Centro
Universitario
de la Defensa

Lección 12
Transmisión de calor por convección

Tecnología Energética

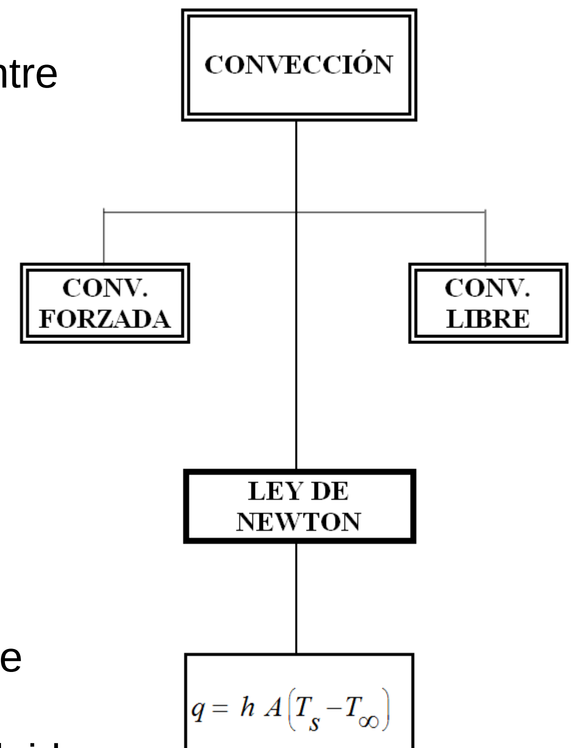
Centro Universitario de la Defensa de San Javier
MDE-UPCT.

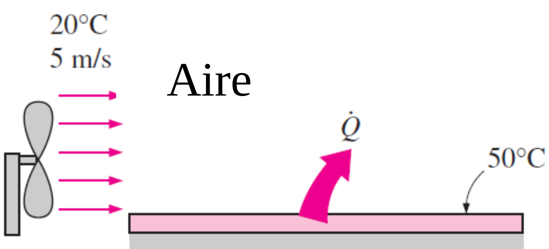
Fundamento de la Transmisión de Calor por Convección

La convección como un fenómeno de transmisión de calor que se produce en presencia de un fluido cuando este está en movimiento. La transmisión del calor por convección será tanto más alta cuanto mayor sea la velocidad del fluido. Si el fluido estuviese en estado de reposo, la transmisión de calor a través del mismo se realizaría mediante el mecanismo de conducción.

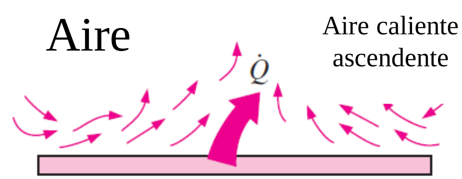
Para el cálculo de la transmisión de calor por convección se utiliza la ley de Newton, donde **h** (W/m^2 ºC) es el coeficiente de película o de transmisión de calor por convección.

h se puede definir como la velocidad de transmisión de calor por unidad de superficie y por unidad de diferencia de temperatura entre el fluido y la superficie.





Convección forzada



Convección libre

Tipos de convección:

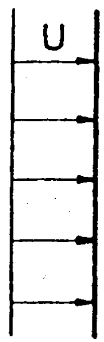
Forzada: el fluido se mueve por fuerzas externas (ej: diferencia de presión, ventilador, bomba,..)

Libre-Natural: no existen fuerzas externas salvo la gravedad. El fluido se mueve por la dilatación del fluido originada por los cambios de temperatura.

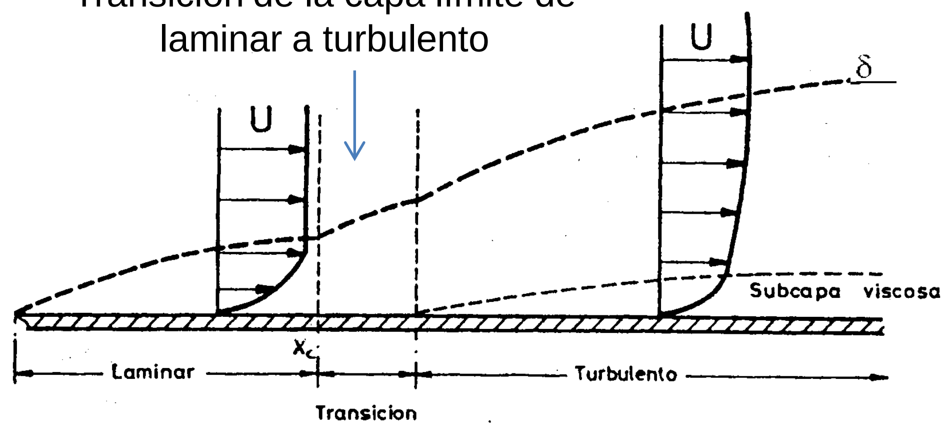
Capa límite térmica

Al igual que ocurre con la capa límite de velocidades, cuando el fluido interacciona con una superficie sólida, la diferencia de temperatura fluido T_∞ superficie T_s genera una región donde la temperatura del fluido pasa de T_∞ a T_s, se llama capa límite térmica. Su altura puede ser mayor o menor que la capa límite de velocidades en función de si la difusión viscosa es mayor o menor que la térmica, es decir, si $Pr=\mu \cdot c_p/k=\nu/\alpha$ es mayor ó menor que 1.

