Universidad Carlos III de Madrid Junio de 2017

Microeconomía

Nombre: Grupo:

1	2	3	4	5	Calif.

Dispone de 2 horas y 45 minutos para contestar todas las preguntas.

1. Preguntas Tipo Test. (Marque su respuesta con una "x". Se obtienen 2 puntos si se marca la respuesta correcta, -0,66 si se marca una respuesta incorrecta y 0 puntos si no se marca respuesta alguna.)

1.1. Las preferencias $\succsim$ sobre cestas de bienes en $\mathbb{R}^2_+$, definidas como $(x, y) \succsim (x', y')$ si y solo si $\{x > x'$, o $x = x'$ e $y \geq y'\}$,

☐ no satisfacen el axioma $A.1$ (completitud)
☐ no satisfacen el axioma $A.2$ (transitividad)
☐ no satisfacen el axioma $A.3$ (monotonicidad)
☒ satisfacen los axiomas $A.1$, $A.2$ y $A.3$.

1.2. A los precios $(p_x, p_y) = (1, 2)$, la cesta óptima de un consumidor con preferencias como las descritas en la pregunta anterior y con una renta monetaria $I = 4$ es

☐ $(2, 1)$ ☒ $(4, 0)$ ☐ $(0, 2)$ ☐ $(3, 1/2)$.

1.3. Las preferencias de un consumidor están representadas por la función de utilidad $u(x, y) = \min\{2x, y\}$. Los precios son $(p_x, p_y) = (1, 1)$. Por tanto, los signos de los efectos renta (ER) y sustitución (ES) sobre la demanda del bien x de un incremento del precio de x a $p'_x = 2$ son

☐ $ES < 0$, $ER = 0$ ☐ $ES = 0$, $ER > 0$

☒ $ES = 0$, $ER < 0$ ☐ $ES = 0$, $ER = 0$.

1.4. Si los precios de los bienes x, y fueron $(p_x, p_y) = (2, 1)$ en 2016 y son $(p_x, p_y) = (2, 2)$ en 2017, 1.5. Si las preferencias del consumidor de la pregunta anterior están representadas por la función de utilidad $u(x, y) = 2x + y$, entonces el IPC *verdadero* de este individuo es:

☐ $\frac{3}{2}$ ☒ 1 ☐ $\frac{4}{3}$ ☐ $\frac{3}{4}$.

1.6. Las preferencias sobre loterías de un consumidor están representadas por la función de utilidad de Bernoulli $u(x) = \sqrt{x}$. Identifique la utilidad esperada y la prima de riesgo de la lotería $l = (x, p)$ que paga los premios $x = (1, 4, 16)$ con probabilidades $p = (\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$.

☐ $Eu(l) = 1,\ PR(l) = \frac{9}{2}$ ☐ $Eu(l) = 2,\ PR(l) = \frac{9}{2}$

☒ $Eu(l) = 2,\ PR(l) = \frac{3}{2}$ ☐ $Eu(l) = 1,\ PR(l) = \frac{3}{2}$.

1.7. Lolita, la vaca competitiva de Holstein que produce leche utilizando avena (A) y heno (H) de acuerdo con la función de producción $F(A, H) = 2A + \sqrt{H}$, tiene

☐ rendimientos constantes a escala ☒ rendimientos decrecientes a escala

☐ rendimientos crecientes a escala ☐ rendimientos a escala indeterminados.

1.8. Una empresa que produce un bien con costes medios $AC(q) = 2\sqrt{q}$ tiene

☐ economías de escala ☐ rendimientos constantes a escala

☒ deseconomías de escala ☐ rendimientos crecientes a escala.

1.9. Si una empresa produce una cantidad positiva en un equilibrio competitivo a corto plazo, entonces

☐ su coste marginal es menor o igual que su coste medio
☒ el precio de mercado es mayor o igual que su coste medio variable
☐ el precio de mercado es mayor o igual que su coste medio
☐ su curva de costes marginales es decreciente.

