

Lección 7: Demodulación y Detección Paso-Banda. Parte I

Gianluca Cornetta, Ph.D.

Dep. de Ingeniería de Sistemas de Información y Telecomunicación Universidad San Pablo-CEU

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

Contenido

- □¿Por qué Modular?
- ☐ Técnicas Digitales de Modulación Paso-Banda
- ☐ Detección de Señales en Ruido Gaussiano Blanco
- ☐ Detección Coherente
- ☐ Detección No Coherente

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

¿Por qué Modular?

☐ Una modulación es el proceso a través del cual un símbolo digital es transformado en una forma de onda compatible con las características del canal ☐ En el caso de modulaciones en banda base la forma de onda es una serie de pulsos filtrados por un filtro de forma ☐ En el caso de modulaciones paso-banda los pulsos transformados por el filtro de forma modulan una portadora sinusoidal a las radiofrecuencias Una modulación paso-banda tiene una serie de ventajas: ☐ Reducción del tamaño de la antena al aumentar de la frecuencia de transmisión (el tamaño típico de una antena en sistemas radio $\overline{\lambda/4}$ es donde $\lambda = c/f$ y $c = 3 \times 10^8$ ms⁻¹ es la velocidad de la luz) Posibilidad de realizar más transmisiones simultáneamente en el mismo canal utilizando multiplexado de frecuencias (Frequency Division Multiplexing -FDM) Posibilidad de minimizar los efectos de las interferencias utilizando CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70 Cartagena99 ILINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS LL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartartart/1916/07/01 3e hace respontable 12 no impiritor pet transfer production of the servicios de la Sociedad de la Información y de Comerció Electronico, de 11 de julio de 2002 i la información y de Comerció Electronico, de 11 de julio de 2002 i la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

3 3

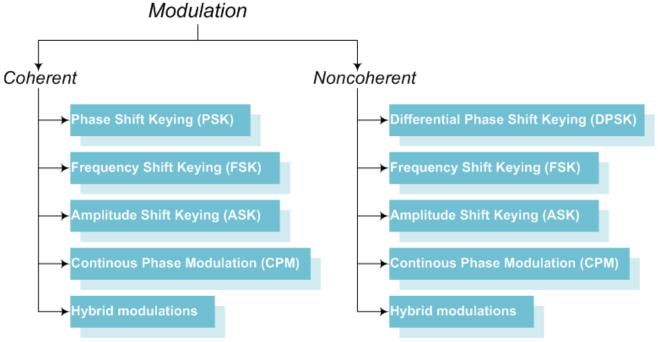
- ☐ Una modulación paso-banda (analógica o digital) convierte la información en una sinusoide
- \blacksquare En el dominio digital una sinusoide de duración Trepresenta un símbolo
- Una sinusoide es caracterizada por tres parámetros: amplitud, frecuencia y fase
- Una modulación digital es el proceso mediante el cual la información es codificada modulando una sinusoide en amplitud, fase, frecuencia o una combinación de las anteriores:

$$s(t) = A(t)\cos[\omega_0 t + \phi(t)]$$

Donde ω_0 representa la frecuencia angular y $\phi(t)$ la fase clases particulares, tutorías técnicas online la fina de novia what sapp: 689 45 44 70







- Existen dos técnicas para detectar una señal transmitida:
 - Demodulación coherente:
 - ☐ Utiliza la fase de la portadora en el proceso de detección
 - ☐ El receptor utiliza unas réplicas de todos los posibles símbolos para reconocer la señal recibida
 - ☐ El proceso de detección consiste en correlar la señal recibida con los símbolos esperados

Cartagena99

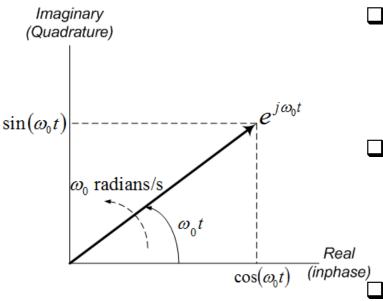
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS

a la probabilitata de error en recepcior

www.cartada/494/04013 se hace respon@bla/0132 nGiraron contenior met basence pour minario nues Digitales Atticulo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico, de 11 de julio de 2002 si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.





