

## ÁLGEBRA LINEAL Y GEOMETRÍA

### Hoja 9. ESPACIO AFIN EUCLIDEO I

1. En el espacio euclídeo de dimensión 3, calcula la distancia entre las rectas  $r$  y  $s$  que vienen dadas en un sistema de referencia ortonormal por las siguientes ecuaciones implícitas:

$$r : \begin{cases} x - y = 2 \\ x + z = 1 \end{cases} \quad \text{y} \quad s : \begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - 2z = -1 \end{cases} .$$

Halla un punto  $p \in r$  y un punto  $q \in s$  tales que  $d(r, s) = d(p, q)$ . ¿Son únicos los puntos  $p$  y  $q$ ?

2. En el espacio euclídeo de dimensión 4, calcula la distancia entre las variedades lineales  $L_1$  y  $L_2$  que vienen dadas en un sistema de referencia ortonormal por las siguientes ecuaciones implícitas:

$$L_1 : \begin{cases} x + z + t = 1 \\ y - z - t = 2 \end{cases} \quad \text{y} \quad L_2 : \begin{cases} x + y = 1 \\ y - z - 3t = 3 \end{cases} .$$

Halla puntos  $p \in L_1$  y  $q \in L_2$  tales que  $d(L_1, L_2) = d(p, q)$ . ¿Son únicos esos puntos  $p$  y  $q$ ?

3. En  $\mathbb{R}^3$ , considera el producto escalar cuya matriz en la base  $\mathcal{B} = \{\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3\}$  es:

$$\begin{pmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} .$$

Calcula la distancia del punto  $(1, 1, -2)$  al plano que pasa por los puntos de coordenadas cartesianas  $a = (1, -1, 1)$ ,  $b = (1, 1, 1)$  y  $c = (2, -1, 2)$  en la referencia  $\{O; \mathcal{B}\}$ .