1.10. El índice de Lerner de un monopolio que produce el bien con costes $C(q) = 4 + 3q$ y enfrenta una demanda $D(p) = \max\{12 - 2p, 0\}$ es

☒ $\frac{1}{[illegible]}$ ☐ $\frac{1}{[illegible]}$ ☐ $\frac{2}{[illegible]}$ ☐ $\frac{3}{[illegible]}$.

2. Las preferencias de un consumidor sobre alimento (x) y vestido (y) están representadas por la función de utilidad $u(x, y) = x + 2 \ln y$.

(a) (10 puntos) Calcule sus funciones de demanda de alimento y vestido, $x(p_x, p_y, I)$ e $y(p_x, p_y, I)$. (Verifique la posible existencia de soluciones interiores y de esquina al problema del consumidor.) Calcule y represente gráficamente el conjunto presupuestario del consumidor, su cesta óptima y su nivel de utilidad para $(p_x, p_y, I) = (1, 2, 4)$.

Solución: Puesto que

$$RMS(x, y) = \frac{1}{\frac{2}{y}} = \frac{y}{2},$$

una solución interior al problema del consumidor resuelve el sistema

$$\begin{aligned} \frac{y}{2} &= \frac{p_x}{p_y} \\ p_x x + p_y y &= I. \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema obtenemos

$$x(p_x, p_y, I) = \frac{I}{p_x} - 2, \;\; y(p_x, p_y, I) = 2\frac{p_x}{p_y}.$$

Para (p_x, p_y, I) tal que $I > 2p_x$ estas funciones tienen valor positivo y, por tanto, son la solución al problema del consumidor. Para (p_x, p_y, I) tal que $I \leq 2p_x$ la solución es de esquina: $x(p_x, p_y, I) = 0$, $y(p_x, p_y, I) = I/p_y$.

La restricción presupuestaria para $(p_x, p_y, I) = (1, 2, 4)$ es

$$x + 2y = 4.$$

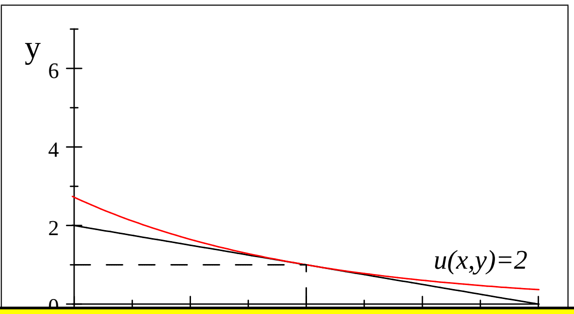
Como $4 = I > 2p_x = 2$, la cesta óptima es

$$(x^*, y^*) = (2, 1),$$

y la utilidad del consumidor es

$$u(2, 2) = 2 + 2 \ln 1 = 2$$

El gráfico adjunto ilustra estos cálculos.



(b) (10 puntos) A partir de los precios y renta $(p_x, p_y, I) = (1, 2, 4)$, calcule los efectos renta y sustitución sobre el bien x de un aumento de su precio a $p'_x = 2$.

Solución: Para calcular el efecto sustitución resolvemos el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} \frac{y}{2} &= \frac{p'_x}{p_y} \\ x + 2\ln y &= 2, \end{aligned}$$

cuya solución es $y = 2,\ x = 2 - 2\ln 2$. *El efecto sustitución es*

$$ES = (2 - 2\ln 2) - x(1, 2, 4) = -2\ln 2 < 0.$$

El efecto total es

$$ET = x(2, 2, 4) - x(1, 2, 4) = 0 - 2 = -2 < 0.$$

Por tanto, el efecto renta es

$$ER = ET - ES = -2 - (-2\ln 2) = -(2 - 2\ln 2) < 0.$$

3. (15 puntos) Las preferencias de un trabajador sobre ocio (h, medido en horas) y consumo (c, medido en euros) están representadas por la función de utilidad $u(h,c) = hc^2$. El trabajador dispone de $H = 16$ horas para dedicar al trabajo y al ocio, y de una renta monetaria $M = 48$ euros. El salario es 8 euros/hora. (Observe que $p_c = 1$.) Calcule el consumo y ocio si el impuesto sobre la renta salarial es el 25%. Calcule su consumo y su ocio si el impuesto sobre la renta laboral se sustituye por un impuesto fijo equivalente T, y determine si su bienestar sería mayor o menor. (T es la cantidad que el trabajador paga a hacienda con el impuesto del 25% sobre la renta salarial.)

