Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

EVALUACIÓN CONTINUA O EVALUACIÓN FINAL ....

Examen de Cálculo - Convocatoria ordinaria primer cuatrimestre

Grados en Ingeniería EPSE

Universidad Miguel Hernández de Elche - Jueves 4 de Febrero de 2016

- **INSTRUCCIONES** : Leer atentamente antes de empezar el examen.
- El tiempo disponible es de **3 horas para la EVALUACIÓN CONTINUA** y de **3 horas y 45 minutos para la EVALUACIÓN FINAL**.
- En el examen de teoría y problemas se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
  El examen de prácticas sólo lo harán los que opten por EVALUACIÓN FINAL.
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN CONTINUA, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 7 puntos correspondientes al 70% de la nota final de la asignatura. Los ejercicios 1 y 2 valen 2 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 1.5 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios. Para optar a aprobar la asignatura es necesario obtener en este examen al menos 3 puntos de los 7.
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN FINAL, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 8.5 puntos correspondientes al 85% de la nota final de la asignatura. El Ejercicio 1 vale 2 puntos, el Ejercicio 2 vale 2.5 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 2 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios.
  El examen de prácticas puntua sobre 1.5 puntos correspondientes al 15% de la nota final de la asignatura.

Examen de teoría y problemas (Tipo A)

Ejercicio 1: Tipo test; consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Las preguntas sin responder no suman ni restan. Un resultado negativo se contará como cero.

Test 1) El límite $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\ln(x)+\dfrac{1}{x}\right)$ vale:

☐ 0

☐ $+\infty$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 2) Sea $A=[0,1[\,\cup\,]1,+\infty[$. Se tiene que:

☐ $int\,(A)=\,]0,+\infty[$

☐ $fr\,(A)=\{0\}$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 3) Sabiendo que la ecuación $-1+ax+by+e^{x+y}=0$ define a y como función de x de clase C^∞ en un entorno del punto $(0,0)$, siempre que $b\neq -1$, unos posibles valores de a y b para los que $y'(0)=-2$ son:

☐ $a=1, b=1$

☐ $a=1, b=0$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 4) Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ dada por $f(x)=(x^2,x^3)$ y $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ tal que $Jg(a,b)=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}$ para cualquier $(a,b)\in\mathbb{R}^2$. Supongamos que f es diferenciable en todo $\mathbb{R}$ y que g es diferenciable en todo $\mathbb{R}^2$. Se tiene que:

☐ $J(g\circ f)(1)=\binom{5}{-1}$

☐ $J(g\circ f)(1)=\binom{1}{-5}$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 5) El dominio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{+\infty}\dfrac{(x-1)^n}{n^2}$ es:

☐ $[0,2[$

☐ $[-2,0]$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Ejercicio 2: Dada la función $f(x,y) = yx - \frac{x^3}{3} - \frac{y^2}{2} + y$ se pide:

a) Hallar y clasificar los puntos críticos de f.

b) Calcular los extremos absolutos de f en la frontera del conjunto $\cancel{K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1, y \geq -x+1\right\}.}$ $\cancel{\text{(Ayuda: } \frac{1}{24}\left(23\sqrt{5}+34\right) \approx 3.5596)}$ $K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, y \leq -x+1, y \geq 0\right\}$

Elegir dos, y sólo dos, de los siguientes ejercicios:

Ejercicio 3: Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Estudiar la diferenciabilidad de f en el punto $(0,0)$ y en el punto $(1,2)$.

b) Calcular, si existe, el valor de v para que la derivada direccional de f en el punto $(0,0)$ en la dirección $(2,v)$ sea igual a 3.

c) Hallar el plano tangente a la gráfica de f en el punto $(1,2,f(1,2))$ dado por $z - f(1,2) = \nabla f(1,2)(x-1, y-2)$.

Ejercicio 4: Resolver los siguientes apartados:

a) Calcular la integral de línea $\int_{\Gamma_1} -x^2 y dx + y^2 x dy$ donde Γ_1 es el arco de la circunferencia $x^2+y^2=1$ desde el punto $(1,0)$ hasta el punto $(0,1)$ que pasa por $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. (Recuérdese por si hiciera falta que $\cos^2\theta = \frac{1+\cos(2\theta)}{2}$ y que $sen^2\theta = \frac{1-\cos(2\theta)}{2}$).

b) Calcular la integral de línea $\int_{\Gamma_2} -x^2 y dx + y^2 x dy$ donde Γ_2 es el trozo de la recta $y = -x+1$ desde el punto $(0,1)$ hasta el punto $(1,0)$.

c) Calcular la integral de línea $\oint_{\Gamma} -x^2 y dx + y^2 x dy$ donde Γ es la frontera del conjunto $K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1, y \geq -x+1\right\}$ orientada positivamente.

Ejercicio 5: Resolver los siguientes apartados:

a) Calcular la integral doble $\iint_{K_1} \left(x^2+y^2\right) d(x,y)$ donde $K_1 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\right\}$.

b) Calcular la integral doble $\iint_{K_2} \left(x^2+y^2\right) d(x,y)$ donde $K_2 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, y \leq -x+1, y \geq 0\right\}$.

c) Calcular la integral doble $\iint_{K} \left(x^2+y^2\right) d(x,y)$ donde $K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1, y \geq -x+1\right\}$.

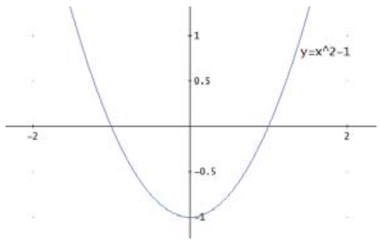
Nombre: .... Apellidos: ....