Si estudiamos la capa límite de velocidades que aparece en una placa en un flujo uniforme:
En dirección x tenemos 2 zonas: la capa límite laminar y la turbulenta. La transición ocurre a una distancia del borde de ataque x_C tal que el $Re_{critico}=\rho U x_C/\mu=5\cdot 10^5$

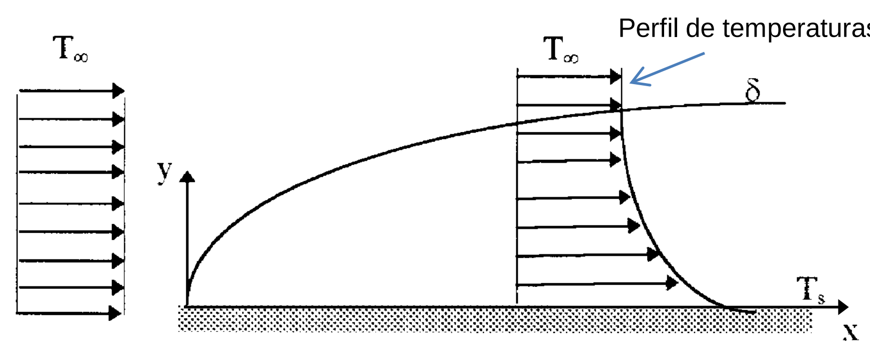


Transición de la capa límite de laminar a turbulento



En dirección y tenemos que, aunque la capa límite sea turbulenta, junto a la pared tendremos una zona de velocidad muy baja y por tanto Re<1, Se llama subcapa viscosa

Capa límite térmica



Cálculo del coeficiente de transmisión de calor por convección h

h, no es una constante (aunque lo hayamos asumido así en otros temas).
h depende de la geometría de la superficie y del campo fluido: de su velocidad, densidad, viscosidad, y también del flujo, si es laminar o turbulento, por tanto depende del Re y también de la posición x sobre la superficie. Es decir h es una función de x.
Para conocer h hay que resolver teórica o numéricamente las ecuaciones de Navier-Stokes, o bien, obtenerlo a partir de medidas experimentales:

Haciendo un balance de energía en la superficie sólido-fluido tenemos que el calor que se transfiere por el sólido por conducción, pasa a las primeras moléculas de fluido que están con velocidad V=0 en la pared. Por tanto, a la primera capa de fluido el calor le llega por conducción, según la ley de Fourier con k la del fluido k_f , (no k del sólido). Después el calor se transmite por convección al resto del fluido en movimiento:

$$q = -k_f A \left(\frac{dT}{dn}\right)_S \qquad q = h\, A \left(T_s - T_f\right) \qquad q = h A \left(T_s - T_f\right) = -k_f A \left(\frac{dT}{dn}\right)_S$$

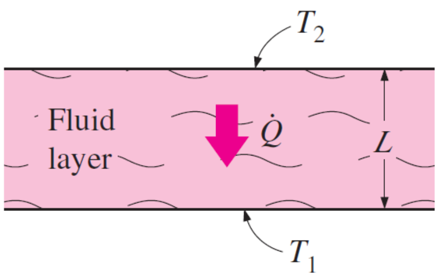
Por tanto h se obtiene calculando el gradiente de temperaturas en el fluido normal a la superficie:

$$h = \frac{-k_f \left(\frac{dT}{dn}\right)_S}{T_s - T_f}$$

Números adimensionales: Nusselt y Prandlt

El gran número de variables que intervienen en los problemas de convección nos llevará a la utilización de números adimensionales. **Nu**, Número de Nusselt: es una adimensionalización de h. Por tanto hablar de h o de Nu es equivalente.

Sentido físico: sea una capa de fluido de espesor L, con una diferencia de temperatura entre su límite inferior y superior $\Delta T = T_2 - T_1$. Ya hemos comentado anteriormente que, dependiendo de la velocidad del fluido, la transmisión de calor se producirá por convección o conducción. Si hacemos la relación entre el flujo de calor por unidad de superficie transmitido mediante ambos mecanismo tendremos:



$$Nu = \frac{\dot{q}_{convección}}{\dot{q}_{conducción-en-el-fluido}} = \frac{h\Delta T}{k_f \frac{\Delta T}{L}} = \frac{hL}{k_f}$$

Nu es la relación entre el calor transmitido por convección y el que se transmitiría por conducción a través de una capa de fluido de espesor L. Cuanto mayor sea el valor de Nu, mayor será el efecto del fenómeno de convección sobre el de conducción.

A partir de ahora cuando pongamos k será para decir k_f la del fluido no la del sólido

Prandtl: cociente entre la difusividad viscosa y térmica
Indica si dominan los fenómenos viscosos o los térmicos en el transporte de energía entre moléculas. Nos dice si la capa límite térmica es más o menos alta que la hidrodinámica

$$\Pr = \frac{\upsilon}{\alpha} = \frac{\mu/\rho}{k/\rho C_p} = \frac{\mu C_p}{k}$$

Números adimensionales: Eckert y Grashof

GRASHOF $Gr_X = \frac{\rho^2 g \beta \Delta T X^3}{\mu^2}$	**Relación entre las fuerzas de empuje hidrostático y las viscosas**	**Interviene sólo en convección libre** **Gr·Pr especifica el tipo de régimen: laminar o turbulento**
ECKERT $Ec = \frac{U^2}{c \Delta T}$	**Relación entre el duplo de la energía cinética por unidad de masa y el calor absorbido por unidad de masa**	**Interviene únicamente en convección forzada cuando existe disipación de energía mecánica en calorífica**

Números Adimensionales en transmisión de calor por convección

Al realizar un análisis dimensional de las ecuaciones de Navier Stokes para cada uno de estos procesos obtenemos que el Nu es función de los siguientes números adimensionales

CONVECCIÓN FORZADA PURA	**CON DISIPACIÓN VISCOSA**	$Nu = F(Re, Pr, Ec)$
	SIN DISIPACIÓN VISCOSA	$Nu = F(Re, Pr)$
CONVECCIÓN LIBRE PURA		$Nu = F(Gr, Pr)$
CONVECCIÓN COMBINADA	**CON DISIPACIÓN VISCOSA**	$Nu = F(Re, Gr, Pr, Ec)$
	SIN DISIPACIÓN VISCOSA	$Nu = F(Re, Gr, Pr)$

Si los gradientes de velocidad no son muy elevados, la función de disipación de Raleigh es despreciable frente a los términos térmicos por lo que Ec no interviene

Formulas empíricas en Convección

Las correlaciones experimentales del Nu aparecen en la bibliografía como ley de potencias de Re y Pr, con *C*,*m*, *n* ctes: $Nu = C \cdot \mathrm{Re}^m \, \mathrm{Pr}^n$

