

## Estructuras Algebraicas. Practicas no. 2

1) Demostrar que si  $A[x]$  es dominio de ideales principales entonces  $A$  es cuerpo.

2) Demostrar que  $\mathbb{Z}[\sqrt{2}]$ , y  $\mathbb{Z}[\sqrt{-2}]$  son dominios euclideos, y encontrar sus unidades.

3) Calcular el máximo común divisor en  $\mathbb{Z}[i]$  de  $17$  y  $10 + 11i$ .

4) Encontrar todos los posibles restos al dividir  $1 + 2i$  entre  $1 + i$ .

5) Demostrar que en  $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$  los elementos  $3$  y  $2 + \sqrt{-5}$  tienen máximo común divisor igual a  $1$ , pero el ideal  $I = (3, 2 + \sqrt{-5})$  no es el total. Concluir que  $I$  no es principal.

6) Sean  $m, n$  enteros mayores que  $1$ . Demostrar que el sistema de ecuaciones  $\{x \equiv 1 \pmod{m}, x \equiv 0 \pmod{n}\}$ , tiene solución en los enteros sí y solo sí  $m, n$  son primos entre sí.

7) Sean  $a$  y  $b$  números enteros cuyo máximo común divisor en  $\mathbb{Z}$  es  $1$ . Calcular el máximo común divisor de  $a$  y  $b$  en el anillo  $\mathbb{Z}[\sqrt{-3}]$ .

8) Calcular las soluciones enteras de cada una de las siguientes ecuaciones:

$$(1) 25x + 40y = 24, \quad (2) 48x + 30y = 12,$$

$$(3) 31x + 17y = 12, \quad (4) 2645x + 1955y = 230.$$

9) (1) Encontrar un entero positivo de tres cifras cuyos restos al dividirlo entre  $7, 9$  y  $11$  son  $1, 2$  y  $3$ , respectivamente.

(2) Calcular el menor entero positivo cuyos restos al dividirlo entre  $5, 7$  y  $9$  son  $4, 3$  y  $1$ , respectivamente.

10) Resolver en el anillo de los números enteros las siguientes congruencias:

$$(1) 5x \equiv 17 \pmod{19}, \quad (2) 5x \equiv 17 \pmod{15}, \quad (3) 34x \equiv 60 \pmod{98}$$

$$(4) 35x \equiv 119 \pmod{139}, \quad (5) 125x \equiv 27 \pmod{256}, \quad (6) 211x \equiv 659 \pmod{900}.$$

11) Resolver los siguientes sistemas de congruencias en el anillo de los números enteros.

$$(1) \{6x \equiv 8 \pmod{14}, 9x \equiv 36 \pmod{48}\}$$

$$(2) \{x \equiv 36 \pmod{41}, x \equiv 5 \pmod{17}\}$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99