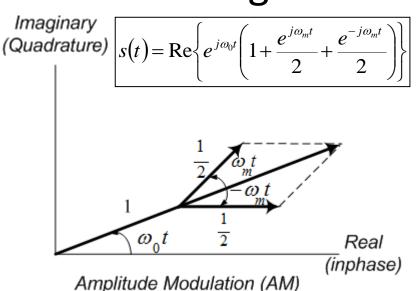
Formas de onda sinusoidales pueden representarse de forma eficientes en el dominio complejo utilizando fasores:

$$e^{j\omega_0 t} = \cos(\omega_0 t) + j\sin(\omega_0 t)$$

- Se trata de una representación más compacta de una portadora que contiene dos componentes ortogonales:
 - \Box Una componente en fase (la parte real): $\cos(\omega_0 t)$
 - Una componente en cuadratura (la parte imaginaria): $\sin(\omega_0 t)$
 - La notación fasorial permite representar una portadora no modulada como un vector rotante de módulo unitario y fase
- Una modulación de la portadora puede representarse como una perturbación del fasor rotante

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



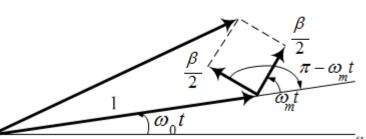
El fasor $e^{j\omega_0 t}$ es perturbado por dos fasores que se encuentran en dos bandas laterales a una frecuencia $\omega_m << \omega_0$; por tanto la frecuencia del fasor principal no cambiará mientras que su módulo irá cambiando en el tiempo aumentando y disminuyendo

En una modulación NFM, el fasor de la banda lateral que se mueve en sentido horario es rotado de 180° respecto al caso de una modulación AM y tiene un módulo que depende del índice de modulación β . Esta configuración hará que el fasor de la portador se moverá más o

Lartagena 99

Imaginary (Quadrature)

$$s(t) = \operatorname{Re} \left\{ e^{j\omega_0 t} \left(1 - \frac{\beta}{2} e^{-j\omega_m t} + \frac{\beta}{2} e^{j\omega_m t} \right) \right\}$$



__Real (innhase)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- -NI INE PRIVATE I E

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartap4r/1946/1013 e hace respon@blacklanGirapion.cattaica en et basene impumentari ornési Digitales Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comerció Electronico, de 11 de julio de 2002 Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.



$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \left(\omega_0 t + \frac{2\pi i}{M} \right)$$

$$i = 1, 2, ...M$$

$$0 \le t \le T$$

FSK

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}}\cos(\omega_i t + \phi)$$

$$i = 1, 2, ...M$$

$$0 \le t \le T$$

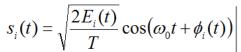
ASK

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E_i(t)}{T}}\cos(\omega_0 t + \phi)$$

i = 1, 2, ...M

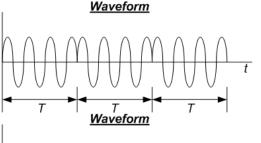
$$0 \le t \le T$$

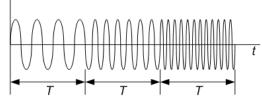
APK

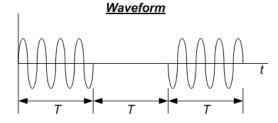


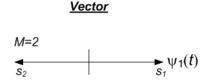


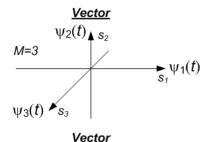






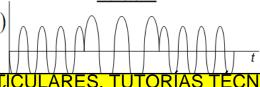


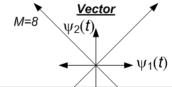












CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- $f \Box$ En las distintas modulaciones aparece un término $\sqrt{2E/T}$ que representa la amplitud, donde E representa la energía de un símbolo y T su duración
- ☐ Esta expresión se deriva a partir de la definición:

