar^2} \frac{1}{E_3}$$

iii)

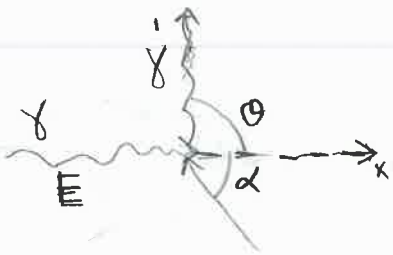
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

...

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

2. λ , dispersión Compton inversa, $T_{\text{gas}} = 1,16 \cdot 10^8 \text{ K}$; $K_e = K_B T_{\text{gas}}$. Longitud de onda incidente (λ) para dispersión $\theta = 90^\circ$

a)



Para este caso podemos usar la ecuación:

$$\lambda - \lambda' = \frac{hc}{m_e c^2} (1 - \cos \theta) \Rightarrow \lambda - \lambda' = \frac{hc}{m_e c^2}$$

$$E_\gamma = \frac{hc}{\lambda}$$

$$E_{\gamma'} = \frac{hc}{\lambda'}$$

$$K_e = K_B T_{\text{gas}}$$

$$E_\gamma + K_e = E_{\gamma'} \Rightarrow \frac{hc}{\lambda} + K_B T_{\text{gas}} = \frac{hc}{\lambda'} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \lambda' = \frac{hc}{\frac{hc}{\lambda} + K_B T_{\text{gas}}} = \frac{hc \lambda}{hc + K_B T_{\text{gas}} \lambda} = \frac{\lambda}{1 + \frac{K_B T_{\text{gas}}}{hc} \lambda}$$

$$\lambda \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{K_B T_{\text{gas}}}{hc} \lambda} \right) = \frac{hc}{m_e c^2} \Rightarrow \frac{hc}{m_e c^2 \lambda} - 1 = - \frac{1}{1 + \frac{K_B T_{\text{gas}}}{hc} \lambda} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{m_e c^2 \lambda - hc}{m_e c^2 \lambda} = - \frac{1}{1 + \frac{K_B T_{\text{gas}}}{hc} \lambda}$$

$$\Rightarrow (m_e c^2 \lambda - hc) \left(1 + \frac{K_B T_{\text{gas}}}{hc} \lambda \right) = - m_e c^2 \lambda$$

$$\Rightarrow m_e c^2 \lambda + K_B T_{\text{gas}} \lambda^2 = - m_e c^2 \lambda$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

0,175118602

CURSOS DE VERANO

FUNDACIÓN GENERAL DE LA UNIVERSIDAD COMPLUTENSE


FUNDACIÓN GENERAL
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE
MADRID

El Escorial

14,344.11493

$$\lambda = \frac{1 \pm \sqrt{1 + \frac{4m^2 c^2}{h^2 K^2}}}{2mc} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \frac{m^2 c^2}{K^2}}}{2mc} = 1,86 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

9) Hertz de $\lambda = 1,86 \cdot 10^{-11} \text{ m}$, red cristalina $d = 1,7 \text{ \AA}$. Máximos entre $\alpha = 0^\circ$ y 90° .

$$n\lambda = 2d \sin \theta = 2d \cos \frac{\alpha}{2}$$

$$\alpha = 0^\circ \rightarrow n = \frac{2d}{\lambda} \Rightarrow n = 18,28 \Rightarrow n_{\text{max}} = 18$$

$$\alpha = 90^\circ \rightarrow n = \frac{2d}{\lambda} \cos \left(\frac{90^\circ}{2} \right) = \frac{\sqrt{2}d}{\lambda} = 12,92 \Rightarrow n_{\text{min}} = 13$$

Se pueden ver 6 máximos de difracción.

$$n\lambda = 2d \cos \frac{\alpha'}{2} \Rightarrow \cos \frac{\alpha'}{2} = \frac{n\lambda}{2d} \Rightarrow \alpha' = 2 \arccos \left(\frac{n\lambda}{2d} \right)$$

$$(n+1)\lambda = 2d \cos \frac{\alpha}{2} \Rightarrow \alpha = 2 \arccos \left[\frac{(n+1)\lambda}{2d} \right]$$

$$\Delta\alpha = \alpha - \alpha' = 2 \left\{ \arccos \left[\frac{(n+1)\lambda}{2d} \right] - \arccos \left(\frac{n\lambda}{2d} \right) \right\}$$

$$n=12 \Rightarrow \Delta\alpha \approx 0,15 \text{ rad}$$

$$n=17 \Rightarrow \Delta\alpha \approx 0,13 \text{ rad}$$

Un máximo de ...