Solución: Con el impuesto del 25% sobre la renta salarial el salario efectivo del trabajador es $w = 8(1 - 1/4) = 6$ *y su problema es*

$$\begin{array}{l} \max_{h,c} hc^2 \\ s.a. \\ c \leq 6(16-h) + 48 \\ 0 \leq h \leq 24, \ c \geq 0. \end{array}$$

Una solución interior resuelve el sistema

$$\begin{aligned} \frac{c}{2h} &= 6 \\ c + 6h &= 144. \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema obtenemos $h^* = 8$ y $c^* = 96$. *El trabajador pagaría a hacienda*

$$\left(\frac{1}{4}\right) 8(16 - h^*) = 16 \text{ euros}.$$

Si se sustituye el impuesto sobre la renta laboral con un impuesto fijo $T = 16$, *la restricción presupuestaria del trabajador sería*

$$c + 8h \leq 8(16) + 48 - T.$$

Una solución interior resuelve el sistema

$$\begin{aligned} \frac{c}{2h} &= 8 \\ c + 8h &= 160 \end{aligned}$$

Resolviendo el sistema obtenemos $h^{**} = 20/3$ y $c^{**} = 320/3$. *La utilidad del consumidor con este impuesto es*

$$u^{**} = \left(\frac{20}{3}\right)\left(\frac{320}{3}\right)^2 = \frac{2048000}{27} > u^* = 8\,(96)^2 = \left(\frac{24}{3}\right)\left(\frac{288}{3}\right)^2 = \frac{1990656}{27}.$$

4. Un empresa competitiva produce un bien utilizando trabajo, L, y capital, K, de acuerdo con la función de producción $F(L, K) = \sqrt{L}\sqrt[3]{K}$. Los precios de trabajo y capital son $w = 3$ y $r = 2$, respectivamente.

(a) (10 puntos) Calcule y represente las funciones de costes totales, medios y marginales y determine si la empresa tiene economías o deseconomías de escala. Calcule también la oferta de la empresa.

Solución: Para calcular la función de costes totales, obtenemos las funciones de demanda condicional de factores. Para ello, resolvemos el sistema

$$\begin{aligned} RMST(L, K) &= \frac{w}{r} \\ q &= \sqrt{L}\sqrt[3]{K}. \end{aligned}$$

Puesto que $RMST(L, K) = 3K/2L$, *la solución al sistema es*

$$L(q) = K(q) = q^{\frac{6}{5}}.$$

La función de costes totales es

$$C(q) = wL(q) + rK(q) = 5q^{\frac{6}{5}}.$$

La funciones de coste medio y coste marginal son

$$CMe(q) = \frac{C(q)}{q} = 5q^{\frac{1}{5}},\ CMa(q) = 6q^{\frac{1}{5}}.$$

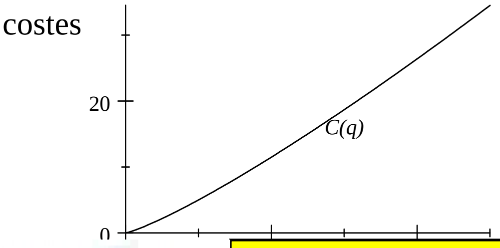
Como el $CMe(q)$ *es creciente, la empresa tiene deseconomías de escala.*

