

# Estadística Inferencia Estadística

Universidad  
Europea  
de Madrid

Laureate International Universities

## Problemas en Inferencia Estadística

POBLACIÓN  $\rightarrow X \approx F(\theta)$  desconocido

A partir de una M.A.S.  $X_1, X_2, \dots, X_n$  queremos **estimar** el valor de  $\theta$

Estimar : Asignar un valor a algo que desconocemos

¿Cómo?  
A partir del modelo F y de la muestra

➔ **Estimación puntual: Un solo valor**



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Contraste de hipótesis

La finalidad del contraste es decidir si una determinada hipótesis sobre la distribución es confirmada o rechazada estadísticamente a partir de las observaciones de la muestra

Queremos contrastar:

$$\left. \begin{array}{l} H_0 : \theta \in \Theta_0 \\ H_1 : \theta \in \Theta_1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Hipótesis nula} \\ \text{Hipótesis alternativa} \end{array}$$



## Región de rechazo

Un test para contrastar la hipótesis nula  $H_0$  frente a la hipótesis alternativa  $H_1$ , consiste en decidir, para cada posible muestra, si aceptamos o rechazamos la hipótesis nula. De esta manera, el test divide el espacio muestral en dos regiones:

Región crítica :  $R$  } Rechazo la hipótesis nula

Región de aceptación :  $A$  } Acepta la hipótesis nula

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

## Errores

Podemos cometer 2 tipos de errores:

	$H_0$ cierta	$H_0$ falsa
Rechazar $H_0$	Error de tipo I	Decisión correcta
Aceptar $H_0$	Decisión correcta	Error de tipo II

Lo idoneo sería conseguir un test que hiciese mínima las probabilidades de ambos errores. Desgraciadamente esto no será habitualmente posible ya que la reducción de la probabilidad de cometer el Error de tipo I tendrá que hacerse a costa de aumentar la probabilidad de cometer el otro



## Errores

Podemos pensar en el contraste de hipótesis en términos de detectores de humos.

Un **Error de tipo I** es una alarma sin fuego, por el contrario, un **Error de tipo II** es un fuego sin alarma.

Los cocineros saben cómo evitar un error de tipo I: quitando las pilas de la alarma. Por desgracia esto aumenta el error de tipo II.

Igualmente podemos disminuir el error de tipo II, haciendo que la

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

## Nivel de significación y Potencia de contraste

- Nivel de significación:

$$\alpha = P(\text{error de tipo I}) = P(\text{rechazar la hipótesis nula siendo cierta})$$

- Potencia del contraste:

$$1 - \beta = P(\text{rechazar la hipótesis nula siendo falsa})$$

donde  $\beta = P(\text{error de tipo II})$



## Función de potencia

Llamamos **función de potencia** de un test con región crítica  $R$  a la función a la probabilidad de rechazar la hipótesis nula (para cada valor de  $\theta$ )

$$P_{\theta}(R)$$

Lo que interesa es que la función de potencia tome valores próximos a cero cuando  $\theta \in \Theta_0$  (pequeña probabilidad de error de tipo I) y valores próximos a uno cuando  $\theta \in \Theta_1$  (pequeña

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

## Observaciones

La hipótesis nula y la hipótesis alternativa NO desempeñan papeles simétricos. Los test de hipótesis tienden a ser conservadores con la hipótesis nula, es decir, es necesario una evidencia muy fuerte en contra de  $H_0$  para que el test la rechace.

### Elección de la hipótesis nula

- Si queremos contrastar  $\theta = \theta_0$  frente a  $\theta \neq \theta_0$ , tomaremos como hipótesis nula  $\theta = \theta_0$
- Si queremos contrastar  $\theta < \theta_0$  y  $\theta > \theta_0$ , tenemos que recordar que los test son conservadores con la hipótesis nula, lo que nos sugiere que tomemos como alternativa aquella hipótesis que queremos probar estadísticamente.



## Observaciones

### Elección del nivel de significación

Normalmente se suele tomar como valor de  $\alpha$ : 0.01, 0.05 ó 0.1.

