Nombre: ............................................................ Apellidos: ..................................................................

DNI: ................................. Grado: ..................................................................

EVALUACIÓN CONTINUA O FINAL ........................................................................................................

# Examen de Cálculo - Convocatoria ordinaria primer semestre

## Grados en Ingeniería EPSE

**Universidad Miguel Hernández de Elche - Martes 23 de Enero de 2018**

- **INSTRUCCIONES** : Leer atentamente antes de empezar el examen.
- El tiempo disponible es de **3 horas para la EVALUACIÓN CONTINUA** y de **3 horas y 30 minutos para la EVALUACIÓN FINAL**.
- En el examen de teoría y problemas se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
  **El examen de prácticas sólo lo harán los que opten por EVALUACIÓN FINAL.**
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN CONTINUA, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 7 puntos correspondientes al 70% de la nota final de la asignatura. Los ejercicios 1 y 2 valen 2 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 1.5 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios. Para optar a aprobar la asignatura es necesario obtener en este examen al menos 3 puntos de los 7.
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN FINAL, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 8.5 puntos correspondientes al 85% de la nota final de la asignatura. El Ejercicio 1 vale 2 puntos, el Ejercicio 2 vale 2.5 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 2 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios.
  El examen de prácticas consta del ejercicio 6 y puntua sobre 1.5 puntos correspondientes al 15% de la nota final de la asignatura.

## Examen de teoría y problemas

**Ejercicio 1**: Tipo test; consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Las preguntas sin responder no suman ni restan. Un resultado negativo se contará como cero.

**Test 1)** El límite $\lim_{x\to 0} \dfrac{e^{x^2}-e^{-x^2}}{1-\cos(2x)}$ vale:

☐ 2

☐ 1

☐ $\pi/2$

**Test 2)** El conjunto $A=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2-2x\leq 0\right\}\cap\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2+2x\leq 0\right\}$ verifica que:

☐ Tiene interior vacío

☐ No tiene puntos aislados

☐ $(0,0)$ es un punto de acumulación de $A$

**Test 3)** Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ dada por $f(x,y)=\left(\sin\left(x+y^2\right), y\cos x\right)$ y $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ diferenciable en $(0,0)$ tal que $Jg(0,0)=(3\quad 4)$, entonces $J(g\circ f)(\pi,0)$ vale:

☐ $(3\quad 4)$

☐ $(-3\quad -4)$

☐ $(3\quad -4)$

**Test 4)** Sabiendo que la ecuación $\cos\left(xy^3\right)+y\sin x-1=0$ define a $y$ como función implícita de $x$ en un entorno de $(x,y)=\left(\dfrac{-3\pi}{2},1\right)$, se tiene que $\dfrac{dy}{dx}$ evaluada en $\dfrac{-3\pi}{2}$ vale:



☐ Diverge para $x=1$

☐ Converge absolutamente para $x=-1$

**Ejercicio 2**: Dado el conjunto $K = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1,\ y \leq x + 1\right\}$, calcular la integral doble $\displaystyle\iint_K x^2 d\,(x, y)$.

Elegir dos, y sólo dos, de los ejercicios 3, 4 y 5:

**Ejercicio 3**: Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x, y) := \begin{cases} \dfrac{xy^2\sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^4} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

**a)** Estudiar la continuidad de $f$ en el punto $(0, 0)$.

**b)** Calcular, si existe, la derivada direccional de $f$ en el punto $(0, 0)$ en la dirección genérica $(u, v) \neq (0, 0)$.

**c)** Estudiar la diferenciabilidad de $f$ en el punto $(0, 0)$.

**Ejercicio 4**: Hallar los extremos absolutos de la función $f\,(x, y) = 3x^2 + 4xy$ en el conjunto $K$ dado en el ejercicio 2.