$$s(t) = A \cos \omega t$$

- \square Donde A es el valor de pico de la forma de onda.
- \Box Es sabido que el valor de pico es ligado al valor eficaz A_{rms} por la siguiente relación:

$$A = \sqrt{2}A_{rms}$$

Por consiguiente se obtiene:

$$s(t) = \sqrt{2}A_{rms}\cos\omega t = \sqrt{2}A_{rms}^{2}\cos\omega t$$

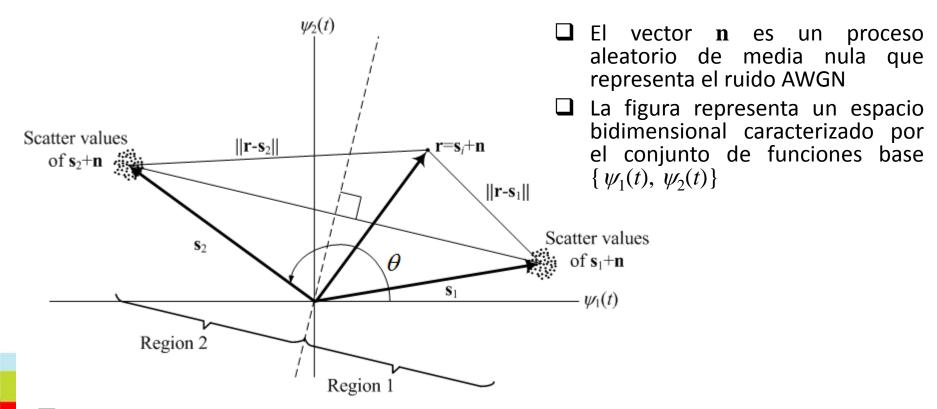
 \square El valor eficaz al cuadrado representa la potencia media P normalizada respecto a una resistencia de $1~\Omega$, por tanto se puede escribir:

$$s(t) = \sqrt{2P}\cos\omega t$$

 \square Sustituyendo los P vatios por los E Julios/T segundos se obtiene:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



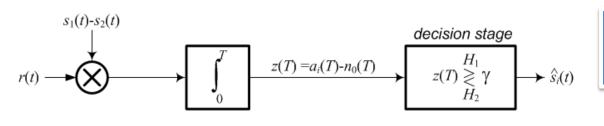
 $oldsymbol{\square}$ El proceso de detección se diseña para minimizar la probabilidad de error P_E

La bisectriz del ángulo formado por \mathbf{s}_1 y \mathbf{s}_2 divide el espacio en dos regiones

de decisión

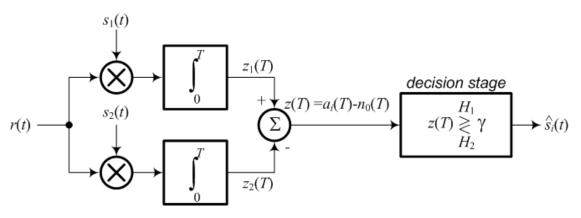
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



Correlator único que utiliza como señal de referencia la diferencia entre las señales esperadas $s_1(t)$ - $s_2(t)$

Dos correlatores, uno por cada una de las señales esperadas $s_1(t)$ y $s_2(t)$



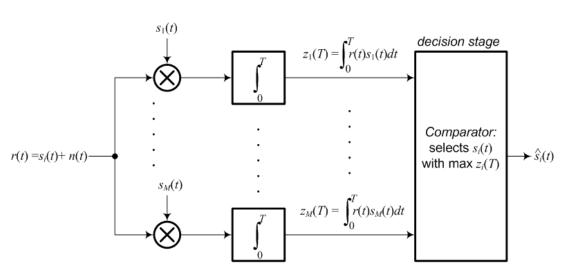
 \square La operación de detección consiste en correlar la señal recibida con un conjunto de M señales esperadas $\{s_i(t)\}$ (con $i=1,\ldots,M$) o con una base de funciones ortonormales $\{\psi_i(t)\}$ (con $j=1,\ldots,N$ y $N \leq M$)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

w<mark>ww</mark>.cart**al 4 / 494 / 67 (n) 3**e hace respon@bl**? (l) 12 n Gripp on logitales** A<mark>rtí</mark>culo 17.1 de la Ley de Sérvicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electronico, de 11 de Julio de 2002 Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.