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

3. $|\uparrow\rangle$; $S_z |\uparrow\rangle$

a) Calcular $\langle S_x \rangle$ sabiendo

sistema está en un estado ortogonal, $|\downarrow\rangle$

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$H = -\vec{B} \cdot \vec{\mu} = \mu_B \frac{g_s}{\hbar} \vec{B} \cdot \vec{S}$$

$$\vec{S} = \frac{\hbar}{2} \vec{\sigma}$$

$$\vec{B} = B_0(0,1,0)$$

$$|\psi\rangle_0 = |\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$|\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$H = \mu_B \frac{g_s}{\hbar} \frac{B_0 \hbar}{2} (0,1,0) \cdot (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z) \Rightarrow H = \mu_B \frac{g_s B_0}{2} \sigma_y \Rightarrow$$

$$\Rightarrow H = \mu_B \frac{g_s B_0}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$$

El estado inicial está expresado en la base de S_z . Para poder actuar con mayor facilidad con S_y lo cambiaremos a su base de vectores propios.

Estos se ve fácilmente que son:

$$|+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$|-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}$$

Podemos por tanto escribir $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle - |-\rangle) = |\uparrow\rangle$

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle + |-\rangle) = |\downarrow\rangle$$

Por tanto:

$$|\psi_0\rangle = |\uparrow\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+\rangle - |-\rangle)$$

$$|\psi\rangle_t = U(t) |\psi_0\rangle = e^{-i\frac{H}{\hbar}t} |\psi_0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-i\mu_B \frac{g_s B_0}{2\hbar} t} |+\rangle - e^{+i\mu_B \frac{g_s B_0}{2\hbar} t} |-\rangle \right)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

...

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$\Rightarrow \mu_B \frac{g_s B_0}{2\hbar} t_* = \frac{\pi}{2} \Rightarrow g_s = \frac{\pi \hbar}{\mu_B B_0 t_*} \Rightarrow g_s = 2,002 \Rightarrow g_s \approx 2$$



$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

CURSOS DE VERANO

El Escorial

b) $A = (\mathbb{1} + \alpha \sigma_x)^2$, $\alpha \in \mathbb{C}$

i) Para que A sea un observable debe estar representado por un operador autoadjunto.

$$A = (\mathbb{1} + \alpha \sigma_x)^2 = \overset{\mathbb{1}}{\mathbb{1}^2} + \overset{\mathbb{1}}{\alpha^2 \sigma_x^2} + 2 \mathbb{1} \alpha \sigma_x = (1 + \alpha^2) \mathbb{1} + 2\alpha \sigma_x$$

$$A^\dagger = (1 + \alpha^{*2}) \mathbb{1} + 2\alpha^* \sigma_x = (1 + \alpha^{*2}) \mathbb{1} + 2\alpha^* \sigma_x$$

A simple vista podemos ver que la condición $A = A^\dagger \Rightarrow \alpha = \alpha^*$ y por tanto $\alpha \in \mathbb{R}$.

ii) Calcular $\Delta A = [\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2]^{1/2}$ en el estado $|\psi\rangle_0 = |\uparrow\rangle$

Vemos que $\sigma_x |\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |\downarrow\rangle$. Por tanto:

$$\langle A \rangle_0 = \langle \uparrow | [(1 + \alpha^2) |\uparrow\rangle + 2\alpha |\downarrow\rangle] \rangle \Rightarrow \boxed{\langle A \rangle_0 = 1 + \alpha^2}$$

$$A^2 = (1 + \alpha^2)^2 \mathbb{1} + 4\alpha^2 \mathbb{1} + (1 + \alpha^2) 2\alpha \sigma_x$$

$$\langle A^2 \rangle =$$

$$\Delta A^2 = 6\alpha^2 +$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

iii)

$$[H, A] = \left[\mu_B \frac{g_s B_0}{2} \sigma_y, (1+\alpha^2) \mathbb{1} + 2\alpha \sigma_x \right] \neq 0$$