**Ejercicio 5**: Si $K$ es el conjunto dado en el ejercicio 2 y $\Gamma$ es su frontera orientada positivamente, se pide:

**a)** Parametrizar $\Gamma$ (es suficiente parametrizar a trozos).

**b)** Calcular la integral de línea $\displaystyle\oint_\Gamma -\,xy\;dx + x^2\;dy$.

# Examen de prácticas

**Ejercicio 6:** Sean $f\,(x, y) := \left((x-1)^2 + y^2\right)\left(y - x^2\right)$ y $K := \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^3 + y^4 \leq 10\right\}$.

Escribir en los cuadros en blanco las respuestas (pueden ser números, texto o fórmulas) a las preguntas que se plantean en las siguientes frases (las puntuaciones se indican al principio entre paréntesis):

(0,2) Los puntos críticos de $f$ son $\left(\boxed{\quad\quad}, \boxed{\quad\quad}\right)$ y $\left(\boxed{\quad\quad}, \boxed{\quad\quad}\right)$.

(0,3) En el primero de ellos $f$ presenta un $\boxed{\quad\quad}$ y en el segundo un $\boxed{\quad\quad}$ (indíquese máximo relativo, mínimo relativo, punto de silla).

(0,4) $K = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \boxed{\quad} \leq y \leq \boxed{\quad},\ \boxed{\quad\quad} \leq x \leq \boxed{\quad\quad}\right\}$ (donde los dos primeros son constantes y los dos últimos funciones de $y$).

Nombre: ............................................................ Apellidos: ...................................................................

DNI: .................................. Grado: ...................................................................

EVALUACIÓN CONTINUA O FINAL ...........................................................................................................

# Examen de Cálculo - Convocatoria ordinaria primer semestre

## Grados en Ingeniería EPSE

**Universidad Miguel Hernández de Elche - Martes 23 de Enero de 2018**

- **INSTRUCCIONES** : Leer atentamente antes de empezar el examen.
- El tiempo disponible es de **3 horas para la EVALUACIÓN CONTINUA** y de **3 horas y 30 minutos para la EVALUACIÓN FINAL**.
- En el examen de teoría y problemas se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
  **El examen de prácticas sólo lo harán los que opten por EVALUACIÓN FINAL.**
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN CONTINUA, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 7 puntos correspondientes al 70% de la nota final de la asignatura. Los ejercicios 1 y 2 valen 2 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 1.5 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios. Para optar a aprobar la asignatura es necesario obtener en este examen al menos 3 puntos de los 7.
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN FINAL, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 8.5 puntos correspondientes al 85% de la nota final de la asignatura. El Ejercicio 1 vale 2 puntos, el Ejercicio 2 vale 2.5 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 2 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios.
  El examen de prácticas consta del ejercicio 6 y puntua sobre 1.5 puntos correspondientes al 15% de la nota final de la asignatura.

# Examen de teoría y problemas

**Ejercicio 1**: Tipo test; consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Las preguntas sin responder no suman ni restan. Un resultado negativo se contará como cero.

**Test 1)** La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{2^n x^n}{n}$ verifica:

☐ Converge para $x = 1/2$

☐ Diverge para $x = 1$

☐ Converge pero no absolutamente para $x = -1$

**Test 2)** El límite $\lim_{x\to 0} \frac{e^{x^2} - e^{-x^2}}{\ln(1+x^2)}$ vale:

☐ 2

☐ 1

☐ $\pi/2$

**Test 3)** El conjunto $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2-2x \le 0\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2+2x \le 0\}$ verifica que:

☐ Tiene interior vacío

☐ Tiene puntos aislados

☐ $(0,0)$ es un punto de acumulación de $A$

**Test 4)** Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $f(x,y) = (\sin(x+y^2), y\cos x)$ y $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable en $(0,0)$ tal que $Jg(0,0) = (-3 \quad 4)$, entonces $J(g \circ f)(\pi, 0)$ vale:

☐ $(3 \quad 4)$



☐ $\frac{2}{2 \ldots}$

**Ejercicio 2**: Dado el conjunto $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1,\ y \leq x+1\}$, calcular la integral doble $\displaystyle\iint_K x^2 d(x,y)$.