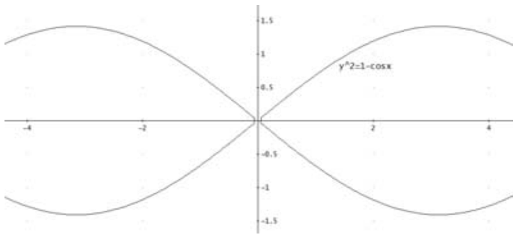
DNI: .... Grado: ....

EVALUACIÓN CONTINUA O EVALUACIÓN FINAL ....

Examen de prácticas (Tipo A)

Ejercicio 1 (Respuesta correcta= 0.2; Respuesta incorrecta= -0.1; En blanco= 0) Las gráficas de las curvas $y = x^2 - 1$ e $y^2 = 1 - \cos x$ son:





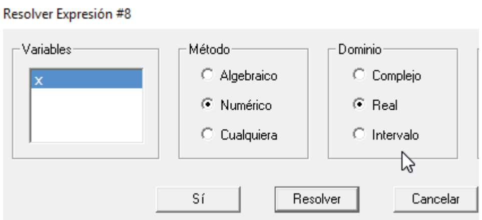
a) A la vista de las gráficas, ¿cuántas soluciones tiene el sistema $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y^2 = 1 - \cos x \end{cases}$?

☐ 2

☐ 4

☐ Infinitas

Al resolver el sistema $\begin{cases} y = x^2 - 1 \\ y^2 = 1 - \cos x \end{cases}$ con Derive de forma algebraica no se obtiene solución. Sin embargo, si sustituimos $y = x^2 - 1$ en la segunda ecuación nos queda la siguiente ecuación con una sóla variable: $\left(x^2 - 1\right)^2 = 1 - \cos x$. Al resolver esta ecuación de forma numérica con



Derive proporciona el siguiente resultado

```
            2     2
#8:    (x  - 1)  = 1 - COS(x)

                   2     2
#9:    NSOLVE((x  - 1)  = 1 - COS(x), x, Real)

#10:                                                          x = -1.378101505
```

b) ¿Cuál de las siguientes soluciones del sistema corresponde al valor de x hallado anteriormente?

☐ $(-1.378101505, \sqrt{1 - \cos(-1.378101505)})$

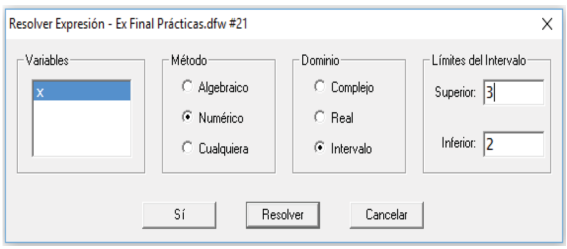
☐ $(-1.378101505, -\sqrt{1 - \cos(-1.378101505)})$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

(Ayuda: $\sqrt{1 - \cos(-1.378101505)}) \approx 0.899\,16$)

c) Para la ecuación $\left(x^2 - 1\right)^2 = 1 - \cos x$, ¿qué opción deberíamos escoger para obtener la solución $x = 1.378101505$?

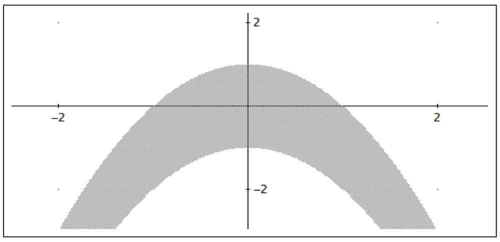
☐ 

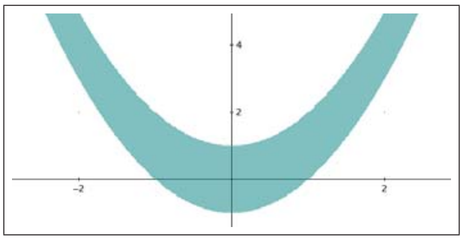
☐ 

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

Ejercicio 2 (Respuesta correcta= 0.2; Respuesta incorrecta= −0.1; En blanco= 0) Consideremos la función $f(x,y) = arccos(x^2 + y)$.

a) Decir cuál de las siguientes gráficas representa a su dominio:

☐ 

☐ 

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

b) El gradiente de la función $f(x,y) = arccos(x^2 + y)$ es

```
#29:  GRAD(ACOS(x^2 + y), [x, y])
```

#30: $$\left[-\frac{2\cdot x}{\sqrt{(-x^4 - 2\cdot x^2\cdot y - y^2 + 1)}}, -\frac{1}{\sqrt{(-x^4 - 2\cdot x^2\cdot y - y^2 + 1)}} \right]$$

A la vista del resultado podemos decir que:

☐ f no tiene puntos críticos

☐ $(0,1)$ es un punto crítico de f

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

c) Para la función $f(x,y) = arccos(x^2 + y)$ se tiene que su matriz Hessiana en $(0,0)$ es la matriz

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A la vista del resultado podemos decir que:

☐ $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$

☐ $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0) = 0$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

Ejercicio 3 (Respuesta correcta= 0.3; Respuesta incorrecta= −0.15; En blanco= 0) Sabiendo que la función $f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$ tiene en el punto $(0,1)$ un punto crítico y que su matriz hessiana en este punto es la matriz

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

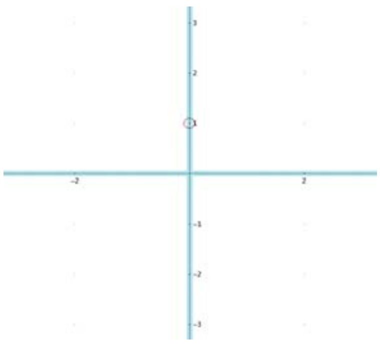
Se tiene que:

☐ f tiene en el punto $(0,1)$ un punto de silla

☐ f tiene en el punto $(0,1)$ un mínimo relativo no estricto

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

Ayuda: la curva de nivel $0 = f(0,1)$ de f viene dada por



Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

EVALUACIÓN CONTINUA O EVALUACIÓN FINAL ....

