

Apellidos		Número de matrícula	
Nombre		Calificación	

1. Formalizar en el lenguaje de la lógica proposicional:

(2 puntos)

a) Los siguientes enunciados:

Podremos ir al partido en caso de que no llueva y consigamos las entradas

SOLUCIÓN:

Identificamos las proposiciones que hay en los enunciados:

- Podremos ir al partido: p
- Llueve: q
- Conseguimos las entradas: r

Identificamos las conectivas y formalizamos el enunciado: $(\neg q \wedge r) \rightarrow p$

Cuando estudio apruebo, pero no estudiaré a menos que consiga los apuntes de la asignatura antes del lunes y que haya superado el trabajo de grupo

SOLUCIÓN:

Identificamos las proposiciones que hay en el enunciado:

- Estudio: p
- Apruebo: q
- Consigo los apuntes de la asignatura antes del lunes: r
- He superado el trabajo de grupo: s

Identificamos las conectivas y formalizamos el enunciado:

$(p \rightarrow q) \wedge (\neg p \vee (r \wedge s))$

También es posible esta otra formalización:

$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r \wedge s)$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

b) Los siguientes razonamientos:

Es suficiente que haya proximidad para que exista riesgo de contagio. Es necesario que haya un contacto con el virus para que me infecte. Si hay un contacto con el virus, existe riesgo de contagio. No ha habido contacto con el virus. Luego no me he infectado.

SOLUCIÓN:

Identificamos las proposiciones que hay en el razonamiento:

- Hay proximidad $\rightarrow p$
- Existe riesgo de contagio $\rightarrow q$
- Hay un contacto con el virus $\rightarrow r$
- Me he infectado $\rightarrow s$

Identificamos las conectivas y formalizamos el razonamiento:

- $p \rightarrow q$
- $s \rightarrow r$
- $r \rightarrow q$
- $\neg r$
- $\models \neg s$

Iré a Barcelona si y solo si Pedro viaja conmigo. Pedro viajará conmigo o bien se quedará en Madrid. Pedro no se quedará en Madrid. Luego no iré a Barcelona a no ser que Pedro no se quede en Madrid

SOLUCIÓN:

Identificamos las proposiciones que hay en el razonamiento:

- Ir a Barcelona: p
- Pedro viaja conmigo: q
- Pedro se queda en Madrid: r

Formalizamos el razonamiento:

- $p \leftrightarrow q$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

Apellidos		Número de matrícula	
Nombre		Calificación	

2.1. Decir si las siguientes afirmaciones son verdaderas (V) o falsas (F). Para las que sean verdaderas decir por qué, y para las que sean falsas escribir la correspondiente definición o teorema. (Respuesta correcta +0,4, respuesta incorrecta -0,4, nota mínima 0). (1,2 puntos)

Si existe un modelo del conjunto de fórmulas A_1, A_2, \dots, A_n y también de la fórmula B , podemos afirmar que B es consecuencia lógica de A_1, A_2, \dots, A_n

FALSO

Para poder afirmar que B es consecuencia lógica del conjunto de fórmulas A_1, A_2, \dots, A_n , TODOS los modelos del conjunto de fórmulas A_1, A_2, \dots, A_n han de ser también modelos de B .

No basta con que un modelo de dicho conjunto sea modelo de B , puesto que no excluye la posibilidad de que pudiera haber un modelo de A_1, A_2, \dots, A_n que fuese contramodelo de B .

Si B no es deducible A_1, A_2, \dots, A_n , entonces podemos afirmar que $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n \wedge \neg B$ es satisficible

VERDADERO

Si B no es deducible de A_1, A_2, \dots, A_n , entonces B tampoco es consecuencia lógica de A_1, A_2, \dots, A_n . En este caso, existiría al menos una interpretación que hace verdad a $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n$ y falso a B . Esa interpretación sería un modelo de $A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n \wedge \neg B$ y por tanto esta fórmula es satisficible.