Elegir dos, y sólo dos, de los ejercicios 3, 4 y 5:

**Ejercicio 3**: Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{xy^2\sqrt{x^2+y^2}}{x^2+y^4} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

**a)** Estudiar la continuidad de $f$ en el punto $(0,0)$.

**b)** Calcular, si existe, la derivada direccional de $f$ en el punto $(0,0)$ en la dirección genérica $(u,v) \neq (0,0)$.

**c)** Estudiar la diferenciabilidad de $f$ en el punto $(0,0)$.

**Ejercicio 4**: Hallar los extremos absolutos de la función $f(x,y) = 3x^2 + 4xy$ en el conjunto $K$ dado en el ejercicio 2.

**Ejercicio 5**: Si $K$ es el conjunto dado en el ejercicio 2 y $\Gamma$ es su frontera orientada positivamente, se pide:

**a)** Parametrizar $\Gamma$ (es suficiente parametrizar a trozos).

**b)** Calcular la integral de línea $\displaystyle\oint_\Gamma -xy\,dx + x^2\,dy$.

## Examen de prácticas

**Ejercicio 6:** Sean $f(x,y) := \left((x-1)^2 + y^2\right)(y - x^2)$ y $K := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^3 + y^4 \leq 10\}$.

Escribir en los cuadros en blanco las respuestas (pueden ser números, texto o fórmulas) a las preguntas que se plantean en las siguientes frases (las puntuaciones se indican al principio entre paréntesis):

(0,2) Los puntos críticos de $f$ son $\left(\boxed{\quad}, \boxed{\quad}\right)$ y $\left(\boxed{\quad}, \boxed{\quad}\right)$.

(0,3) En el primero de ellos $f$ presenta un $\boxed{\quad}$ y en el segundo un $\boxed{\quad}$ (indíquese máximo relativo, mínimo relativo, punto de silla).

(0,4) $K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \boxed{\quad} \leq y \leq \boxed{\quad},\ \boxed{\quad} \leq x \leq \boxed{\quad}\right\}$ (donde los dos primeros son constantes y los dos últimos funciones de $y$).

Nombre: ............................................................ Apellidos: ..................................................................

DNI: .................................. Grado: ..................................................................

EVALUACIÓN CONTINUA O FINAL ..............................................................................................................

# Examen de Cálculo - Convocatoria ordinaria primer semestre

## Grados en Ingeniería EPSE

**Universidad Miguel Hernández de Elche - Martes 23 de Enero de 2018**

- **INSTRUCCIONES** : Leer atentamente antes de empezar el examen.
- El tiempo disponible es de **3 horas para la EVALUACIÓN CONTINUA** y de **3 horas y 30 minutos para la EVALUACIÓN FINAL**.
- En el examen de teoría y problemas se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
  **El examen de prácticas sólo lo harán los que opten por EVALUACIÓN FINAL.**
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN CONTINUA, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 7 puntos correspondientes al 70% de la nota final de la asignatura. Los ejercicios 1 y 2 valen 2 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 1.5 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios. Para optar a aprobar la asignatura es necesario obtener en este examen al menos 3 puntos de los 7.
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN FINAL, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 8.5 puntos correspondientes al 85% de la nota final de la asignatura. El Ejercicio 1 vale 2 puntos, el Ejercicio 2 vale 2.5 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 2 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios.
  El examen de prácticas consta del ejercicio 6 y puntua sobre 1.5 puntos correspondientes al 15% de la nota final de la asignatura.

# Examen de teoría y problemas

**Ejercicio 1**: Tipo test; consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Las preguntas sin responder no suman ni restan. Un resultado negativo se contará como cero.