Examen de Cálculo - Convocatoria ordinaria primer cuatrimestre

Grados en Ingeniería EPSE

Universidad Miguel Hernández de Elche - Jueves 4 de Febrero de 2016

- **INSTRUCCIONES** : Leer atentamente antes de empezar el examen.
- El tiempo disponible es de **3 horas para la EVALUACIÓN CONTINUA** y de **3 horas y 45 minutos para la EVALUACIÓN FINAL**.
- En el examen de teoría y problemas se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5. **El examen de prácticas sólo lo harán los que opten por EVALUACIÓN FINAL.**
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN CONTINUA, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 7 puntos correspondientes al 70% de la nota final de la asignatura. Los ejercicios 1 y 2 valen 2 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 1.5 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios. Para optar a aprobar la asignatura es necesario obtener en este examen al menos 3 puntos de los 7.
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN FINAL, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 8.5 puntos correspondientes al 85% de la nota final de la asignatura. El Ejercicio 1 vale 2 puntos, el Ejercicio 2 vale 2.5 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 2 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios.

  El examen de prácticas puntua sobre 1.5 puntos correspondientes al 15% de la nota final de la asignatura.

Examen de teoría y problemas (Tipo B)

Ejercicio 1 : Tipo test; consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Las preguntas sin responder no suman ni restan. Un resultado negativo se contará como cero.

Test 1) El límite $\lim_{x\to+\infty}\left(\ln\left(\frac{1}{x}\right)+x\right)$ vale:

☐ $+\infty$

☐ 0

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 2) Sea $A=[0,1[\cup]1,+\infty[$. Se tiene que:

☐ $ac\,(A)=]0,+\infty[$

☐ $fr\,(A)=\{0,1\}$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 3) Sabiendo que la ecuación $-1+ax+by+e^{x+y}=0$ define a y como función de x de clase C^∞ en un entorno del punto $(0,0)$, siempre que $b\neq-1$, unos posibles valores de a y b para los que $y'\,(0)=-1$ son:

☐ $a=1,b=0$

☐ $a=1,b=-2$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 4) Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ dada por $f\,(x)=(x^2,x^3)$ y $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ tal que $Jg\,(a,b)=\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}$ para cualquier $(a,b)\in\mathbb{R}^2$. Supongamos que f es diferenciable en todo $\mathbb{R}$ y que g es diferenciable en todo $\mathbb{R}^2$. Se tiene que:

☐ $J\,(g\circ f)\,(-1)=\binom{5}{-1}$

☐ $J\,(g\circ f)\,(-1)=\binom{-1}{-5}$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 5) El dominio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(x+1)^n}{n^2}$ es:

☐ $[0,2[$

☐ $[-2,0]$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Ejercicio 2: Dada la función $f(x,y) = yx - \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{y^2}{2} + y$ se pide:

a) Hallar y clasificar los puntos críticos de f.

b) Calcular los extremos absolutos de f en la frontera del conjunto $\cancel{K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq -x+1\right\}}$. ~~(Ayuda: $\frac{1}{24}\left(23\sqrt{5}+34\right) \approx 3.5596$)~~ $K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, y \leq -x+1, y \geq 0\right\}$

Elegir dos, y sólo dos, de los siguientes ejercicios:

Ejercicio 3: Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Estudiar la diferenciabilidad de f en el punto $(0,0)$ y en el punto $(1,2)$.

b) Calcular, si existe, el valor de v para que la derivada direccional de f en el punto $(0,0)$ en la dirección $(2,v)$ sea igual a 3.

c) Hallar el plano tangente a la gráfica de f en el punto $(1,2,f(1,2))$ dado por $z - f(1,2) = \nabla f(1,2)(x-1, y-2)$.

Ejercicio 4: Resolver los siguientes apartados:

a) Calcular la integral de línea $\int_{\Gamma_1} -x^2 y dx + y^2 x dy$ donde Γ_1 es el arco de la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ desde el punto $(1,0)$ hasta el punto $(0,1)$ que pasa por $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. (Recuérdese por si hiciera falta que $\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos(2\theta)}{2}$ y que $sen^2\theta = \dfrac{1-\cos(2\theta)}{2}$).

b) Calcular la integral de línea $\int_{\Gamma_2} -x^2 y dx + y^2 x dy$ donde Γ_2 es el trozo de la recta $y = -x+1$ desde el punto $(0,1)$ hasta el punto $(1,0)$.

c) Calcular la integral de línea $\displaystyle\oint_{\Gamma} -x^2 y dx + y^2 x dy$ donde Γ es la frontera del conjunto $K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq -x+1\right\}$ orientada positivamente.

Ejercicio 5: Resolver los siguientes apartados:

a) Calcular la integral doble $\iint_{K_1} \left(x^2 + y^2\right) d(x,y)$ donde $K_1 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\right\}$.

b) Calcular la integral doble $\iint_{K_2} \left(x^2 + y^2\right) d(x,y)$ donde $K_2 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, y \leq -x+1, y \geq 0\right\}$.

c) Calcular la integral doble $\iint_{K} \left(x^2 + y^2\right) d(x,y)$ donde $K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq -x+1\right\}$.

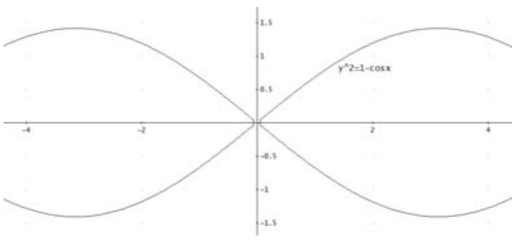
Nombre: .... Apellidos: ....

