

1. (5 puntos)

(a) Sea X un subespacio de (\mathbb{R}^n, T_u) y sea p_0 un punto de X tal que para todo $p \in X$ el segmento $[p_0, p]$ de \mathbb{R}^n está contenido en X . Esto se expresa diciendo que el conjunto X es estrellado desde el punto p_0 .

Pruebe que X es simplemente conexo.

(b) Determine los grupos fundamentales $\pi(Q; 0)$ y $\pi(S^1 \times S^1; (a, a))$, siendo Q el subespacio de (\mathbb{R}, T_u) definido por los números racionales, $S^1 = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 = 1 \}$, $a = (1, 0)$.

Justifique sus respuestas.

2. (5 puntos)

Sea $f : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^n$ una aplicación continua e inyectiva, con $n > 1$, y sea $Y = f([0, 1] \times [0, 1] - (0, 1) \times (0, 1))$.

(a) Pruebe que Y es un poliedro curvilíneo compacto.

(b) Determine el grupo de homología simplicial $H_1(Y)$.

Justifique sus respuestas. Observe que $[0, 1] \times [0, 1] - (0, 1) \times (0, 1)$ es el subespacio de $[0, 1] \times [0, 1]$ formado por los lados del cuadrado.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of light blue and orange geometric shapes, including a large, faint 'C' on the left.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70