**Test 1)** Sabiendo que la ecuación $\cos\left(xy^3\right) + y\sin x - 1 = 0$ define a $y$ como función implícita de $x$ en un entorno de $(x, y) = \left(\frac{-7\pi}{2}, 1\right)$, se tiene que $\frac{dy}{dx}$ evaluada en $\frac{-7\pi}{2}$ vale:

☐ $\frac{2}{21\pi + 2}$
☐ $\frac{21\pi - 2}{2}$
☐ $\frac{-2}{21\pi - 2}$

**Test 2)** La serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n 2^n}$ verifica:

☐ Converge para $x = -2$
☐ Diverge para $x = 1$
☐ Converge pero no absolutamente para $x = 2$

**Test 3)** El límite $\lim_{x\to 0} \frac{e^{-x^2} - e^{x^2}}{1 - \cos(2x)}$ vale:

☐ $-2$
☐ $-\pi/2$



☐ $(-3 \quad -4)$
☐ $(3 \quad -4)$

**Ejercicio 2**: Dado el conjunto $K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1,\ y \leq x+1\right\}$, calcular la integral doble $\displaystyle\iint_K x^2 d\,(x,y)$.

Elegir dos, y sólo dos, de los ejercicios 3, 4 y 5:

**Ejercicio 3**: Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{xy^2\sqrt{x^2+y^2}}{x^2+y^4} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

**a)** Estudiar la continuidad de $f$ en el punto $(0,0)$.

**b)** Calcular, si existe, la derivada direccional de $f$ en el punto $(0,0)$ en la dirección genérica $(u,v) \neq (0,0)$.

**c)** Estudiar la diferenciabilidad de $f$ en el punto $(0,0)$.

**Ejercicio 4**: Hallar los extremos absolutos de la función $f\,(x,y) = 3x^2 + 4xy$ en el conjunto $K$ dado en el ejercicio 2.

**Ejercicio 5**: Si $K$ es el conjunto dado en el ejercicio 2 y $\Gamma$ es su frontera orientada positivamente, se pide:

**a)** Parametrizar $\Gamma$ (es suficiente parametrizar a trozos).

**b)** Calcular la integral de línea $\displaystyle\oint_\Gamma -xy\,dx + x^2\,dy$.

# Examen de prácticas

**Ejercicio 6:** Sean $f\,(x,y) := \left((x-1)^2+y^2\right)\left(y-x^2\right)$ y $K := \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^3+y^4 \leq 10\right\}$.

Escribir en los cuadros en blanco las respuestas (pueden ser números, texto o fórmulas) a las preguntas que se plantean en las siguientes frases (las puntuaciones se indican al principio entre paréntesis):

(0,2) Los puntos críticos de $f$ son $\left(\boxed{\phantom{xxxx}}, \boxed{\phantom{xxxx}}\right)$ y $\left(\boxed{\phantom{xxxx}}, \boxed{\phantom{xxxx}}\right)$.

(0,3) En el primero de ellos $f$ presenta un $\boxed{\phantom{xxxxxx}}$ y en el segundo un $\boxed{\phantom{xxxxxx}}$ (indíquese máximo relativo, mínimo relativo, punto de silla).

(0,4) $K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \boxed{\phantom{xxx}} \leq y \leq \boxed{\phantom{xxx}},\ \boxed{\phantom{xxxxxx}} \leq x \leq \boxed{\phantom{xxxxxx}}\right\}$ (donde los dos primeros son constantes y los dos últimos funciones de $y$).

Nombre: ............................................................ Apellidos: ..................................................................

DNI: ................................. Grado: ..................................................................

EVALUACIÓN CONTINUA O FINAL ..............................................................................................................