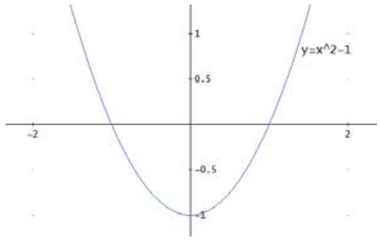
DNI: .... Grado: ....

EVALUACIÓN CONTINUA O EVALUACIÓN FINAL ....

Examen de prácticas (Tipo B)

Ejercicio 1 (Respuesta correcta= 0.2; Respuesta incorrecta= −0.1; En blanco= 0) Las gráficas de las curvas $y^2 = 1 - \cos x$ e $y = x^2 - 1$ son:





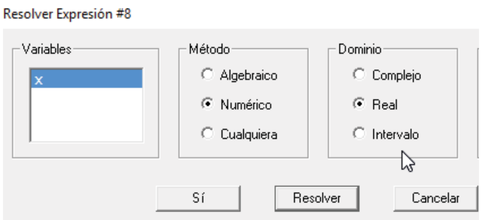
a) A la vista de las gráficas, ¿cuántas soluciones tiene el sistema $\begin{cases} y^2 = 1 - \cos x \\ y = x^2 - 1 \end{cases}$?

☐ 4

☐ 2

☐ Infinitas

Al resolver el sistema $\begin{cases} y^2 = 1 - \cos x \\ y = x^2 - 1 \end{cases}$ con Derive de forma algebraica no se obtiene solución. Sin embargo, si sustituimos $y = x^2 - 1$ en la segunda ecuación nos queda la siguiente ecuación con una sóla variable: $\left(x^2 - 1\right)^2 = 1 - \cos x$. Al resolver esta ecuación de forma numérica con



Derive proporciona el siguiente resultado

```
           2      2
#8:    (x   - 1)   = 1 - COS(x)

                 2      2
#9:    NSOLVE((x   - 1)   = 1 - COS(x), x, Real)

#10:                                                    x = -1.378101505
```

b) ¿Cuál de las siguientes soluciones del sistema corresponde al valor de x hallado anteriormente?

☐ $(-1.378101505, -\sqrt{1 - \cos(-1.378101505})$

☐ $(-1.378101505, \sqrt{1 - \cos(-1.378101505)})$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

(Ayuda: $\sqrt{1 - \cos(-1.378101505)}) \approx 0.899\,16$)

c) Para la ecuación $\left(x^2 - 1\right)^2 = 1 - \cos x$, ¿qué opción deberíamos escoger para obtener la solución $x = 1.378101505$?

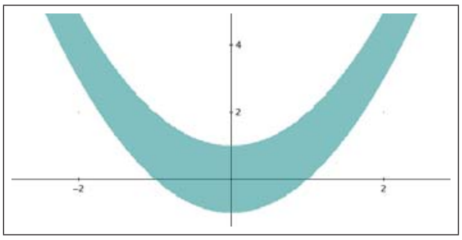
☐ 

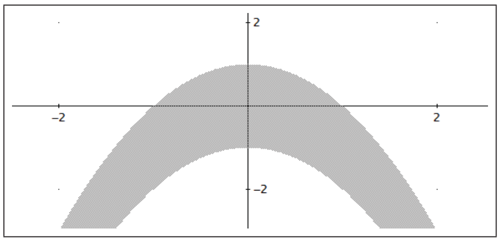
☐ 

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

Ejercicio 2 (Respuesta correcta= 0.2; Respuesta incorrecta= −0.1; En blanco= 0) Consideremos la función $f(x,y) = arccos(x^2+y)$.

a) Decir cuál de las siguientes gráficas representa a su dominio:

☐ 

☐ 

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

b) El gradiente de la función $f(x,y) = arccos(x^2+y)$ es

#29: $\mathrm{GRAD}(\mathrm{ACOS}(x^2 + y), [x, y])$

#30: $$\left[-\frac{2\cdot x}{\sqrt{(-x^4 - 2\cdot x^2\cdot y - y^2 + 1)}}, -\frac{1}{\sqrt{(-x^4 - 2\cdot x^2\cdot y - y^2 + 1)}} \right]$$

A la vista del resultado podemos decir que:

☐ $(0,1)$ es un punto crítico de f

☐ f no tiene puntos críticos

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

c) Para la función $f(x,y) = arccos(x^2+y)$ se tiene que su matriz Hessiana en $(0,0)$ es la matriz

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A la vista del resultado podemos decir que:

☐ $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0) = 0$

☐ $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0,0) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0,0)$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

Ejercicio 3 (Respuesta correcta= 0.3; Respuesta incorrecta= −0.15; En blanco= 0) Sabiendo que la función $f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$ tiene en el punto $(0,1)$ un punto crítico y que su matriz hessiana en este punto es la matriz

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

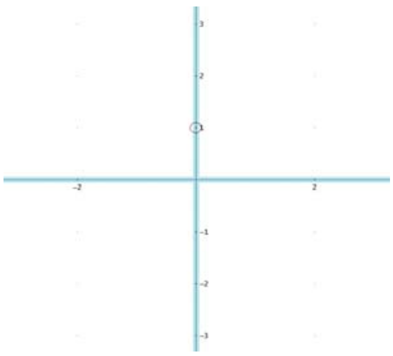
Se tiene que:

☐ f tiene en el punto $(0,1)$ un mínimo relativo no estricto

☐ f tiene en el punto $(0,1)$ un punto de silla

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

Ayuda: la curva de nivel $0 = f(0,1)$ de f viene dada por



Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

EVALUACIÓN CONTINUA O EVALUACIÓN FINAL ....