A no es una de las magnitudes:

$$\langle \sin \omega t \rangle = \frac{1}{2} (e^{i\omega t} - e^{-i\omega t})$$

Para el siguiente apartado vemos que:

$$\sigma_x |+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = -i \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = -i |-\rangle$$

$$\sigma_x |-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = i \begin{pmatrix} -i \\ 1 \end{pmatrix} = i |+\rangle$$

$$\mu_B \frac{g_s B_0}{\hbar} = \omega$$

$$\begin{aligned} \langle \Psi | [(1+\alpha^2) \mathbb{1} + 2\alpha \sigma_x] \left[\frac{i}{\sqrt{2}} |+\rangle - e^{i\mu_B \frac{g_s B_0}{\hbar} t} |-\rangle \right] &= \\ = \langle \Psi | \left[(1+\alpha^2) \frac{i}{\sqrt{2}} + \alpha e^{i\omega t} \right] |+\rangle + \left[(1+\alpha^2) \frac{i}{\sqrt{2}} + \alpha \right] |-\rangle &= \\ = -\frac{i}{\sqrt{2}} \left[(1+\alpha^2) \frac{i}{\sqrt{2}} + \alpha e^{i\omega t} \right] + \frac{i e^{-i\omega t}}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{2}\alpha - (1+\alpha^2) \frac{i e^{i\omega t}}{\sqrt{2}} \right] &= \\ = \frac{1}{2} (1+\alpha^2) - \frac{i}{2} \alpha e^{i\omega t} + \frac{i}{2} \alpha e^{-i\omega t} + \frac{1}{2} (1+\alpha^2) &= \\ = (1+\alpha^2) - 2\alpha \langle \sin \omega t \rangle \Rightarrow \langle A \rangle_t = (1+\alpha^2) - 2\alpha \langle \sin \omega t \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \Psi | \left\{ [(1+\alpha^2) + 4\alpha^2] \mathbb{1} + 2\alpha (1+\alpha^2) \sigma_x \right\} \left[\frac{i}{\sqrt{2}} |+\rangle - \frac{i}{\sqrt{2}} e^{i\omega t} |-\rangle \right] &= \\ = \langle \Psi | \left[(\alpha^2 + 6\alpha^2 + 1) \frac{i}{\sqrt{2}} + \alpha \sqrt{2} (1+\alpha^2) e^{i\omega t} \right] |+\rangle + \left[-\frac{i}{\sqrt{2}} e^{i\omega t} (\alpha^2 + 6\alpha^2 + 1) + \right. & \\ \left. + \alpha \sqrt{2} (1+\alpha^2) \right] |-\rangle &= \end{aligned}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



$$[(1+\alpha^2) - 2\alpha \sin(\omega t)]^2 = (1+\alpha^2)^2 + 4\alpha^2 \sin^2 \omega t - 4(1+\alpha^2)\alpha \sin(\omega t)$$

CURSOS DE VERANO



El Escorial

$$\Delta A_t^2 = (\alpha^4 + 6\alpha^2 + 1) \cancel{4\alpha^2} \sin(\omega t) - (1 + 2\alpha^2 + \alpha^4) - 4\alpha^2 \sin^2 \omega t - 4(\alpha + \alpha^3) \sin(\omega t) = 4\alpha^2 - 4\alpha^2 \sin^2 \omega t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta A_t^2 = 4\alpha^2 - 4\alpha^2 \sin^2 \omega t}$$

$$\Delta A_t = 0 \Rightarrow \cancel{4\alpha^2} = \cancel{4\alpha^2} \sin^2 \omega t \Rightarrow \sin \omega t = 1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mu_B \frac{q_s B_0}{\hbar} t = n \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = n \frac{\pi \hbar}{2 \mu_B q_s B_0}$$

(Esta hecho en la Hoja 5 de ejercicios. Los errores acumulados hacen que no obtenga $t = t^*$, que es lo debido.)

La interpretación es clara, $\Delta A = 0$ en $t = t^*$ porque es estado base el cambio al ortogonal y por tanto el único resultado posible de la medida es μ_B , es decir, no hay indeterminación.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

...

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

- - -

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**