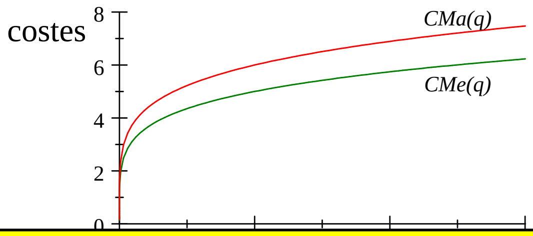
Para calcular la función de oferta resolvemos la condición de primer orden de maximización de beneficios

$$p = CMa(q) \Rightarrow q^* = p^5.$$

Como la función de costes es convexa ($C''(q) = 6q^{-4/5}/5 > 0$), *la condición de segundo orden de maximización de beneficios se cumple. Además, como* $p = CMa(q) = 6q^{\frac{1}{5}} > 5q^{\frac{1}{5}} = CMe(q)$, *también se cumple la condición de cierre. Por consiguiente, la oferta de la empresa es*

$$S(p) = \left(\frac{p}{6}\right)^5.$$





(b) (10 puntos) Calcule y represente las funciones de costes totales, medios y marginales y la oferta de la empresa a corto plazo suponiendo que $K = 8$.

Solución: Calculamos la demanda condicionada del factor trabajo a corto plazo:

$$q = F(L, 9) = \sqrt{L}\sqrt[3]{8} = 2\sqrt{L} \Rightarrow \bar{L}(q) = \frac{q^2}{4}.$$

La función de costes totales es

$$\bar{C}(q) = 8r + w\bar{L}(q) = 16 + \frac{3}{4}q^2.$$

Las funciones de coste medio, coste medio variable y coste marginal son

$$\overline{CMe}(q) = \frac{16}{q} + \frac{3}{4}q, \ \overline{CMeV}(q) = \frac{3}{4}q, \ \overline{CMa}(q) = \frac{3}{2}q.$$

Para calcular la función de oferta, resolvemos la condición de primer orden

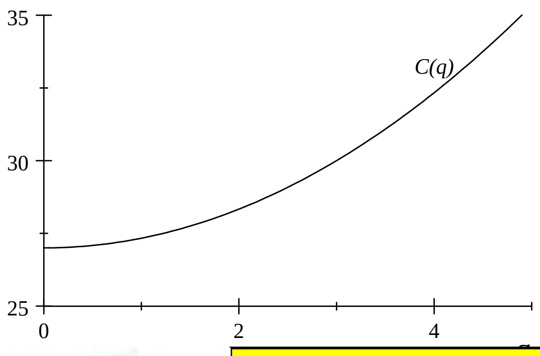
$$p = \overline{CMa}(q) \Rightarrow q^* = \frac{2}{3}p.$$

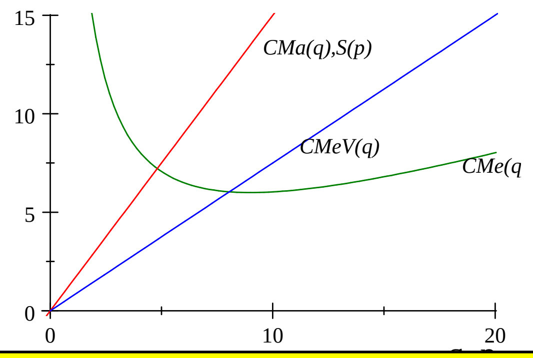
Como $\overline{CMa}$ es creciente, la condición de segundo orden se cumple. Además, como

$$\overline{CMeV}(q) = \frac{3}{4}q < \frac{3}{2}q = \overline{CMa}(q)$$

la condición de cierre se cumple. Por tanto, la función de oferta de la empresa a corto plazo es

$$\bar{S}(p) = \frac{2}{3}p.$$





5. Una empresa produce un bien con costes $C(q) = q^2/2 + 2$ y monopoliza un mercados en el que la demanda de los consumidores jóvenes es $D_1(p) = \{18 - 2p, 0\}$ y la demanda de los consumidores viejos es $D_2(p) = \max\{12 - p, 0\}$.