Examen de Cálculo - Convocatoria ordinaria primer cuatrimestre

Grados en Ingeniería EPSE

Universidad Miguel Hernández de Elche - Jueves 4 de Febrero de 2016

- **INSTRUCCIONES** : Leer atentamente antes de empezar el examen.
- El tiempo disponible es de **3 horas para la EVALUACIÓN CONTINUA** y de **3 horas y 45 minutos para la EVALUACIÓN FINAL**.
- En el examen de teoría y problemas se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
  El examen de prácticas sólo lo harán los que opten por EVALUACIÓN FINAL.
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN CONTINUA, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 7 puntos correspondientes al 70% de la nota final de la asignatura. Los ejercicios 1 y 2 valen 2 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 1.5 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios. Para optar a aprobar la asignatura es necesario obtener en este examen al menos 3 puntos de los 7.
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN FINAL, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 8.5 puntos correspondientes al 85% de la nota final de la asignatura. El Ejercicio 1 vale 2 puntos, el Ejercicio 2 vale 2.5 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 2 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios.
  El examen de prácticas puntua sobre 1.5 puntos correspondientes al 15% de la nota final de la asignatura.

Examen de teoría y problemas (Tipo C)

Ejercicio 1: Tipo test; consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Las preguntas sin responder no suman ni restan. Un resultado negativo se contará como cero.

Test 1) El límite $\lim_{x\to 0^+}\left(\ln(x)+\dfrac{1}{x}\right)$ vale:

☐ 0

☐ e

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 2) Sea $A=[0,1[\cup]1,+\infty[$. Se tiene que:

☐ $int\,(A)=]0,1[\cup]1,+\infty[$

☐ $fr\,(A)=\{0\}$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 3) Sabiendo que la ecuación $-1+ax+by+e^{x+y}=0$ define a y como función de x de clase C^∞ en un entorno del punto $(0,0)$, siempre que $b\neq -1$, unos posibles valores de a y b para los que $y'(0)=2$ son:

☐ $a=1, b=-2$

☐ $a=1, b=0$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 4) Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ dada por $f(x)=(x^2,x^3)$ y $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ tal que $Jg(a,b)=\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}$ para cualquier $(a,b)\in\mathbb{R}^2$. Supongamos que f es diferenciable en todo $\mathbb{R}$ y que g es diferenciable en todo $\mathbb{R}^2$. Se tiene que:

☐ $J(g\circ f)(1)=\binom{5}{1}$

☐ $J(g\circ f)(1)=\binom{1}{-5}$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 5) El dominio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{+\infty}\dfrac{(x-1)^n}{n^2}$ es:

☐ $[0,2]$

☐ $[-1,1]$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Ejercicio 2: Dada la función $f(x,y) = yx - \frac{x^3}{3} - \frac{y^2}{2} + y$ se pide:

a) Hallar y clasificar los puntos críticos de f.

b) Calcular los extremos absolutos de f en la frontera del conjunto $\cancel{K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1, y \geq -x+1\}}$. ~~(Ayuda: $\frac{1}{24}(23\sqrt{5}+34) \approx 3.5596$)~~ $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, y \leq -x+1, y \geq 0\}$

Elegir dos, y sólo dos, de los siguientes ejercicios:

Ejercicio 3: Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Estudiar la diferenciabilidad de f en el punto $(0,0)$ y en el punto $(1,2)$.

b) Calcular, si existe, el valor de v para que la derivada direccional de f en el punto $(0,0)$ en la dirección $(2,v)$ sea igual a 3.

c) Hallar el plano tangente a la gráfica de f en el punto $(1,2,f(1,2))$ dado por $z - f(1,2) = \nabla f(1,2)(x-1, y-2)$.

Ejercicio 4: Resolver los siguientes apartados:

a) Calcular la integral de línea $\int_{\Gamma_1} -x^2 y dx + y^2 x dy$ donde Γ_1 es el arco de la circunferencia $x^2+y^2=1$ desde el punto $(1,0)$ hasta el punto $(0,1)$ que pasa por $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. (Recuérdese por si hiciera falta que $\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos(2\theta)}{2}$ y que $sen^2\theta = \dfrac{1-\cos(2\theta)}{2}$).

b) Calcular la integral de línea $\int_{\Gamma_2} -x^2 y dx + y^2 x dy$ donde Γ_2 es el trozo de la recta $y = -x+1$ desde el punto $(0,1)$ hasta el punto $(1,0)$.

c) Calcular la integral de línea $\displaystyle\oint_{\Gamma} -x^2 y dx + y^2 x dy$ donde Γ es la frontera del conjunto $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1, y \geq -x+1\}$ orientada positivamente.

Ejercicio 5: Resolver los siguientes apartados:

a) Calcular la integral doble $\iint_{K_1} (x^2+y^2)\, d(x,y)$ donde $K_1 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}$.

b) Calcular la integral doble $\iint_{K_2} (x^2+y^2)\, d(x,y)$ donde $K_2 = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, y \leq -x+1, y \geq 0\}$.

c) Calcular la integral doble $\iint_{K} (x^2+y^2)\, d(x,y)$ donde $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1, y \geq -x+1\}$.

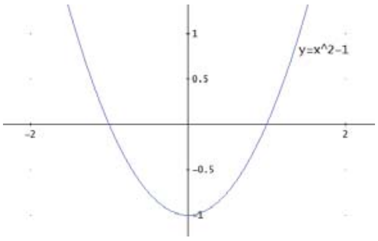
Nombre: .... Apellidos: ....