# Examen de Cálculo - Convocatoria ordinaria primer semestre

## Grados en Ingeniería EPSE

**Universidad Miguel Hernández de Elche - Martes 23 de Enero de 2018**

- **INSTRUCCIONES** : Leer atentamente antes de empezar el examen.
- El tiempo disponible es de **3 horas para la EVALUACIÓN CONTINUA** y de **3 horas y 30 minutos para la EVALUACIÓN FINAL**.
- En el examen de teoría y problemas se deben realizar los ejercicios 1 y 2, y dos a elegir entre el 3, el 4 y el 5.
  **El examen de prácticas sólo lo harán los que opten por EVALUACIÓN FINAL.**
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN CONTINUA, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 7 puntos correspondientes al 70% de la nota final de la asignatura. Los ejercicios 1 y 2 valen 2 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 1.5 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios. Para optar a aprobar la asignatura es necesario obtener en este examen al menos 3 puntos de los 7.
- Para los alumnos que elijan EVALUACIÓN FINAL, el examen de teoría y problemas puntúa sobre 8.5 puntos correspondientes al 85% de la nota final de la asignatura. El Ejercicio 1 vale 2 puntos, el Ejercicio 2 vale 2.5 puntos y los Ejercicios 3, 4 y 5 valen 2 puntos cada uno, siendo igual el valor de los apartados en todos los ejercicios.
  El examen de prácticas consta del ejercicio 6 y puntua sobre 1.5 puntos correspondientes al 15% de la nota final de la asignatura.

## Examen de teoría y problemas

**Ejercicio 1**: Tipo test; consta de cinco preguntas tipo test, cada una con tres opciones a elegir. Para cada pregunta hay una única opción correcta. Se debe elegir una única opción. Si la respuesta elegida es correcta suma 0.4 puntos. Si la respuesta es incorrecta resta 0.2 puntos. Las preguntas sin responder no suman ni restan. Un resultado negativo se contará como cero.

**Test 1)** Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ dada por $f(x,y)=\left(\sin\left(x+y^2\right),y\cos x\right)$ y $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ diferenciable en $(0,0)$ tal que $Jg(0,0)=(-3\quad -4)$, entonces $J(g\circ f)(\pi,0)$ vale:

☐ $(3\quad -4)$

☐ $(-3\quad -4)$

☐ $(3\quad 4)$

**Test 2)** Sabiendo que la ecuación $\cos\left(xy^3\right)+y\sin x-1=0$ define a $y$ como función implícita de $x$ en un entorno de $(x,y)=\left(\frac{\pi}{2},1\right)$, se tiene que $\frac{dy}{dx}$ evaluada en $\frac{\pi}{2}$ vale:

☐ $\frac{-2}{2-3\pi}$

☐ $\frac{3\pi-2}{2}$

☐ $\frac{2}{2-3\pi}$

**Test 3)** La serie $\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{(-2)^n x^n}{n}$ verifica:

☐ Converge para $x=-1/2$

☐ Converge pero no absolutamente para $x=1$



☐ $A$ no es abierto ni cerrado

☐ $(0,0)$ está en el interior de $A$

**Ejercicio 2**: Dado el conjunto $K = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1,\ y \leq x+1\}$, calcular la integral doble $\displaystyle\iint_K x^2 d(x,y)$.

Elegir dos, y sólo dos, de los ejercicios 3, 4 y 5:

**Ejercicio 3**: Sea $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ la función dada por

$$f(x,y) := \begin{cases} \dfrac{xy^2\sqrt{x^2+y^2}}{x^2+y^4} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

**a)** Estudiar la continuidad de $f$ en el punto $(0,0)$.

**b)** Calcular, si existe, la derivada direccional de $f$ en el punto $(0,0)$ en la dirección genérica $(u,v) \neq (0,0)$.

**c)** Estudiar la diferenciabilidad de $f$ en el punto $(0,0)$.

**Ejercicio 4**: Hallar los extremos absolutos de la función $f(x,y) = 3x^2+4xy$ en el conjunto $K$ dado en el ejercicio 2.

**Ejercicio 5**: Si $K$ es el conjunto dado en el ejercicio 2 y $\Gamma$ es su frontera orientada positivamente, se pide:

**a)** Parametrizar $\Gamma$ (es suficiente parametrizar a trozos).

**b)** Calcular la integral de línea $\displaystyle\oint_\Gamma -xy\,dx + x^2\,dy$.

## Examen de prácticas

**Ejercicio 6:** Sean $f(x,y) := \left((x-1)^2+y^2\right)(y-x^2)$ y $K := \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^3+y^4 \leq 10\}$.