CONVECCIÓN FORZADA	
FLUJO EXTERNO	**- Flujo paralelo a una placa plana** **- Flujo normal sobre cilindros** **-Flujo normal sobre tuberías no circulares** **- Flujo normal sobre un haz de tubos** **- Flujo sobre una esfera**
FLUJO INTERNO	**- En tuberías cilíndricas** **- En tuberías no circulares** **- Entre dos planos paralelos**
CONVECCIÓN LIBRE	
	- Sobre placas y cilindros verticales **- Sobre cilindros horizontales** **- Sobre placas cuadradas horizontales** **- Sobre una placa inclinada** **- En espacios cerrados horizontales y verticales**

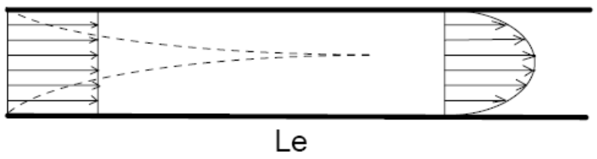
Convección Forzada en Flujo interno

Región de entrada térmica

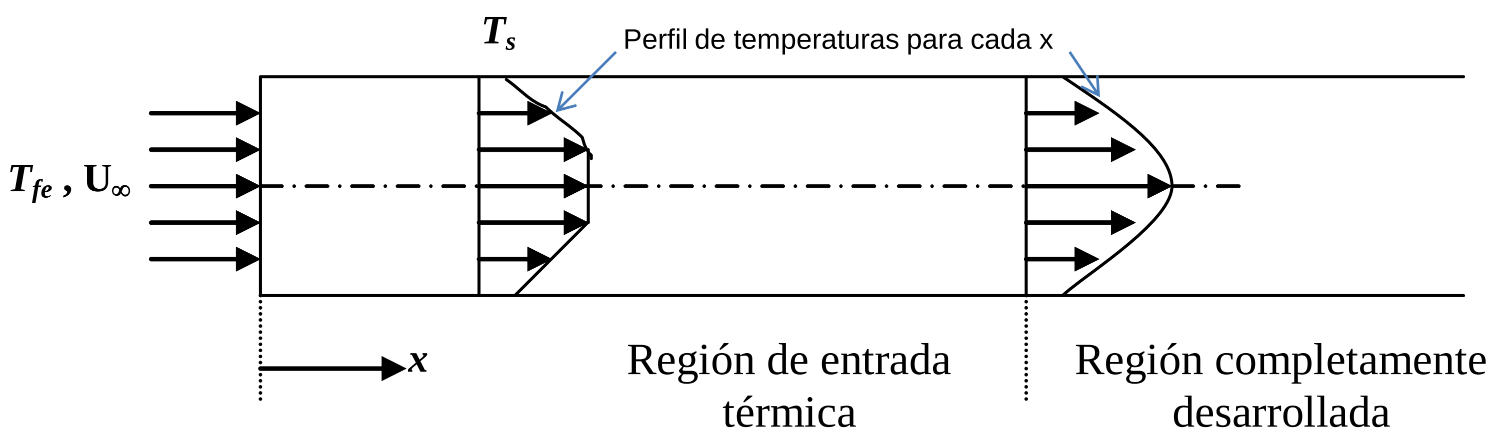
La transición de régimen laminar a turbulento en tuberías ocurre a Re_D=2300

Si la tubería no es circular, se usa como diámetro el diámetro hidráulico D_h: $D_h = 4A_c / p$

Cuando el fluido entra en la tubería aparece sobre la pared del tubo una capa límite que va creciendo hasta llegar al eje central del tubo. La distancia de tubería en la que ocurre este proceso le llamamos longitud de adaptación L_e, y puede ser laminar o turbulenta en función del valor de Re_D de la tubería, pasado esa distancia el perfil de velocidades no cambia, se dice que está totalmente desarrollado.



De manera análoga si estudiamos el perfil de temperaturas Encontraremos una región de entrada térmica L_t, hasta que el perfil de temperaturas se desarrolla totalmente



Balance de energía en tubería circular

En general el flujo de calor que absorbe o cede el fluido a lo largo de la tubería (o en una sección de la misma) es función de la temperatura a la entrada T_{fe} y de salida T_{fs} del fluido (temperatura media en la sección de salida). Para la evaluación de las propiedades del fluido: se utiliza la temperatura media del fluido en el tubo $T_{mf} = (T_{fe}+T_{fs})/2$

h es el coeficiente de transmisión por convección promedio

Caso de temperatura superficial constante T_s=cte

$$\dot{Q} = \dot{m}\, c_p \cdot \left(T_{fe} - T_{fs}\right) = \dot{Q}_{superficie} = h \cdot A \cdot \Delta T_m$$

ΔT_m representa la diferencia de temperaturas media entre fluido y superficie. Se puede definir como la diferencia de temperaturas logarítmica media:

$$\Delta T_{\ln} = \frac{\Delta T_e - \Delta T_s}{\ln \dfrac{\Delta T_e}{\Delta T_s}}$$

Con $\Delta T_e = T_s - T_{fe}$ y $\Delta T_s = T_s - T_{fs}$

Ó bien la media aritmética: $$\Delta T_{ma} = \frac{\Delta T_e + \Delta T_s}{2}$$

Balance de energía en tubería circular

En general el flujo de calor que absorbe o cede el fluido a lo largo de la tubería (o en una sección de la misma) es función de la temperatura a la entrada T_{fe} y de salida T_{fs} del fluido (temperatura media en la sección de salida). Para la evaluación de las propiedades del fluido: se utiliza la temperatura media del fluido en el tubo $T_{mf} = (T_{fe} + T_{fs})/2$

Caso de flujo de calor constante en la tubería q''=constante (W/m²)

La ecuación en este caso queda:

$$\dot{Q} = \dot{m}\, c_p \cdot \left(T_{fe} - T_{fs}\right) = \dot{Q}_{superficie} = q''A = h \cdot A \cdot \left(T_s - T_m\right)$$

Donde T_s la temperatura de la superficie en esa posición x. T_m es la temperatura media del fluido en la sección de tubo ubicada en la posición x. Es decir $T_s(x)$ y $T_m(x)$ son funciones de la posición x.