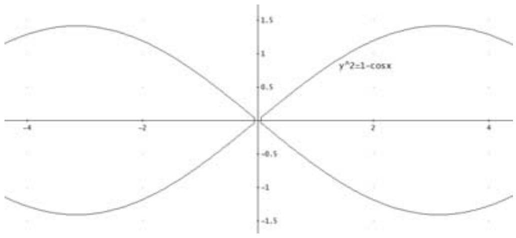
DNI: .... Grado: ....

EVALUACIÓN CONTINUA O EVALUACIÓN FINAL ....

Examen de prácticas (Tipo C)

Ejercicio 1 (Respuesta correcta= 0.2; Respuesta incorrecta= −0.1; En blanco= 0) Las gráficas de las curvas $y = x^2 - 1$ e $y^2 = 1 - \cos x$ son:





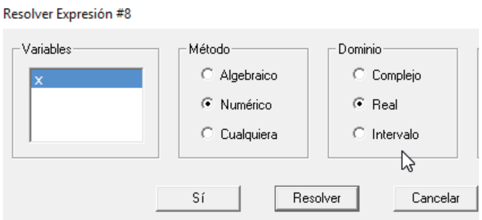
a) A la vista de las gráficas, ¿cuántas soluciones tiene el sistema $\left\{\begin{array}{l} y = x^2 - 1 \\ y^2 = 1 - \cos x \end{array}\right.$?

☐ 2

☐ 4

☐ Infinitas

Al resolver el sistema $\left\{\begin{array}{l} y = x^2 - 1 \\ y^2 = 1 - \cos x \end{array}\right.$ con Derive de forma algebraica no se obtiene solución. Sin embargo, si sustituimos $y = x^2 - 1$ en la segunda ecuación nos queda la siguiente ecuación con una sóla variable: $\left(x^2 - 1\right)^2 = 1 - \cos x$. Al resolver esta ecuación de forma numérica con



Derive proporciona el siguiente resultado

```
              2     2
#8:     (x  - 1)  = 1 - COS(x)

                2     2
#9:     NSOLVE((x  - 1)  = 1 - COS(x), x, Real)

#10:                                                        x = -1.378101505
```

b) ¿Cuál de las siguientes soluciones del sistema corresponde al valor de x hallado anteriormente?

☐ $\left(-1.378101505, \sqrt{1 - \cos\left(-1.378101505\right)}\right)$

☐ $\left(-1.378101505, -\sqrt{1 - \cos\left(-1.378101505\right)}\right)$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

(Ayuda: $\sqrt{1 - \cos\left(-1.378101505\right)}\right) \approx 0.899\,16$)

c) Para la ecuación $\left(x^2 - 1\right)^2 = 1 - \cos x$, ¿qué opción deberíamos escoger para obtener la solución $x = 1.378101505$?

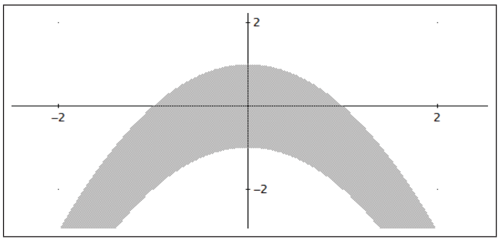
☐ 

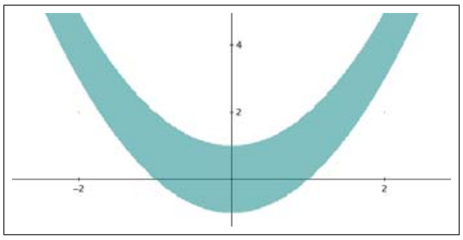
☐ 

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

Ejercicio 2 (Respuesta correcta= 0.2; Respuesta incorrecta= −0.1; En blanco= 0) Consideremos la función $f(x, y) = arccos(x^2 + y)$.

a) Decir cuál de las siguientes gráficas representa a su dominio:

☐ 

☐ 

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

b) El gradiente de la función $f(x, y) = arccos(x^2 + y)$ es

#29: $\mathrm{GRAD}(\mathrm{ACOS}(x^2 + y), [x, y])$

#30: $$\left[-\frac{2\cdot x}{\sqrt{(-x^4 - 2\cdot x^2\cdot y - y^2 + 1)}}, -\frac{1}{\sqrt{(-x^4 - 2\cdot x^2\cdot y - y^2 + 1)}}\right]$$

A la vista del resultado podemos decir que:

☐ f no tiene puntos críticos

☐ $(0, 1)$ es un punto crítico de f

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

c) Para la función $f(x, y) = arccos(x^2 + y)$ se tiene que su matriz Hessiana en $(0, 0)$ es la matriz

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A la vista del resultado podemos decir que:

☐ $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$

☐ $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0) = 0$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

Ejercicio 3 (Respuesta correcta= 0.3; Respuesta incorrecta= −0.15; En blanco= 0) Sabiendo que la función $f(x, y) := \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ tiene en el punto $(0, 1)$ un punto crítico y que su matriz hessiana en este punto es la matriz

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

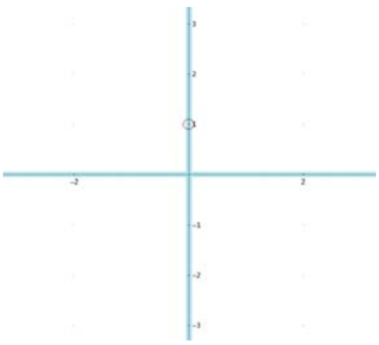
Se tiene que:

☐ f tiene en el punto $(0, 1)$ un punto de silla

☐ f tiene en el punto $(0, 1)$ un mínimo relativo no estricto

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

Ayuda: la curva de nivel $0 = f(0, 1)$ de f viene dada por



Nombre: .... Apellidos: ....

DNI: .... Grado: ....

EVALUACIÓN CONTINUA O EVALUACIÓN FINAL ....