Un sistema de cálculo deductivo es completo si para toda fórmula A tal que $\vdash A$, se cumple que A es válida ($\models A$)

FALSO

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

2.2 Siendo A, B, C y D fórmulas bien formadas cualesquiera, decir para cada una de ellas si es válida, contingente, contradicción o no es posible saber con certeza qué es, a partir de la información disponible sobre ellas: *(cada respuesta correcta son 0,1 puntos)*

información disponible

$A \wedge \neg B$	A y B tienen los mismos modelos	CONTRADICCIÓN
$(C \vee B) \rightarrow (C \wedge A)$	B es insatisfacible, C es satisfacible	INFORMACIÓN INSUFICIENTE
$A \rightarrow B \wedge \neg A$	A es satisfacible	CONTINGENTE
$A \rightarrow (B \rightarrow A \wedge B)$	B es válida	VÁLIDA
$\neg(A \vee \neg B) \rightarrow (C \rightarrow \neg B)$	B es válida, A y C tienen los mismos modelos	VÁLIDA
$(\neg A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow \neg A)$	A es válida, B es insatisfacible	CONTRADICCIÓN
$A \wedge (C \rightarrow (B \vee \neg A))$	los modelos de A son los contramodelos de C	CONTINGENTE
$(C \vee A) \rightarrow (B \wedge \neg A)$	B y C tienen los mismos modelos	INFORMACIÓN INSUFICIENTE



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Apellidos		Número de matrícula	
Nombre		Calificación	

3. Demostrar **con medios semánticos** que el siguiente razonamiento no es correcto. Indicar de forma explícita y completa: (1) los pasos principales del procedimiento y (2) el resultado final obtenido.

Nota: no pueden utilizarse ni las tablas de verdad, ni la deducción natural, ni el método de resolución.

$$\{ p \wedge q \rightarrow r, r \wedge s \rightarrow t \} \models \neg t \rightarrow \neg(p \wedge q) \vee s \quad (2 \text{ puntos})$$

SOLUCIÓN:

Como dice el enunciado, el razonamiento es incorrecto.

Puede que la solución que se da aquí no corresponda al método usado en cada uno de los grupos, pero debería ser comprensible para todos.

Buscamos una interpretación I que haga las premisas verdaderas al mismo tiempo que hace la conclusión falsa.

Para que la conclusión sea falsa se necesita que (3.1) la parte izquierda de la implicación sea verdadera y (3.2) que la parte derecha sea falsa.

Para obtener (3.1), t tendrá que ser falsa según I , es decir, $I(t) = f$.

Para obtener (3.2), $I(\neg(p \wedge q) \vee s) = f$, es decir, se necesita (3.2.1) $I(\neg(p \wedge q)) = f$ y (3.2.2) $I(s) = f$.

(3.2.1) vale sólo si $I(p) = v$ e $I(q) = v$.

Todas estas condiciones tienen que darse al mismo tiempo, así que están fijados los valores de verdad asignados por I a p , q , t y s .

Para que la primera premisa sea verdadera, tiene que darse que la primera parte es falsa o la segunda es verdadera. Como la primera parte es verdadera por los valores asignados a p y q , se obtiene que obligatoriamente $I(r) = v$.

Del mismo modo, para que la segunda premisa sea verdadera, tiene que darse que la primera parte es falsa o la segunda es verdadera. Por los valores asignados a las proposiciones, la primera parte es falsa (porque $I(s) = f$) y la segunda también es falsa.

Acabamos de encontrar el contramodelo (o contraejemplo) que buscábamos:

$$I(p) = v; \quad I(q) = v; \quad I(r) = v; \quad I(s) = f; \quad I(t) = f$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

Apellidos		Número de matrícula	
Nombre		Calificación	

4. Demostrar la siguiente deducción con el cálculo de deducción natural, justificando cada paso.

$$\top [p \rightarrow q, \neg r \rightarrow \neg q, r \rightarrow \neg s] \vdash \neg s \vee \neg p \quad (2 \text{ puntos})$$

SOLUCIÓN:

1. $p \rightarrow q$ premisa
2. $\neg r \rightarrow \neg q$ premisa
3. $r \rightarrow \neg s$ premisa
4. s supuesto
5. p supuesto
6. q modus ponens 1,5
7. $\neg \neg q$ teorema de intercambio con la equivalencia $A \equiv \neg \neg A$
8. $\neg \neg r$ modus tollens 2,7
9. r E \neg 8
10. $\neg s$ modus ponens 3,9
11. $s \wedge \neg s$ I \wedge 4,10
12. $\neg p$ I \neg 5,11
13. $s \rightarrow \neg p$ I \rightarrow 4,12
14. $\neg s \vee \neg p$ teorema de intercambio con la equivalencia $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Apellidos		Número de matrícula	
Nombre		Calificación	

5. Demostrar, justificando los pasos dados, que la siguiente estructura deductiva es correcta usando el método de resolución:

$$T [p \rightarrow (q \vee \neg r), \neg r \leftrightarrow \neg s, \neg (q \wedge (p \rightarrow r))] \vdash p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s) \quad (2 \text{ puntos})$$

SOLUCIÓN:

- Recordatorio: Una deducción $T[A_1, A_2, \dots, A_n] \vdash B$ es **correcta** sii $FC(A_1 \wedge A_2 \wedge \dots \wedge A_n \wedge \neg B)$ es insatisfacible

Sea la deducción $T [A_1, A_2, \dots, A_n] \vdash B$, donde:

$$A_1: p \rightarrow (q \vee \neg r)$$

$$A_2: \neg r \leftrightarrow \neg s$$

$$A_3: \neg (q \wedge (p \rightarrow r))$$

$$B: p \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg s)$$

Esta deducción es correcta (es decir, B se deduce del conjunto de fórmulas A1, A2, y A3) si aplicando el método de resolución a la FC de $A_1 \wedge A_2 \wedge A_3 \wedge \neg B$ se obtiene la cláusula vacía.

□ *Forma Normal Conjuntiva (FNC) de premisas y de negación de la conclusión:*

- FNC de A1:
 - $p \rightarrow (q \vee \neg r)$ Interdefinición de \rightarrow
 - $\neg p \vee (q \vee \neg r)$
- FNC de A2:
 - $\neg r \leftrightarrow \neg s$ Interdefinición de \leftrightarrow
 - $(\neg r \rightarrow \neg s) \wedge (\neg s \rightarrow \neg r)$ Interdefinición de \rightarrow
 - $(\neg\neg r \vee \neg s) \wedge (\neg s \rightarrow \neg r)$ Interdefinición de \rightarrow
 - $(\neg\neg r \vee \neg s) \wedge (\neg\neg s \vee \neg r)$ Doble negación
 - $(r \vee \neg s) \wedge (\neg\neg s \vee \neg r)$ Doble negación
 - $(r \vee \neg s) \wedge (s \vee \neg r)$
- FNC de A3:
 - $\neg (q \wedge (p \rightarrow r))$ Interdefinición de \rightarrow
 - $\neg (q \wedge (\neg p \vee r))$ De Morgan
 - $\neg q \vee \neg (\neg p \vee r)$ De Morgan
 - $\neg q \vee (\neg\neg p \wedge \neg r)$ Doble negación

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

- $\neg\neg p \wedge \neg (q \vee \neg s)$ Doble negación

- $p \wedge \neg (q \vee \neg s)$ De Morgan

- $p \wedge \neg q \wedge \neg \neg s$ Doble negación
- $p \wedge \neg q \wedge s$

□ *Forma Clausular (FC) de $A1 \wedge A2 \wedge A3 \wedge \neg B$:*

- $FC = \{C1: \neg p \vee q \vee \neg r, C2: r \vee \neg s, C3: s \vee \neg r, C4: \neg q \vee p, C5: \neg q \vee \neg r, C6: p, C7: \neg q, C8: s\}$

□ *Resolución:*

- $C1: \neg p \vee q \vee \neg r$
- $C2: r \vee \neg s$
- $C3: s \vee \neg r$
- $C4: \neg q \vee p$
- $C5: \neg q \vee \neg r$
- $C6: p$
- $C7: \neg q$
- $C8: s$
- $R1 = C9: q \vee \neg r$ (C1, C6)
- $R2 = C10: \neg r$ (C7, R1)
- $R3 = C11: \neg s$ (C2, R2)
- $R4 = C12: \square$

Como se ha deducido la cláusula vacía mediante el método de resolución, se puede concluir que la estructura deductiva es correcta.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70