En un elemento diferencial de tubería (donde p es el perímetro de la tubería):

$$d\dot{Q} = \dot{m}\, c_p \cdot dT_m = d\dot{Q}_{superficie} = q'' \cdot dA = q'' \cdot p \cdot dx$$

Despejando e integrando se puede obtener $T_m(x)$:

$$dT_m / dx = q'' \cdot p / (\dot{m}\, c_p) = conste$$

Transferencia de calor en tuberías circulares en régimen laminar

Para el caso de que (D/L)·Re$_D$·Pr < 20

En este caso tenemos, para tuberías de sección circular y flujo completamente desarrollado (región desarrollada):

Para el caso de flujo de calor constante en la superficie:

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = 4{,}36$$

Para el caso de temperatura constante en la superficie:

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = 3{,}66$$

Para el caso de que (D/L)·Re$_D$·Pr > 20

Es el caso de flujo laminar en región de entrada (flujo no desarrollado) tenemos las correlaciones:

Para temperatura constante en superficie:

$$Nu_D = 3{,}66 + \frac{0{,}065\,(D/L)\,Re_D\ Pr}{1 + 0{,}04\left[(D/L)\,Re_D\ Pr\right]^{2/3}}$$

Cuando la diferencia de temperaturas fluido superficie es grande,

Es decir $0{,}0044<\mu/\mu_s<9{,}76$ se debe emplear:

$$Nu_D = 1{,}86\left[\frac{D}{L}\,Re_D\ Pr\right]^{1/3}\left(\frac{\mu}{\mu_S}\right)^{0{,}14}$$

Donde μ_s se evalúa a la temperatura Ts

Válido si 0,48<Pr<16700

Transferencia de calor en tuberías circulares en régimen turbulento

En régimen turbulento, para tuberías lisas de sección circular se usa la ecuación:

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = 0{,}023\,\mathrm{Re}^{0,8}\,\mathrm{Pr}^{n}$$

con n=0,4 para calentamiento y 0,3 para enfriamiento del fluido, y evaluando las propiedades del fluido con la temperatura media del fluido entre la entrada y la salida del tubo: T_{mf}. Válido si $2500 < \mathrm{Re}_D < 1{,}24\ 10^5$; $0{,}7 < \mathrm{Pr} < 120$; **L/D > 60**.

Cuando la diferencia de temperaturas es grande y Re>10000 y 0,7<Pr<160 y L/D>60:

$$Nu_D = \frac{hD}{k} = 0{,}023\,\mathrm{Re}^{0,8}\,\mathrm{Pr}^{\frac{1}{3}}\left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{0,14}$$

evaluando las propiedades del fluido con la temperatura media del fluido entre la entrada y la salida del tubo: T_{mf}, excepto μ_s, que se evalúa con T_s.

Para tubos en los que L/D<60 podemos usar una correlación válida para **10<L/D<400**:

$$Nu_D = 0{,}036\ \ \mathrm{Re}_D^{0,8}\ \ \mathrm{Pr}^{1/3}\ \left(\frac{D}{L}\right)^{0,055}$$

Para metales líquidos tenemos para flujo de calor constante en la pared:

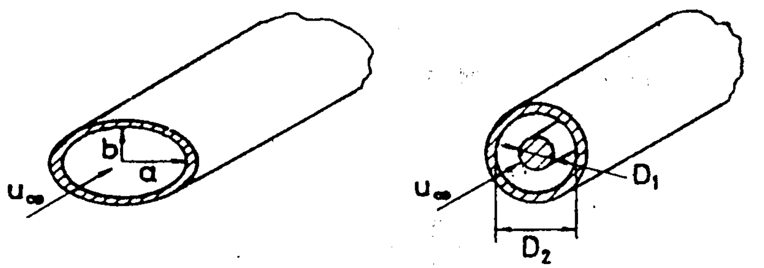
$$\mathrm{Nu_D} = 6{,}3 + 0{,}0167\ \mathrm{Re_D^{0,85}}\ .\ \mathrm{Pr}^{0,93} \qquad 0{,}004 < \mathrm{Pr} < 0{,}1 \quad ; \quad 10^4 < \mathrm{Re_D} < 10^6$$

Las propiedades se evalúan a T_{mf}

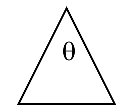
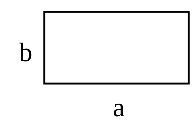
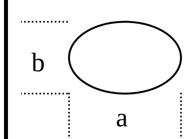
Transferencia de calor en tuberías no circulares

Para régimen laminar se deben usar las correlaciones previas utilizando en vez de D el diámetro hidráulico. Se obtienen así los valores de la tabla siguiente.

Cálculo de D_h. Por ejemplo:



$$D_h = 4\,\frac{\pi\left(D_1^2 - D_0^2\right)/4}{\pi\left(D_1 + D_0\right)} = D_1 - D_0$$

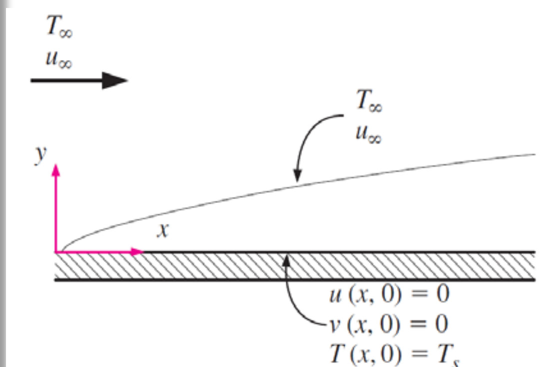
Sección del conducto		Nu_{Dh}	
		T_s = cte.	q'' = cte.
Triangular	$\underline{\theta}$		
	10º	1,61	2,45
	30º	2,26	2,91
	60º	2,47	3,11
	90º	2,34	2,98
	120º	2,00	2,68
Rectangular	<u>a/b</u>		
	1	2,98	3,61
	2	3,39	4,12
	3	3,96	4,79
	4	4,44	5,33
	6	5,14	6,05
	8	5,60	6,49
	∞	7,54	8,24
Elipse	<u>a/b</u>		
	1	3,66	4,36
	2	3,74	4,56
	4	3,79	4,88
	8	3,72	5,09
	16	3,65	5,18

En régimen turbulento también son válidas las ecuaciones anteriores utilizando Diámetro hidráulico en vez de D