Receptor de símbolos M-arios que realiza la correlación con las señales de referencia $\{s_i(t)\}$

decision stage

Receptor de símbolos M-arios que realiza la correlación con unas funciones base ortonormales $\{\psi_i(t)\}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 $\psi_1(t)$

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

☐ En el caso de detector de máxima verosimilitud binario resulta:

$$s_{1}(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_{0}t + \phi) \qquad 0 \le t \le T$$

$$s_{2}(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_{0}t + \phi + \pi) = -\sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_{0}t + \phi) \quad 0 \le t \le T$$

- lacktriangle Donde ϕ es una constante arbitraria, E representa la energía de un símbolo y T su duración
- \square Asimismo n(t)es un proceso Gaussiano blanco con media nula
- \Box En el caso de señales antipodales sólo es necesaria una función base (se asume ϕ =0):

$$\psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_0 t \quad 0 \le t \le T$$

 \square Las señales transmitidas $s_i(t)$ pueden expresarse en función de $\psi_1(t)$ y de unos coeficientes $a_{i1}(t)$:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTÓRÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 \square Si asumimos que viene transmitido $s_1(t)$:

$$\mathbf{E}\left\{z_{1} \mid s_{1}\right\} = \mathbf{E}\left\{\int_{0}^{T} \sqrt{E}\psi_{1}^{2}(t) + n(t)\psi_{1}(t)dt\right\} = \mathbf{E}\left\{\int_{0}^{T} \frac{2}{T}\sqrt{E}\cos^{2}\omega_{0}t + n(t)\cos\omega_{0}t dt\right\} = \sqrt{E}$$

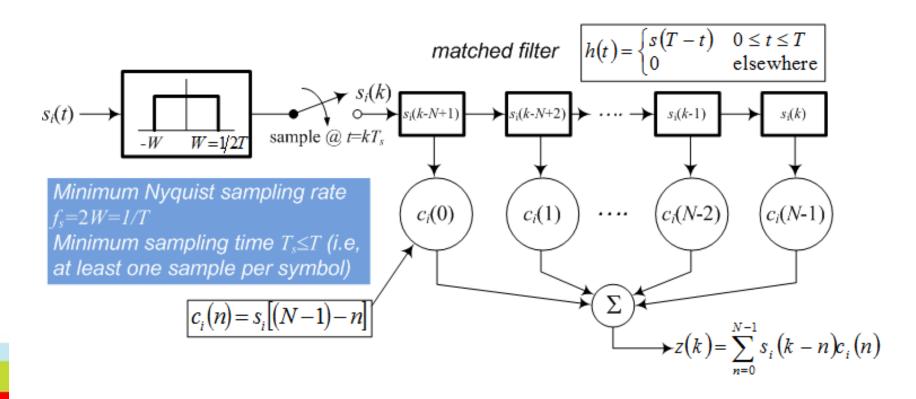
$$\mathbf{E}\left\{z_{2} \mid s_{1}\right\} = \mathbf{E}\left\{\int_{0}^{T} -\sqrt{E}\psi_{1}^{2}(t) + n(t)\psi_{1}(t)dt\right\} = \mathbf{E}\left\{\int_{0}^{T} -\frac{2}{T}\sqrt{E}\cos^{2}\omega_{0}t + n(t)\cos\omega_{0}t dt\right\} = -\sqrt{E}$$

- \square ya que $\mathbf{E}\{n(t)\}=0$
- \Box La elección $\psi_1(t) = \sqrt{2E/T} \cos \omega_0 t$ normaliza $\mathbf{E}\{z_i(T)\}$ a $\pm \sqrt{E}$
- \square Las señales prototipo $\{s_i(t)\}$ son idénticas a las señales de referencia $\{\psi_j(t)\}$ a menos de un factor de normalización
- \square La etapa de decisión escoge la señal con el máximo valor de $z_i(T)$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70





