

**COMPLEMENTOS MATEMÁTICOS PARA LA INGENIERÍA INDUSTRIAL**  
**Febrero. Modelo B**

**INSTRUCCIONES:** Lea atentamente los enunciados. Conteste a las preguntas cortas exclusivamente en el espacio disponible a continuación del enunciado (se sugiere hacerlo en folio aparte y luego pasarlo). Desarrolle la solución a los ejercicios 5 y 6 en otra hoja de examen, en el espacio que necesite.

**PREGUNTAS CORTAS**

1. (1 PUNTO) Escriba cuál es la clausura convexa de un conjunto de puntos  $\{p_0, p_1, p_2, p_3\}$

**Solución:**

2. (1 PUNTO) Estudíese si las ecuaciones paramétricas

$$x(t) = t^2, \quad y(t) = \cos^3 t + \operatorname{sen} t + 3.$$

definen una curva regular.

**Solución:**

3. (1 PUNTO) Sea  $S$  la superficie dada por la parametrización

$$\mathbf{x}(u, v) = (u^2 - v^2, u^2 + v^2, u)$$

para  $(u, v) \in (-2, 2) \times (-2, 2)$ . Determine el plano tangente a  $S$  en  $\mathbf{x}(0, 1)$ .

The logo for Cartagena99 features the word "Cartagena99" in a stylized, blue, serif font. The "99" is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a subtle gradient and a soft shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE**  
**LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS**  
**CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

4. (1 PUNTO) Estudie si la parametrización

$$x = u + v, \quad y = u + u \cos v, \quad z = u^2 + v^2$$

con  $(u, v) \in \mathbb{R}^2$  es regular.

**Solución:**

## EJERCICIOS

5. (3 PUNTOS) Dada la función  $F : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^2$ , tal que

$$F(x, y, z, t) = (y^2 + t^4 - 2xz, y^3 + t^3 + x^3 - 1)$$

consideramos el punto  $P = (1, -1, 1, 1)$ .

- a) Demostrar que  $F(x, y, z, t) = 0$  define a  $z = g_1(x, y)$  y  $t = g_2(x, y)$  como funciones diferenciables de  $x$  e  $y$  en un entorno del punto  $(1, -1)$ .
- b) Evaluar en el punto  $(1, -1)$  la diferencial de la función

$$g(x, y) = (g_1(x, y), g_2(x, y))$$

- c) Calcular  $\frac{\partial^2 g_1}{\partial x^2}(1, -1)$  y  $\frac{\partial^2 g_2}{\partial x^2}(1, -1)$

**Nota:** La puntuación de cada uno de los apartados es 1 punto.

6. (3 PUNTOS) Las ecuaciones paramétricas, para  $r > 0$ ,

$$\mathbf{x}(t) = (rt - r \operatorname{sen} t, r - r \operatorname{cost}).$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a light blue and white geometric pattern, possibly representing a map or a stylized landscape.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70