Convección Forzada en Flujo externo

Transmisión de calor en una placa plana

Las propiedades del fluido se deben evaluar en este caso con $T_{mf}=(Ts+Tf)/2$ siendo la temperatura del fluido $T_f=T_\infty$. Las correlaciones aparecen con Nu_x que conduce a un coeficiente local h_x a una distancia x del borde de ataque, y el Nu_L que lleva a un coeficiente de transmisión medio para toda la longitud de la placa:



$$Nu_x = C\ Re_x^m\ Pr^n$$

$$Nu_L = A\ Re_L^m\ Pr^n$$

En régimen laminar:

$$Re < 5 10^5 \begin{cases} Pr \to 0 & C = 0{,}564 \quad m = 0{,}5 \quad n = 0.5 \quad A = 1{,}128 \\ 0{,}6 < Pr < 10 & C = 0{,}332 \quad m = 0.5 \quad n = 1/3 \quad A = 0{,}664 \\ Pr \to \infty & C = 0{,}339 \quad m = 0{,}5 \quad n = 1/3 \quad A = 0{,}678 \end{cases}$$

En régimen turbulento para $5\ 10^5 < Re_x < 10^7$ y $Pr \geq 0{,}5$,

$$Nu_x = \frac{h\ x}{k} = 0{,}0296\ Re_x^{0,8}\ Pr^{1/3}$$

Cuando el fluido es laminar en una primera zona de la placa situada a una distancia comprendida entre $0 < x < x_c$ y turbulento en la zona restante $x_c < x < L$. *h* medio para toda la placa $0 < x < L$ puede determinarse promediando los coeficientes locales correspondientes a las regiones de flujo laminar y turbulento y se obtiene:

$$Nu_L = \left(0{,}037\ Re_L^{0,8} - 871\right)\ Pr^{1/3}$$

para $0{,}6 < Pr < 60$ y $5 . 10^5 < Re_L < 10^8$

Transmisión de calor a través de cilindros en flujo perpendicular

En este caso el flujo impacta perpendicular al eje del cilindro.
Para $10^2 < Re_D < 10^7$ y $Re_D \cdot Pr > 0,2$ se usa:

$$Nu_D = 0,3 + \frac{0,62 Re_D^{1/2} Pr^{1/3}}{\left[1+(0,4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1+\left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{5/8}\right]^{4/5}$$

En el rango $2 \cdot 10^4 < Re_D < 4 \cdot 10^5$ se usa:

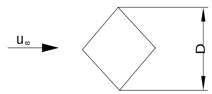
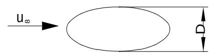
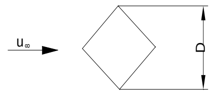
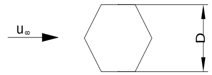
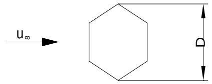
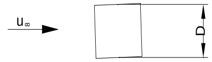
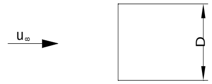
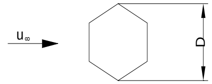
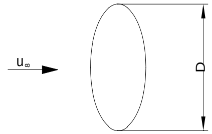
$$Nu_D = 0,3 + \frac{0,62\, Re_D^{1/2}\, Pr^{1/3}}{\left[1+(0,4/Pr)^{2/3}\right]^{1/4}} \left[1+\left(\frac{Re_D}{282000}\right)^{1/2}\right]$$

siempre evaluando las propiedades en $T_{mf}=(T_s+T_f)/2$

Para cilindros no circulares se usa,

$$Nu_D = C\, Re_D^m$$

Siendo D el de la tabla:

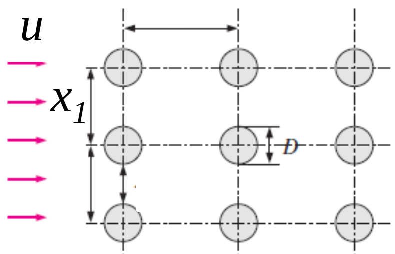
Direcci¢n de flujo y geometria de la secci¢n	ReD	m	C
	5.000-100.00	0.588	0.222
	2.500-15.000	0.612	0.224
	2.500-7.500	0.624	0.261
	5.000-100.000	0.638	0.138
	5.000-19.500	0.638	0.144
	5.000-100.000	0.675	0.092
	2.500-8.000	0.699	0.160
	4.000-15.000	0.731	0.205
	19.500-100.000	0.782	0.035
	3.000-15.000	0.804	0.085

Transmisión de calor a través de haces de tubos

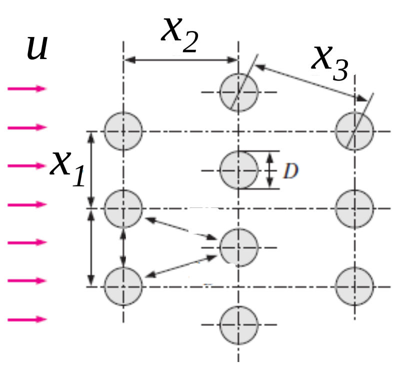
Cuando hay muchos tubos juntos, el flujo a través de ellos es muy turbulento por los recorridos en zig-zag que debe hacer el fluido. Por tanto la transferencia de energía y calor entre las moléculas aumenta. Por eso los bancos de tubos cilíndricos se utilizan mucho en los intercambiadores de calor y es muy importante conocer la transferencia de calor a través de ellos.