La detección se puede realizar también con una batería de filtros adaptados cuya respuesta al impulso h(t) es igual a la señal esperada reflejada y retardada del tiempo de símbolo T, es

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70





 \square Recordando que el ruido tiene media nula (es decir, $\mathbf{E}\{n(t)\}=0$), el valor esperado de una muestra recibida es:

$$\mathbf{E}\{r(k)\} = s_i(k)$$

 \square Si $s_i(t)$ es transmitido, la salida esperada del filtro adaptado es:

$$\mathbf{E}\{z_{i}(k)\} = \mathbf{E}\left\{\sum_{n=0}^{N-1} r(k-n)c_{i}(n)\right\} = \sum_{n=0}^{N-1} s_{i}(k-n)c_{i}(n)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

En el caso de señales MPSK (*Multiple Phase-Shift Keying*) como por ejemplo una señal QPSK (es decir, con M=4), la señal transmitida $s_i(t)$ puede expresarse como:

$$s_i(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos \left(\omega_0 t - \frac{2\pi i}{M} \right)$$

$$0 \le t \le T$$

$$i = 1,...,M$$

☐ En un espacio de señales ortonormales es posible definir dos componentes ortogonales:

$$\psi_1 = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_0 t$$
 $\psi_2 = \sqrt{\frac{2}{T}} \sin \omega_0 t$

☐ Tales que:

$$s_i(t) = a_{i1}\psi_1 + a_{i2}\psi_2 = \sqrt{E}\cos\left(\frac{2\pi i}{M}\right)\psi_1 + \sqrt{E}\sin\left(\frac{2\pi i}{M}\right)\psi_2$$

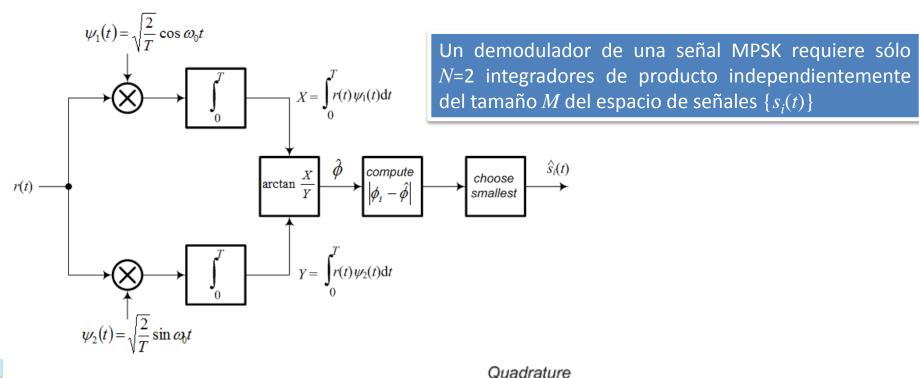
$$0 \le t \le T$$

$$i = 1,...,M$$

☐ Por tanto una señal arbitraria puede expresarse como una combinación lineal

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



X es la componente en fase de la señal recibida r(t), Y la componente en cuadratura de la señal recibida y $\hat{\phi}$ es una estimación afectada por ruido

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

w<mark>ww</mark>.cart**al 4 / 494 / 67 (n) 3**e hace respon@bl**? (l) 12 n Gripp on logitales** A<mark>rtí</mark>culo 17.1 de la Ley de Sérvicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electronico, de 11 de Julio de 2002 Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