Examen de Cálculo - Convocatoria ordinaria primer cuatrimestre

Grados en Ingeniería EPSE

Universidad Miguel Hernández de Elche - Jueves 4 de Febrero de 2016

- **INSTRUCCIONES** : Leer atentamente antes de empezar el examen.
- El tiempo disponible es de **3 horas para la EVALUACIÓN CONTINUA** y de **3 horas y 45 minutos para la EVALUACIÓN FINAL**.
- En el examen de teoría y problemas se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
  El examen de prácticas sólo lo harán los que opten por EVALUACIÓN FINAL.
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN CONTINUA, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 7 puntos correspondientes al 70% de la nota final de la asignatura. Los ejercicios 1 y 2 valen 2 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 1.5 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios. Para optar a aprobar la asignatura es necesario obtener en este examen al menos 3 puntos de los 7.
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN FINAL, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 8.5 puntos correspondientes al 85% de la nota final de la asignatura. El Ejercicio 1 vale 2 puntos, el Ejercicio 2 vale 2.5 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 2 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios.
  El examen de prácticas puntua sobre 1.5 puntos correspondientes al 15% de la nota final de la asignatura.

Examen de teoría y problemas (Tipo D)

Ejercicio 1: Tipo test; consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Las preguntas sin responder no suman ni restan. Un resultado negativo se contará como cero.

Test 1) El límite $\lim_{x\to+\infty}\left(\ln\left(\frac{1}{x}\right)+x\right)$ vale:

☐ e

☐ 0

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 2) Sea $A=[0,1[\cup]1,+\infty[$. Se tiene que:

☐ $ac\,(A)=]0,+\infty[$

☐ $cl\,(A)=[0,+\infty[$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 3) Sabiendo que la ecuación $-1+ax+by+e^{x+y}=0$ define a y como función de x de clase C^∞ en un entorno del punto $(0,0)$, siempre que $b\neq-1$, unos posibles valores de a y b para los que $y'(0)=1$ son:

☐ $a=1, b=0$

☐ $a=1, b=-3$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 4) Sea $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}^2$ dada por $f(x)=(x^2,x^3)$ y $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ tal que $Jg\,(a,b)=\begin{pmatrix}1&1\\1&-1\end{pmatrix}$ para cualquier $(a,b)\in\mathbb{R}^2$. Supongamos que f es diferenciable en todo $\mathbb{R}$ y que g es diferenciable en todo $\mathbb{R}^2$. Se tiene que:

☐ $J\,(g\circ f)\,(-1)=\binom{1}{-5}$

☐ $J\,(g\circ f)\,(-1)=\binom{5}{-1}$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Test 5) El dominio de convergencia de la serie de potencias $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(x+1)^n}{n^2}$ es:

☐ $[0,2[$

☐ $[-2,0[$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

Ejercicio 2: Dada la función $f(x,y) = yx - \frac{x^3}{3} - \frac{y^2}{2} + y$ se pide:

a) Hallar y clasificar los puntos críticos de f.

b) Calcular los extremos absolutos de f en la frontera del conjunto $\cancel{K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq -x+1\right\}.}$ ~~(Ayuda:~~ $\cancel{\frac{1}{24}\left(23\sqrt{5}+34\right) \approx 3.5596)}$ $K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, y \leq -x+1, y \geq 0\right\}$

Elegir dos, y sólo dos, de los siguientes ejercicios:

Ejercicio 3: Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Estudiar la diferenciabilidad de f en el punto $(0,0)$ y en el punto $(1,2)$.

b) Calcular, si existe, el valor de v para que la derivada direccional de f en el punto $(0,0)$ en la dirección $(2,v)$ sea igual a 3.

c) Hallar el plano tangente a la gráfica de f en el punto $(1,2,f(1,2))$ dado por $z - f(1,2) = \nabla f(1,2)(x-1, y-2)$.

Ejercicio 4: Resolver los siguientes apartados:

a) Calcular la integral de línea $\int_{\Gamma_1} -x^2 y dx + y^2 x dy$ donde Γ_1 es el arco de la circunferencia $x^2 + y^2 = 1$ desde el punto $(1,0)$ hasta el punto $(0,1)$ que pasa por $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. (Recuérdese por si hiciera falta que $\cos^2\theta = \dfrac{1+\cos(2\theta)}{2}$ y que $sen^2\theta = \dfrac{1-\cos(2\theta)}{2}$).

b) Calcular la integral de línea $\int_{\Gamma_2} -x^2 y dx + y^2 x dy$ donde Γ_2 es el trozo de la recta $y = -x+1$ desde el punto $(0,1)$ hasta el punto $(1,0)$.

c) Calcular la integral de línea $\displaystyle\oint_\Gamma -x^2 y dx + y^2 x dy$ donde Γ es la frontera del conjunto $K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq -x+1\right\}$ orientada positivamente.

Ejercicio 5: Resolver los siguientes apartados:

a) Calcular la integral doble $\iint_{K_1} \left(x^2 + y^2\right) d(x,y)$ donde $K_1 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\right\}$.

b) Calcular la integral doble $\iint_{K_2} \left(x^2 + y^2\right) d(x,y)$ donde $K_2 = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, y \leq -x+1, y \geq 0\right\}$.

c) Calcular la integral doble $\iint_{K} \left(x^2 + y^2\right) d(x,y)$ donde $K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1, y \geq -x+1\right\}$.

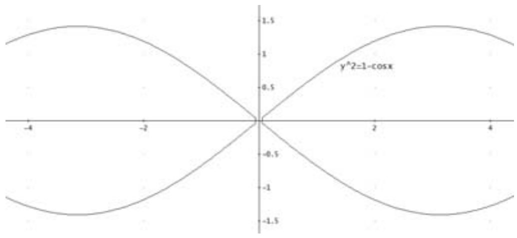
Nombre: .... Apellidos: ....