Las correlaciones de Nu aparecen en función de Re_D, y de parámetros geométricos de distancia y posición de los tubos (alineados ó tresbolillo):

$$Re_D = \frac{\rho U_{max} D}{\mu}$$



alineados



tresbolillo

Para alineados: $$U_{max} = u\frac{x_1}{x_1 - D}$$

Para tresbolillo: $$U_{max} = u\frac{x_1}{2(x_3 - D)}$$

con

Siendo u la velocidad del fluido a la entrada del haz de tubos

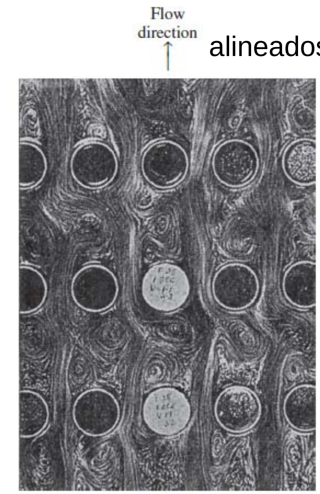
Cuando los tubos están alineados:

$$Nu_D = 0{,}9\, C_n\, Re_D^{0,4}\, Pr^{0,36}\left(\frac{Pr}{Pr_S}\right)^{0,25} \qquad 1 < Re_D < 10^2$$

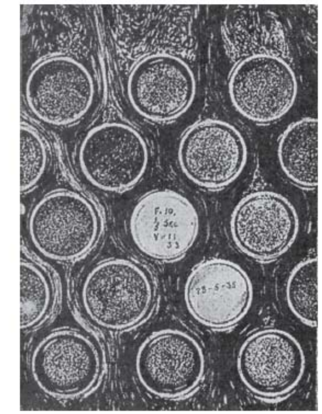
$$Nu_D = 0{,}52\, C_n\, Re_D^{0,5}\, Pr^{0,36}\left(\frac{Pr}{Pr_S}\right)^{0,25} \qquad 10^2 < Re_D < 10^3$$

$$Nu_D = 0{,}27\, C_n\, Re_D^{0,63}\, Pr^{0,36}\left(\frac{Pr}{Pr_S}\right)^{0,25} \qquad 10^3 < Re_D < 2.10^5$$

$$Nu_D = 0{,}033\, C_n\, Re_D^{0,8}\, Pr^{0,4}\left(\frac{Pr}{Pr_S}\right)^{0,25} \qquad 2.10^5 < Re_D < 2.10^6$$



alineados


tresbolillo

Transmisión de calor a través de haces de tubos

Cuando los tubos están tresbolillo:

$$Nu_D = 1{,}04\, C_n\, Re_D^{0,4}\, Pr^{0,36} \left(\frac{Pr}{Pr_S}\right)^{0,25} \qquad 1 < Re_D < 500$$

$$Nu_D = 0{,}71\, C_n\, Re_D^{0,5}\, Pr^{0,36} \left(\frac{Pr}{Pr_S}\right)^{0,25} \qquad 500 < Re_D < 10^3$$

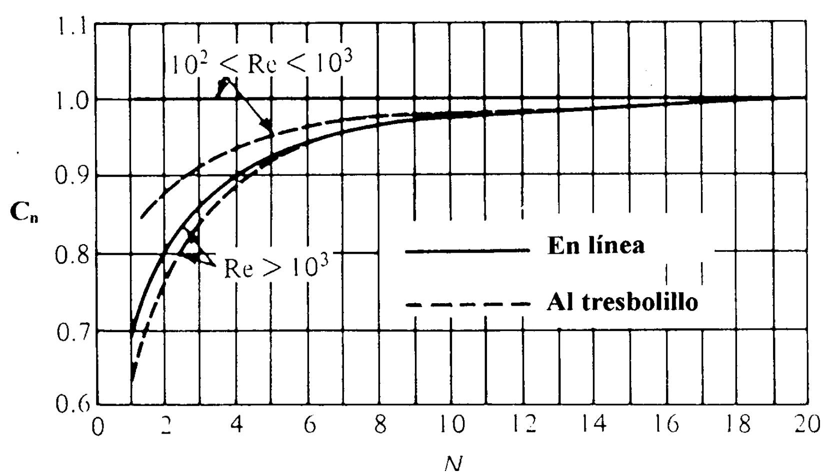
$$Nu_D = 0{,}35\, C_n\, Re_D^{0,6}\, Pr^{0,36} \left(\frac{Pr}{Pr_S}\right)^{0,25} \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{0,2} \qquad 10^3 < Re_D < 2 \cdot 10^5$$

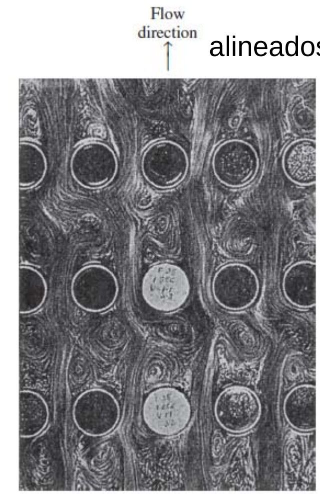
$$Nu_D = 0{,}031\, C_n\, Re_D^{0,8}\, Pr^{0,4} \left(\frac{Pr}{Pr_S}\right)^{0,25} \left(\frac{x_1}{x_2}\right)^{0,2} \qquad 2 \cdot 10^5 < Re_D < 2 \cdot 10^6$$

Para líquidos todas las propiedades se evalúan a la temperatura media de mezcla $T_{mf}=(T_{fe}+T_{fs})/2$, excepto Pr_S que se determina a la temperatura superficial de los tubos.

Para gases las propiedades se evalúan a la temperatura media de película, $T_{mf}=(T_s+T_f)/2$, pudiéndose omitir en este caso el término correctivo $(Pr/Pr_S)^{0,2}$

El valor de la constante C_n depende del número de columnas del haz, cuando $N \geq 20$ adquiere el valor unidad, cuando $N < 20$ su valor puede obtenerse a través de la figura siguiente:



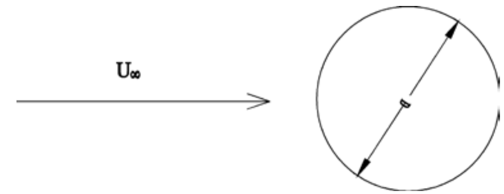


alineados


tresbolillo

Transmisión de calor a través de una esfera

Se usa la fórmula de Whitaker:



$$\mathrm{Nu}_D = 2 + \left(0{,}4\,\mathrm{Re}_D^{0{,}5} + 0{,}06\,\mathrm{Re}_D^{2/3}\right)\,\mathrm{Pr}^{0{,}4}\left(\frac{\mu_\infty}{\mu_s}\right)^{0{,}25}$$

Válida sólo en el rango de Re_D y Pr siguiente:

$$3.5 \leq \mathrm{Re} \leq 80{,}000 \text{ and } 0.7 \leq \mathrm{Pr} \leq 380.$$