 \square En el caso de señales FSK (*Frequency Shift Keying*) la información es contenida en la frecuencia de portadora; la señal transmitida $s_i(t)$ puede expresarse como:

$$s_{i}(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_{i}t + \phi)$$

$$0 \le t \le T$$

$$i = 1,..., M$$

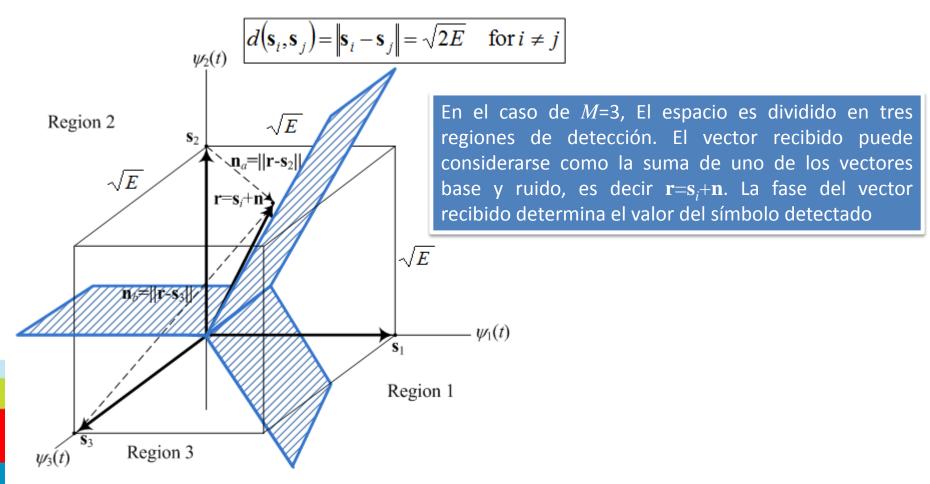
- \Box La diferencia entre frecuencias adyacentes $(\omega_{i+1}-\omega_i)$ es un múltiplo entero de π/T , donde T es el tiempo de símbolo
- lacksquare Las funciones $\{\psi_i(t)\}$ forman una base ortonormal
- \square La amplitud $\sqrt{2/T}$ normaliza el valor de salida del filtro adaptado:

$$\psi_j(t) = \sqrt{\frac{2}{T}} \cos \omega_j t$$
 $j = 1,...,N$

 \Box Los coeficientes a_{ij} se calculan como:

Cartagena 99

 $\begin{array}{c|c} \hline & 2E \\ \hline & CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE \\ LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70 \\ \hline \end{array}$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

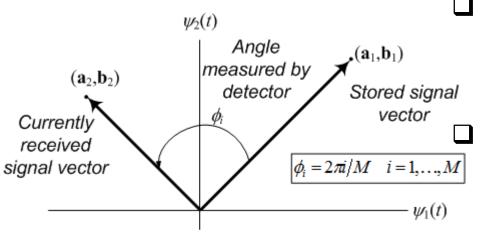
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.carten4/194/07/01 3e hace respon@ola 013/06/



En una modulación PSK diferencial (DPSK) el transmisor codifica los datos de forma diferencial por lo que un símbolo a transmitir depende de su valor y del valor del último símbolo transmitido La fase de la portadora del último símbolo recibido se utiliza como referencia para la demodulación del símbolo actual ☐ La codificación diferencial en transmisión es esencial para la detección ya que la información es transportada por la diferencia de fase entre dos símbolos consecutivos ☐ En general una modulación DPSK es menos eficiente de una PSK porque el error tiende a propagarse entre símbolos adyacentes ☐ En una modulación PSK una señal con ruido es comparada con una referencia "limpia" ☐ En una modulación DPSK dos señales con ruido son comparadas entre ellas por lo que se puede decir que a una señal DPSK es asociado el doble de ruido respecto a una PSK En primera aproximación se puede decir que la probabilidad de error para una CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99



La señal transmitida es:

$$s_{i}(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos(\omega_{0}t + \theta_{i}(t))$$

$$0 \le t \le T$$

$$i = 1,..., M$$

La señal recibida es:

$$r(t) = \sqrt{\frac{2E}{T}} \cos[\omega_0 t + \theta_i(t) + \alpha] + n(t)$$

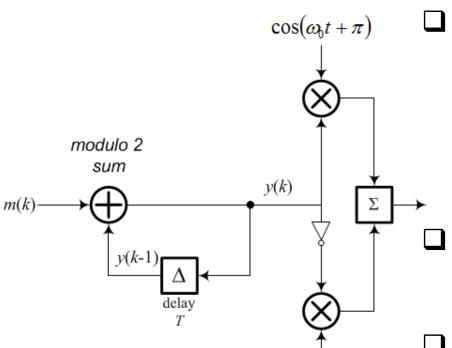
$$0 \le t \le T$$

$$i = 1, ..., M$$

- α es una variable aleatoria uniformemente distribuida entre 0 y 2π . No es posible utilizar filtros adaptados en recepción porque su salida sería una función de una variable aleatoria
- lacktriangle Pero, si se asume que lpha varia lentamente en el tiempo, la diferencia de fase entre dos símbolos consecutivos