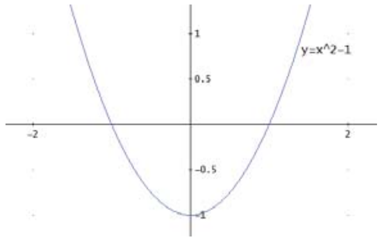
DNI: .... Grado: ....

EVALUACIÓN CONTINUA O EVALUACIÓN FINAL ....

Examen de prácticas (Tipo D)

Ejercicio 1 (Respuesta correcta= 0.2; Respuesta incorrecta= −0.1; En blanco= 0) Las gráficas de las curvas $y^2 = 1 - \cos x$ e $y = x^2 - 1$ son:





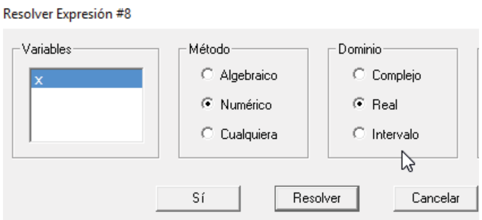
a) A la vista de las gráficas, ¿cuántas soluciones tiene el sistema $\begin{cases} y^2 = 1 - \cos x \\ y = x^2 - 1 \end{cases}$?

☐ 4

☐ 2

☐ Infinitas

Al resolver el sistema $\begin{cases} y^2 = 1 - \cos x \\ y = x^2 - 1 \end{cases}$ con Derive de forma algebraica no se obtiene solución. Sin embargo, si sustituimos $y = x^2 - 1$ en la segunda ecuación nos queda la siguiente ecuación con una sóla variable: $\left(x^2 - 1\right)^2 = 1 - \cos x$. Al resolver esta ecuación de forma numérica con



Derive proporciona el siguiente resultado

```
            2     2
#8:     (x   - 1)   = 1 - COS(x)

                  2     2
#9:     NSOLVE((x   - 1)   = 1 - COS(x), x, Real)

#10:                                                  x = -1.378101505
```

b) ¿Cuál de las siguientes soluciones del sistema corresponde al valor de x hallado anteriormente?

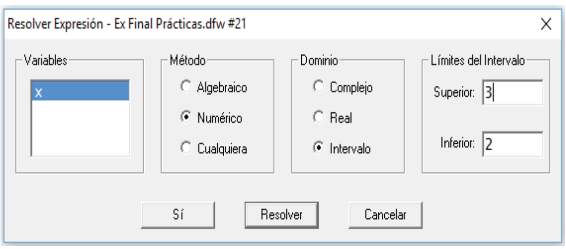
☐ $(-1.378101505, -\sqrt{1 - \cos(-1.378101505})$

☐ $(-1.378101505, \sqrt{1 - \cos(-1.378101505)})$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

(Ayuda: $\sqrt{1 - \cos(-1.378101505)}) \approx 0.899\,16$)

c) Para la ecuación $\left(x^2 - 1\right)^2 = 1 - \cos x$, ¿qué opción deberíamos escoger para obtener la solución $x = 1.378101505$?

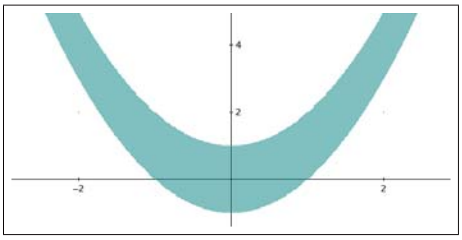
☐ 

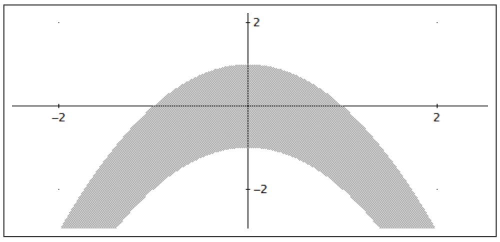
☐ 

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

Ejercicio 2 (Respuesta correcta= 0.2; Respuesta incorrecta= −0.1; En blanco= 0) Consideremos la función $f(x, y) = arccos(x^2 + y)$.

a) Decir cuál de las siguientes gráficas representa a su dominio:

☐ 

☐ 

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

b) El gradiente de la función $f(x, y) = arccos(x^2 + y)$ es

```
#29:   GRAD(ACOS(x^2 + y), [x, y])
```

$$\#30: \quad \left[-\frac{2\cdot x}{\sqrt{(-x^4 - 2\cdot x^2\cdot y - y^2 + 1)}},\ -\frac{1}{\sqrt{(-x^4 - 2\cdot x^2\cdot y - y^2 + 1)}} \right]$$

A la vista del resultado podemos decir que:

☐ $(0, 1)$ es un punto crítico de f

☐ f no tiene puntos críticos

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

c) Para la función $f(x, y) = arccos(x^2 + y)$ se tiene que su matriz Hessiana en $(0, 0)$ es la matriz

$$\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A la vista del resultado podemos decir que:

☐ $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0) = 0$

☐ $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0) \neq \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(0, 0)$

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

Ejercicio 3 (Respuesta correcta= 0.3; Respuesta incorrecta= −0.15; En blanco= 0) Sabiendo que la función $f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^4 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ tiene en el punto $(0, 1)$ un punto crítico y que su matriz hessiana en este punto es la matriz

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se tiene que:

☐ f tiene en el punto $(0, 1)$ un mínimo relativo no estricto

☐ f tiene en el punto $(0, 1)$ un punto de silla

☐ Ninguna de las respuestas anteriores es correcta

Ayuda: la curva de nivel $0 = f(0, 1)$ de f viene dada por