El nivel elegido depende de lo serias que sean las consecuencias de rechazar equivocadamente  $H_0$ , cuanto más desastrosas sean, más pequeño se ha de tomar.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## P-valor o valor crítico

Una manera de evitar la decisión de elegir un nivel de significación es considerar el **p-valor**, que se define como el mínimo nivel de significación  $\alpha$  necesario para rechazar  $H_0$

- ❖ Un p-valor grande ( $> 0.2$ ) confirma la aceptación de  $H_0$  ya que eso significaría que la probabilidad de equivocarnos (rechazar  $H_0$  siendo cierta) es grande, luego lo lógico, es aceptar.
- ❖ Por el contrario, un p-valor pequeño ( $< 0.01$ ) confirma la decisión de rechazar  $H_0$ .
- ❖ En situaciones intermedias, el p-valor no indica nada en concreto, salvo tal vez, elegir otra muestra y volver a realizar el contraste.



## Contrastes más importantes

HIPÓTESIS NULA	REGIÓN DE RECHAZO
$H_0 : \mu = \mu_0$ $\sigma$ conocida	$R = \{ \bar{x} - \mu_0  > z_{\alpha/2} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\}$
$H_0 : \mu = \mu_0$ $\sigma$ desconocida	$R = \{ \bar{x} - \mu_0  > t_{n-1; \alpha/2} \frac{s}{\sqrt{n}}\}$
$H_0 : \mu \leq \mu_0$ $\sigma$ conocida	$R = \{\bar{x} - \mu_0 > z_{\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\}$
$H_0 : \mu \leq \mu_0$ $\sigma$ desconocida	$R = \{\bar{x} - \mu_0 > t_{n-1; \alpha} \frac{s}{\sqrt{n}}\}$
$H_0 : \mu \geq \mu_0$	

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

## Contrastes más importantes

HIPÓTESIS NULA	REGIÓN DE RECHAZO
$H_0 : \sigma = \sigma_0$	$R = \left\{ \frac{n-1}{\sigma_0^2} s^2 \notin [\chi_{n-1;1-\alpha/2}^2, \chi_{n-1;\alpha/2}^2] \right\}$
$H_0 : \sigma \leq \sigma_0$	$R = \left\{ \frac{n-1}{\sigma_0^2} s^2 > \chi_{n-1;\alpha}^2 \right\}$
$H_0 : \sigma \geq \sigma_0$	$R = \left\{ \frac{n-1}{\sigma_0^2} s^2 < \chi_{n-1;1-\alpha}^2 \right\}$

## Dos poblaciones

HIPÓTESIS NULA	REGIÓN DE RECHAZO
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $\sigma_1, \sigma_2$ conocidas	$R = \{  \bar{x} - \bar{y}  > z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \}$
$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $\sigma_1 = \sigma_2$ desconocidas	$R = \{  \bar{x} - \bar{y}  > t_{n_1+n_2-2;\alpha/2} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \}$
$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ $\sigma_1, \sigma_2$ conocidas	$R = \{ \bar{x} - \bar{y} > z_{\alpha} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \}$
$H_0 : \mu_1 \leq \mu_2$ $\sigma_1 = \sigma_2$ desconocidas	$R = \{ \bar{x} - \bar{y} > t_{n_1+n_2-2;\alpha} s_p \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}} \}$
$H_0 : \mu_1 \geq \mu_2$ $\sigma_1, \sigma_2$ conocidas	$R = \{ \bar{x} - \bar{y} < -z_{\alpha} \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

## Dos poblaciones

HIPÓTESIS NULA	REGIÓN DE RECHAZO
$H_0 : \sigma_1 = \sigma_2$	$R = \left\{ \frac{s_1^2}{s_2^2} \notin [F_{n_1-1, n_2-1; 1-\alpha/2}, F_{n_1-1, n_2-1; \alpha/2}] \right\}$
$H_0 : \sigma_1 \leq \sigma_2$	$R = \left\{ \frac{s_1^2}{s_2^2} > F_{n_1-1, n_2-1; \alpha} \right\}$
$H_0 : \sigma_1 \geq \sigma_2$	$R = \left\{ \frac{s_1^2}{s_2^2} < F_{n_1-1, n_2-1; 1-\alpha} \right\}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70