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



 \square En un modulador DPSK el mensaje m(k), muestreado en los instantes discretos k, se codifica en formato diferencial mediante una suma módulo 2 (XOR):

$$y(k) = y(k-1) \oplus m(k)$$

☐ O, de forma equivalente:

$$y(k) = \overline{y(k-1) \oplus m(k)}$$

□ La secuencia binaria y(k) se utiliza para modular dos portadoras con un desfase $\theta(k)=\pi$ que representan un 0y un 1 respectivamente

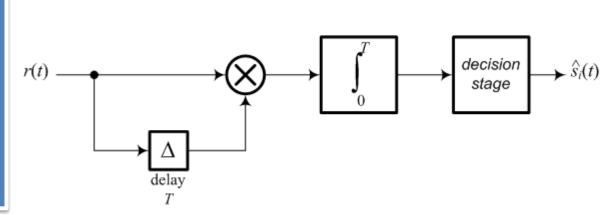
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

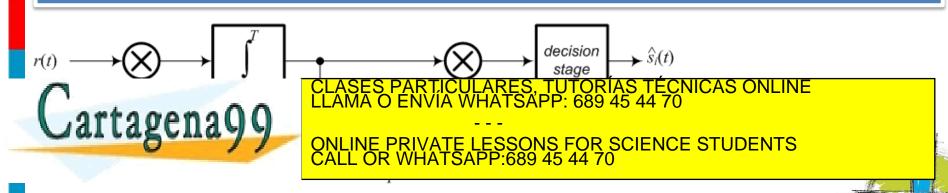
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

 $\cos(\omega_0 t)$

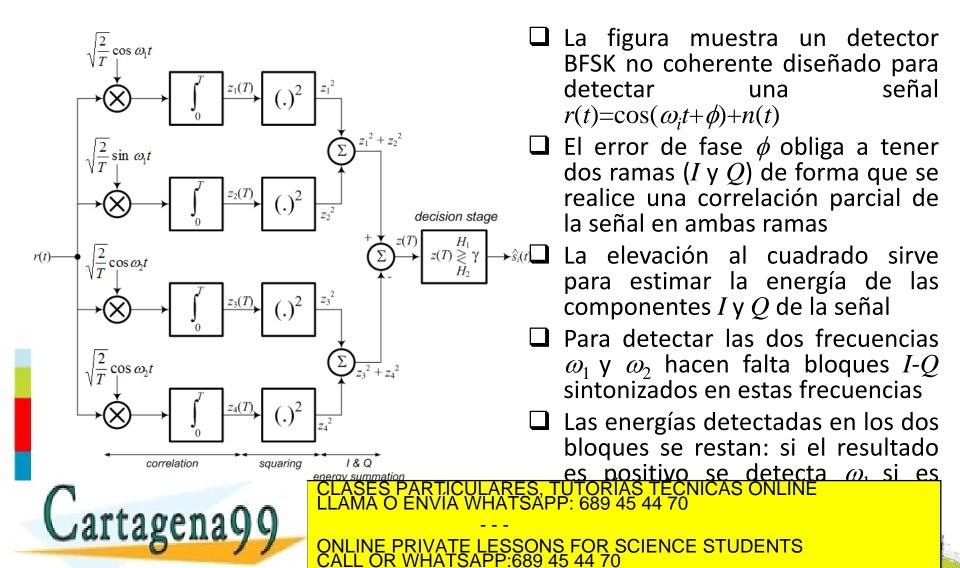
El detector subóptimo calcula la diferencia de fase entre dos bits consecutivos correlando la señal en entrada con la del símbolo anterior. Si las fases coinciden los dos bits detectados son iguales (ambos 0 ó ambos 1). Si las fases son distintas el bit detectado es el inverso del anterior