Escribir en los cuadros en blanco las respuestas (pueden ser números, texto o fórmulas) a las preguntas que se plantean en las siguientes frases (las puntuaciones se indican al principio entre paréntesis):

(0,2) Los puntos críticos de $f$ son $\left(\boxed{\qquad},\boxed{\qquad}\right)$ y $\left(\boxed{\qquad},\boxed{\qquad}\right)$.

(0,3) En el primero de ellos $f$ presenta un $\boxed{\qquad}$ y en el segundo un $\boxed{\qquad}$ (indíquese máximo relativo, mínimo relativo, punto de silla).

(0,4) $K = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \boxed{\qquad} \leq y \leq \boxed{\qquad},\ \boxed{\qquad} \leq x \leq \boxed{\qquad}\right\}$ (donde los dos primeros son constantes y los dos últimos funciones de $y$).

#1: $f(x, y) := ((x - 1)^2 + y^2)\cdot(y - x^2)$

#2: GRAD(f(x,y),[x,y])=[0,0]

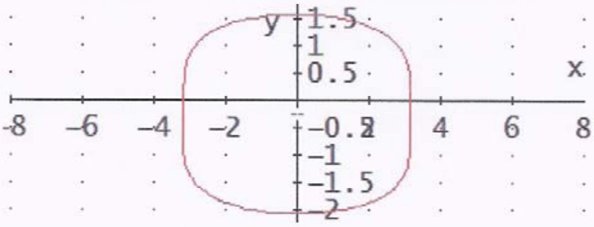
Las soluciones son [1,0] y [0.7124456266, 0.2018079433].

#3: s(x, y) := GRAD(GRAD(f(x, y), [x, y]), [x, y])

#4: [s(1, 0), s(0.7124456266, 0.2018079433), DET(s(0.7124456266, 0.2018079433))]

#5: $$\left[\begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0.7805652635 & -1.150217493 \\ -1.150217493 & 0.195690118 \end{bmatrix}, -1.170251373\right]$$

#6: $x^2 + y^3 + y^4 = 10$




#7: $10 - y^3 - y^4 = 0$

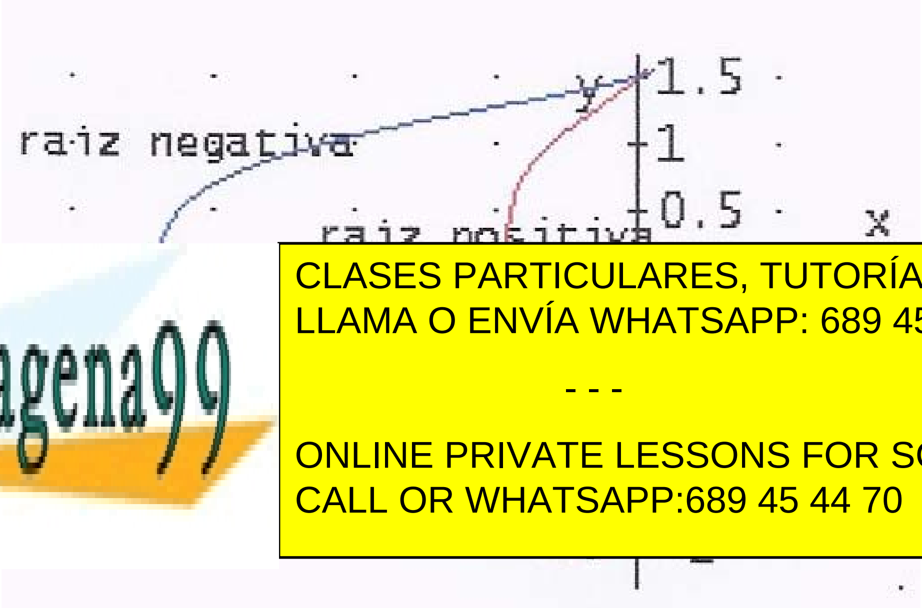
#8: $y = -2.092090469 \vee y = 1.572372322$

