

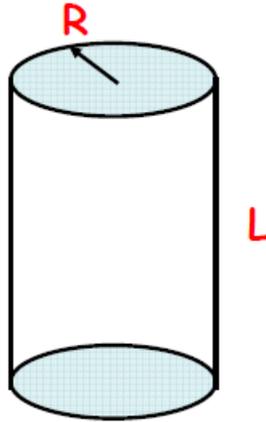
Problemas de Metodos Matematicos III.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white swoosh underneath.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Problema 1 Solucion general para problema de conduccion de calor en cilindro con contronos homogeneos de primer tipo y usando metodo Fourier



Solución:

1. Formulacion matematica:

$$\frac{u_t}{a^2} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial u}{\partial \rho} \right] + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \Delta u$$

CC: $u(\text{todas superficies})=0$

CI: $u(t=0) = f(\rho, \varphi, z)$

2. Separando variables:

$$u = v * T(t) = R(\rho) \Phi(\varphi) Z(z) T(t)$$

$$\frac{1}{a^2} \frac{T_t}{T} = \frac{1}{R} \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial R}{\partial \rho} \right] \right\} + \frac{1}{\rho^2} \left[\frac{1}{\Phi(\varphi)} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} \right] + \frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}$$

3. Usando soluciones conicados de problemas SL bajamos la dimencionalidad del problema:

$$\frac{1}{a^2} \frac{T_t}{T} = \frac{1}{R} \left\{ \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial u}{\partial \rho} \right] \right\} + \frac{(-m^2)}{\rho^2} + (-\mu) = -\lambda$$

Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

6. La solución de problema SL para desarrollar solución por autofunciones ortogonales (todos bordes son homogéneos) i.e.

$$\Delta v + \lambda v = 0$$

$$v(\text{superficie})=0$$

Entonces el problema radial es:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left[\rho \frac{\partial R}{\partial \rho} \right] + \left[(\lambda - \mu_k) - \frac{m^2}{\rho^2} \right] R = 0$$

o

$$\frac{\partial^2 R}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial R}{\partial \rho} + \left[(\lambda - \mu_k) - \frac{m^2}{\rho^2} \right] R = 0$$

7. Soluciones acotados son funciones Bessel $J_m(\sqrt{(\lambda - \mu_k)}\rho)$

$(\lambda - \mu_k)$ se obtienen como soluciones de ecuación $J_m(\sqrt{(\lambda - \mu_k)}R)=0$

para valores de argumento $x_{nmk} = \sqrt{(\lambda_{nmk} - \mu_k)}R$

$$\left[\frac{x_{nmk}}{R} \right]^2 = (\lambda_{nmk} - \mu_k)$$

8. Entonces, los autovalores de problema serian:

$$\lambda_{nmk} = \left[\frac{x_{nmk}}{R} \right]^2 + \left(\frac{\pi k}{L} \right)^2$$

9. Autofunciones ortogonales para desarrollar la solución son:

$$v_{nmk} = J_m(\sqrt{(\lambda_{nmk} - \mu_k)}\rho) * \exp(-im\varphi) * \sin\left(\frac{\pi n}{L}z\right)$$

10. Finalmente, la solución general para ecuación de difusión en cilindro, usando desarrollo por autofunciones ortogonales obtenidos:

$$u(\rho, \varphi, z, t) = \sum_{nmk} \exp\{-a^2 \lambda_{nmk} t\} J_m\left(\frac{x_{nm}}{R} \rho\right) * [A_{nmk} \cos(m\varphi) + B_{nmk} \sin(m\varphi)] * \sin\left(\frac{\pi n}{L} z\right)$$

...

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**