(a) (5 puntos) Calcule el equilibrio de monopolio con discriminación de precios.

Solución: Las funciones inversas de demanda de jóvenes y viejos son $P_1(q_1) = \max\{9 - q_1/2, 0\}$ *y* $P_2(q_2) = \max\{12 - q_2, 0\}$. *El monopolio elige* $q_1 \leq 18$ *y* $q_2 \leq 6$ *con el objetivo de maximizar beneficios*

$$\max_{(q_1,q_2)\in\mathbb{R}^2_+} P_1(q_1)q_1 + P_2(q_2)q_2 - C(q_1 + q_2).$$

Una solución interior a este problema satisface el sistema de ecuaciones

$$\begin{aligned} 9 - q_1 &= q_1 + q_2 \\ 12 - 2q_2 &= q_2 + q_2 \end{aligned}$$

cuya solución es $q_1^* = q_2^* = 3$. *Los precios de equilibrio son* $p_1^* = 9 - 3/2 = 7{,}5$ *y* $p_2^* = 12 - 3 = 9$.

(b) (10 puntos) Calcule el equilibrio de monopolio sin discriminación de precios y determine quienes mejoran/empeoran (consumidores, monopolista) respecto al equilibrio del apartado (a).

Solución: La demanda agregada es

$$D(p) = D_1(p) + D_2(p) = \begin{cases} 30 - 3p & \text{si } p \leq 9 \\ 12 - p & \text{si } 9 < p \leq 12 \\ 0 & \text{si } p > 12. \end{cases}$$

Por tanto, la función inversa de demanda es

$$P(q) = \begin{cases} 12 - q & \text{si } q < 3 \\ 10 - q/3 & \text{si } 3 \leq q \leq 30 \\ 0 & \text{si } q > 30. \end{cases}$$

El monopolio elige q con el objetivo de maximizar beneficios:

$$\max_{q \in \mathbb{R}_+} P(q)q - C(q).$$

La solución al problema del monopolio satisface la ecuación

$$P'(q)q + P(q) = CMa(q).$$

Para $q < 3$,

$$P'(q)q + P(q) = 12 - 2q > 6 > q = CMa(q).$$

Por tanto, $q \geq 3$. Para $3 \leq q \leq 30$, la solución a la ecuación

$$P'(q)q + P(q) = CMa(q) \Leftrightarrow -\frac{1}{3}q + 10 - \frac{q}{3} = q$$

es $q = 6$. Por tanto, el equilibrio de monopolio sin discriminación de precios es $q^* = 6$ y $p^* = P(q^*) = 8$.

Sin discriminación los consumidores jóvenes pagan un precio mayor y su bienestar es menor, y los consumidores viejos pagan un precio menor y su bienestar es mayor, que con discrimanción de precios. El monopolista vende la misma cantidad de bien, pero a un precio inferior al precio medio al que lo vende con discriminación de precios y, por tanto, su beneficio es menor.

(c) (10 puntos) Suponga que el monopolio es el resultado de una patente que está a punto de expirar. Una vez que expire, cualquier empresa puede producir el bien con la misma tecnología que la empresa establecida y venderlo en el mercado. Determine el precio, el output total y el número de empresas en equilibrio competitivo a largo plazo.

Solución: El coste medio es

$$CMe(q) = \frac{q}{2} + \frac{2}{q}.$$

Resolviendo la ecuación

$$\frac{dCMe(q)}{dq} = \frac{1}{2} - \frac{2}{q^2} = 0,$$

encontramos el nivel de producción que minimiza el coste medio, $\bar{q} = 2$, *y el coste medio mínimo,* $CMe(\bar{q}) = 2$. *Por tanto, en el equilibrio a largo plazo el precio es* $\bar{p} = 2$. *A este precio, la demanda es* $D(2) = 24$. *El número total de empresas que producen el bien en el equilibrio a largo plazo es*

$$n = \frac{D(\bar{p})}{\bar{q}} = \frac{24}{2} = 12.$$