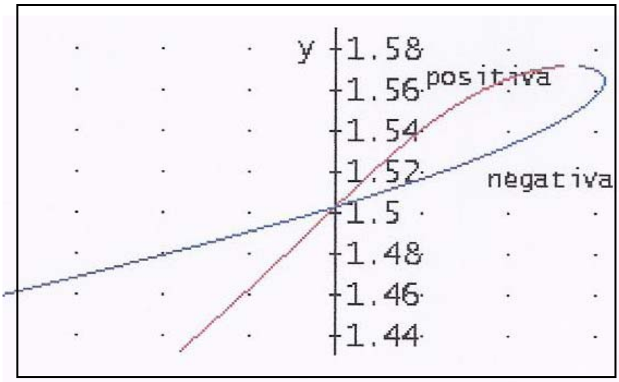
#9: $rp(y) := (10 - y^3 - y^4)^{1/2}$

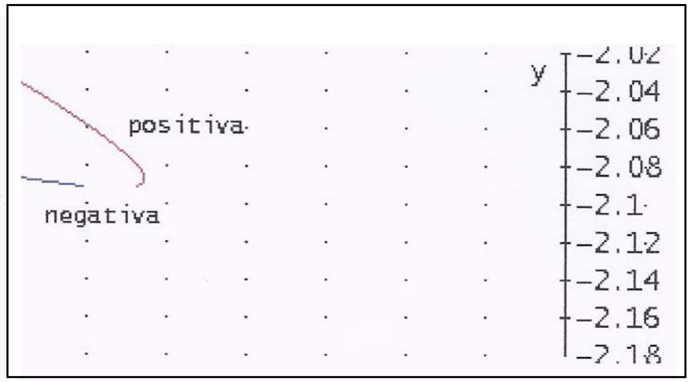
#10: $rn(y) := -(10 - y^3 - y^4)^{1/2}$

rp y rn significan, respectivamente, raíz positiva y raíz negativa. Nótese que en las siguientes gráficas x no es la primera coordenada de un punto de K, sino la imagen por f del punto cuya segunda coordenada es y, distinguiendo en cada gráfica si la primera coordenada (puesta en función de y) corresponde a la raíz cuadrada positiva o a la negativa. Los dos últimas gráficas son ampliaciones de partes de la primera.

#11: $x = f(rn(y), y) \vee x = f(rp(y), y)$






#12: $\frac{d}{dy} f((10 - y^3 - y^4)^{1/2}, y) = 0$

#13: y = -1.178166662 v y = -2.086994653

#14: $\frac{d}{dy} f(- (10 - y^3 - y^4)^{1/2}, y) = 0$

#15: y = -1.040151749 v y = 1.565063129

Calculamos las imágenes de los puntos obtenidos hasta ahora.

#16: [f(1, 0), f(0.7124456266, 0.2018079433), f(rp(-1.178166662), -1.178166662), f(rp(-2.086994653), -2.086994653), f(rn(-1.040151749), -1.040151749), f(rn(1.565063129), 1.565063129)]

#17: [0, -0.03773638979, -63.85073912, -10.55497332, -201.7244456, 6.198575227]

Representamos junto a la curva x^2+y^3+y^4=10 todas las curvas de nivel de f obtenidas hasta ahora. El nivel de la curva que pasa por (0,y) es mayor cuanto mayor es y.

#18: $x^2 + y^3 + y^4 = 10$ v f(x, y) = 0 v f(x, y) = -0.03773638979 v f(x, y) = -63.85073912 v f(x, y) = -10.55497332 v f(x, y) = -201.7244456 v f(x, y) = 6.198575227