En dicha ecuación para líquidos todas las propiedades físicas se evalúan a la temperatura de la corriente libre del fluido, T_∞ , excepto μ_s que se evalúa a la temperatura de la superficie de la esfera, mientras que para gases se evalúan a la temperatura media de película T_{mf}=(Ts+Tf)/2 y la corrección de la viscosidad puede considerarse despreciable

Convección Libre

Transmisión de calor por convección Libre o Natural

La convección libre tiene lugar cuando el movimiento del fluido, que transporta el calor, se produce debido a la diferencia entre densidades de las partículas calientes y frías, sin que exista acción alguna exterior que origine desplazamientos dentro del fluido. Esto es, los puntos alejados de la superficie sólida y los que están en contacto con ella son de velocidad nula, el fluido se calentará si el sólido se encuentra a mayor temperatura, con lo que el fluido al calentarse se hará mas ligero y ascenderá. Por el contrario, si el sólido se encuentra a una temperatura inferior a la del fluido, las partículas de éste que entren en contacto con aquel, se enfriarán y descenderán.

La variación de la densidad con la temperatura se puede representar por medio del coeficiente de dilatación térmica:

$$\beta = -\frac{1}{\rho}\left(\frac{\partial \rho}{\partial \mathrm{T}}\right)_{\mathrm{P}}$$

y la fuerza de empuje ascensional que aparece es:

$$Fv = -\rho\ g\ \beta\left(T_f - T\right)$$

En general las propiedades se evalúan en $T_{mf}=(T_s+T_f)/2$ con la excepción de β que se calcula para gases a la temperatura del fluido no perturbado T_f como $\beta=1/T_f$ (en grados absolutos) y para líquidos a partir de tablas entrando con T_{mf}

Caso: Convección libre a través de superficies vertical isoterma (placa o cilindro):

$$Nu_L = C\left(Gr\ \Pr\right)^m$$

Tipo de flujo	Rango de (Gr_L Pr)	C	m
Laminar	10^4 a 10^9	0,59	1/4
Turbulento	10^9 a 10^{13}	0,10	1/3

También es válida en el intervalo $10^{-1} < Gr_L \cdot Pr < 10^{12}$:

$$Nu_L = \left\{0{,}825 + \frac{0{,}387\left(Gr_L\,.\Pr\right)^{1/6}}{\left[1+\left(0{,}492/\Pr\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$$

En el caso de cilindros verticales la longitud característica que interviene en los números adimensionales es la altura del cilindro

Convección libre sobre placas horizontales

Para el **caso de temperatura de la superficie constante** tenemos:

$$Nu_L = C\left(Gr_L\ \Pr\right)^n$$

Ecuación	Cara caliente hacia arriba ó cara fría hacia abajo	Cara caliente hacia abajo ó cara fría hacia arriba
$Nu_L = C\left(Gr_L\ \Pr\right)^n$	$10^5 < Gr_L \Pr < 2.10^7$ $C = 0.54 \ ; \ n = 1/4$	$3.10^5 < Gr_L \Pr < 3.10^{10}$ $C = 0{,}27 \ ; \ n = 1/4$
	$2.10^7 < Gr_L \Pr < 3.10^{10}$ $C = 0{,}15 \ ; \ n = 1/3$	

La longitud característica de la placa, L, es la longitud de un lado para una placa cuadrada, la media aritmética de las dos dimensiones para una placa rectangular y 0,9 D para un disco circular de diámetro D.

Los términos caliente y frío se emplean para especificar el estado térmico de la cara de la placa que se indique respecto del fluido que la rodea, es decir, las correlaciones son distintas según que el calor fluya hacia arriba o hacia abajo de la placa horizontal

Para el **caso de flujo de calor uniforme q''=cte** tenemos:

Ecuación	Cara caliente hacia arriba ó cara fría hacia abajo	Cara caliente hacia abajo ó cara fría hacia arriba
$Nu_L = C\left(Gr_L\ \Pr\right)^n$	$Gr_L \Pr < 2.10^8$ $C = 0{,}13 \ ; \ n = 1/3$	$10^6 < Gr_L \Pr < 10^{11}$ $C = 0{,}58 \ ; \ n = 1/5$
	$5.10^8 < Gr_L \Pr < 3.10^{11}$ $C = 0{,}16 \ ; \ n = 1/3$	

Convección libre sobre cilindros horizontales

Para el caso de temperatura de la superficie constante tenemos:

$$Nu_D = C\left(Gr_D\ \mathrm{Pr}\right)^m$$

Rango de (Gr_D Pr)	C	m
10^{-10} a 10^{-2}	0,675	0.058
10^{-2} a 10^{2}	1,02	0,148
10^{2} a 10^{4}	0,850	0,188
10^{4} a 10^{7}	0,480	0,250
10^{7} a 10^{12}	0,125	0,333

O bien, para un amplio rango del producto Gr_D . Pr, comprendido entre 10^{-5} y 10^{12}, puede utilizarse la expresión

$$Nu_D = \left\{0{,}6 + \frac{0{,}387\left(Gr_D\,.\,\mathrm{Pr}\right)^{1/6}}{\left[1+\left(0{,}559\,/\,\mathrm{Pr}\right)^{9/16}\right]^{8/27}}\right\}^2$$

Caso de flujo de calor uniforme q''=cte en placa vertical

Si la superficie sólida vertical se calienta mediante la existencia de un flujo uniforme de calor q´´ = q/A, la temperatura de la superficie varía con la distancia, x, al borde inferior y el problema de transmisión de calor consiste en determinar la distribución de temperaturas en la superficie T_s

Las fórmulas de trabajo en este caso suelen expresarse en función del número de Nusselt local, Nu_x, del número de Grashof Gr^*_x :

$$Nu_x = \frac{h_x\ x}{k} = \frac{q''\ x}{(T_s - T_f)\,k} \quad ; \quad Gr_x^* = \frac{g\,\beta\,q''\,x^4}{\nu^2\ k} \quad ; \quad Pr = \frac{\nu}{\alpha}$$

Se usa:

$$Nu_x = C\left(Gr_x^*\ Pr\right)^m$$

régimen laminar	$10^5 < Gr_x^* Pr < 10^{11}$	$C = 0{,}60$	$m = 1/5$
régimen turbulento	$2\,.\,10^{13} < Gr_x^* Pr < 10^{16}$	$C = 0{,}568$	$m = 0{,}22$

