

1. En  $(\mathbb{R}^2, T_u^2)$ , se considera los subconjuntos

$$\begin{aligned} A &= S^1 = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \}, \\ B &= \{ (x, 0) \mid x \in \mathbb{R}, x \geq 0 \}, \\ X &= A \cup B. \end{aligned}$$

Se pide:

a) Estudiar si el espacio topológico  $(A, (T_u^2)_A)$  es del mismo tipo de homotopía que el espacio topológico  $(X, (T_u^2)_X)$ .

b) Estudiar si el espacio topológico  $(X, (T_u^2)_X)$  es contractible.

Justifique sus respuestas.

2. Sea  $f : Z \times Z \rightarrow Z$  el único homomorfismo de grupos tal que

$$f(1, 0) = 32,$$

$$f(0, 1) = 11.$$

a) Estudiar si  $f$  es sobreyectivo (o suprayectivo).

b) En caso afirmativo, determinar un elemento  $(a, b) \in Z \times Z$  tal que

$$f(a, b) = 1.$$

Justifique sus respuestas.

3. En  $(\mathbb{R}^2, T_u^2)$ , sean

$$\begin{aligned} C &= \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x + 2)^2 + y^2 \leq 1 \}, \\ D &= \{ (x, 0) \mid x \in \mathbb{R}, -1 \leq x \leq 1 \}, \\ E &= \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid (x - 2)^2 + y^2 \leq 1 \}, \\ X &= C \cup D \cup E. \end{aligned}$$

a) Triangular  $X$ , es decir, obtener un complejo simplicial geométrico orientado  $K$  tal que

$(X, (T_u^2)_X)$  sea homeomorfo al poliedro geométrico  $(|K|, (T_u^2)|K|)$ .

b) Determinar los grupos de homología simplicial  $H_1(K)$  y  $H_2(K)$ .

c) Estudiar si el espacio topológico  $(X, (T_u^2)_X)$  es contractible.

Justifique sus respuestas.

Nota 1: Cada problema se calificará sobre 10 puntos y después se calculará la media aritmética de las tres calificaciones así obtenidas.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99