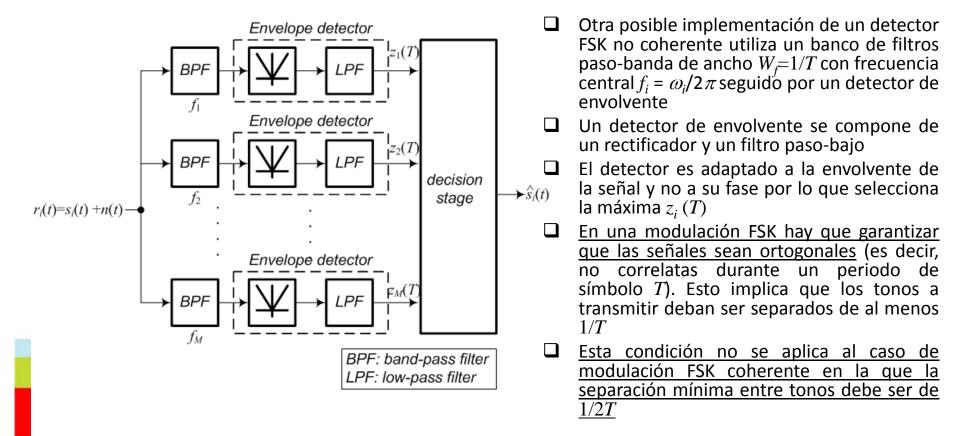
Un demodulador DPSK óptimo necesita una portadora de referencia con la misma frecuencia de la señal recibida pero no necesariamente con la misma fase. La portadora expresada en forma compleja denota una señal de entrada compleja (es decir, una señal con una componente en fase I y otra en cuadratura Q)



www.cart**ab4r/494/07/01 3**e hace respon@bl**2 0e1a2nGripapion, contenior enert pa**se**nte por umainta criome s**i **Digitales** Artículo 17.1 de la Ley de Sérvicios de la Sociedad de la Información y de Comerció Electrónico, de 11 de julio de 2002 Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.

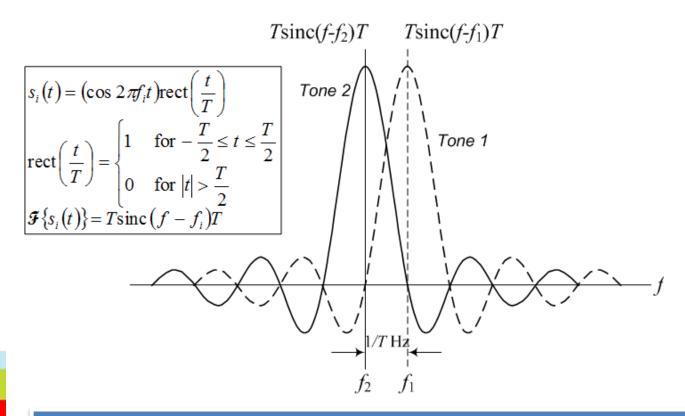


www.cart**ab4r/494/07/01 3**e hace respon@bl**2/01/2/nGrimpion contenior met be** se**tient principi on est Digitales** Artículo 17.1 de la Ley de Sérvicios de la Sociedad de la Información y de Comerció Electronico, de 11 de julio de 2002 Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70



La ortogonalidad entre las señales de un conjunto M-FSK es asegurada si cuando el tono recibido es muestreado, la muestras de todos los otros son nulas. Es decir, el pico del espectro de la señal recibida de la señal de

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cart**ab4//94/0/01 3**e hace respon@bl**2 @1a**In**Grimpión contenior met tras en empumeiro en está Digitales** A<mark>rtí</mark>culo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comerció Electronico, de 11 de Julio de 200*9* Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero háganoslo saber y será retirada.