Al desconocerse la temperatura de la superficie sólida, la evaluación de las propiedades debe comenzar a realizarse a una temperatura media de película, para posteriormente mediante un proceso de cálculo iterativo comprobar la validez del valor supuesto. En general suele emplearse para ello $T_s = T_s(L/2)$, es decir, la temperatura de la superficie T_s evaluada en x=L/2

Convección libre sobre una esfera

Se usa:

$$\mathrm{Nu}_D = 2 + \frac{0{,}589 \, . \left(\mathrm{Gr}_D \, . \, \mathrm{Pr}\right)^{1/4}}{\left[1 + \left(0{,}469 \, / \, \mathrm{Pr}\right)^{9/16}\right]^{4/9}}$$

válida para $\mathrm{Pr} \geq 0{,}7$ y $(\mathrm{Gr}_D \, . \, \mathrm{Pr}) < 10^{11}$

Convección libre en espacios cerrados horizontales y verticales

Es importante en sistemas de conservación o mantenimiento de la energía como sucede en las ventanas de doble cristal. La correlación de datos experimentales, en este tipo de procesos, suele realizarse en función del denominado número de Rayleigh, definido por :

$$Ra_b = Gr_b\ Pr = \frac{g\ \beta\ \Delta t\ b^3}{\nu\ \alpha}$$

La longitud característica que interviene en los números adimensionales es la distancia de separación entre las dos superficies “b” que forman el recinto, y las propiedades del fluido contenido en el recinto se evalúan para el valor medio de las dos temperaturas de las superficies $T_{mf} = \frac{T_{S1} + T_{S2}}{2}$ y el calor transmitido es:

$$q = h\ A\ \left(T_{S1} - T_{S2}\right)$$

Caso de convección libre entre dos placas horizontales (la inferior más caliente que la superior):

Gases		Líquidos	
Correlación	Condiciones	Correlación	Condiciones
$Nu_b = 0{,}059\ Ra_b^{0,4}$	$1{,}7 \cdot 10^3 < Ra_b < 7 \cdot 10^3$ $0{,}5 < Pr < 2$	$Nu_b = 0{,}012\ Ra_b^{0,6}$	$1{,}7 \cdot 10^3 < Ra_b < 6 \cdot 10^3$ $1 < Pr < 5000$
$Nu_b = 0{,}212\ Ra_b^{1/4}$	$7 \cdot 10^3 < Ra_b < 3{,}2 \cdot 10^5$ $0{,}5 < Pr < 2$	$Nu_b = 0{,}375\ Ra_b^{0,2}$	$6 \cdot 10^3 < Ra_b < 3{,}7 \cdot 10^4$ $1 < Pr < 5000$
$Nu_b = 0{,}061\ Ra_b^{1/3}$	$3{,}2 \cdot 10^5 < Gr_b$ $0{,}5 < Pr < 2$	$Nu_b = 0{,}13\ Ra_b^{0,3}$	$3{,}7 \cdot 10^4 < Ra_b < 10^8$ $1 < Pr < 20$
		$Nu_b = 0{,}057\ Ra_b^{1/3}$	$Ra_b > 10^8$ $1 < Pr < 20$

Convección libre en espacios cerrados horizontales y verticales

Caso de convección libre entre dos placas verticales (de altura L):

Gases	
Correlación	**Condiciones**
$Nu_b = 0{,}197 \; Ra_b^{0,25} \left(\frac{L}{b}\right)^{-1/9}$	$2\,.10^3 < Ra_b < 2\,.10^5$ $0{,}5 < Pr < 2$ $11 < \frac{L}{b} < 42$
$Nu_b = 0{,}073 \; Ra_b^{0,33} \left(\frac{L}{b}\right)^{-1/9}$	$2\,.10^5 < Ra_b < 10^7$ $0{,}5 < Pr < 2$ $11 < \frac{L}{b} < 42$

Líquidos	
Correlación	**Condiciones**
$Nu_b = 0{,}42 \; Pr^{0,012} \; Ra_b^{0,25} \left(\frac{L}{b}\right)^{-0,3}$	$10^4 < Ra_b < 10^7$ $1 < Pr < 2\,.10^4$ $10 < \frac{L}{b} < 40$
$Nu_b = 0{,}046 \; Ra_b^{1/3}$	$10^6 < Ra_b < 10^9$ $1 < Pr < 20$ $1 < \frac{L}{b} < 40$

Convección libre en espacios entre 2 objetos concéntricos

Caso de 2 cilindros concéntricos horizontales:

En este caso tenemos dos cilindros concéntricos, de diámetros (D, d) y longitud L. El espesor de la capa de fluido es:

$$b = \frac{D - d}{2}$$

El calor transmitido en la unidad de tiempo es:

$$q = \frac{2\,\pi\, k_{ef}\; L}{ln\left(D / d\right)}\;\left(t_i - t_e\right)$$

Con:

$$k_{ef} = 0{,}386\; k \left(\frac{Pr\;\; R^{*}_{a_b}}{0{,}861 + Pr}\right)^{1/4} \quad ; \quad 10^2 < R^{*}_{a_b} < 10^7 \qquad R^{*}_{a_b} = \frac{\left[ln\left(D / d\right)\right]^4}{b^3\left(d^{-3/5} + D^{-3/5}\right)^5}\; R_{a_b}$$

Caso de 2 esferas concéntricas:

En este caso tenemos dos esferas concéntricas, de diámetros (D, d) y longitud L. El espesor de la capa de fluido es:

$$b = \frac{D - d}{2}$$

El calor transmitido en la unidad de tiempo es:

$$q = \pi\, k_{ef}\; \frac{D\,d}{b}\;\left(t_i - t_e\right)$$

Con:

$$k_{ef} = 0{,}74\; k \left(\frac{Pr\;\; R^{*}_{a_b}}{0{,}861 + Pr}\right)^{1/4} \quad ; \quad 10^2 < R^{*}_{a_b} < 10^4 \qquad R^{*}_{a_b} = \frac{b\;\; R_{a_b}}{\left(D\,d\right)^4\left(d^{-7/5} + D^{-7/5}\right)^5}$$