

Tema 5

VIBRACIONES EN SISTEMAS MECÁNICOS DE 1 G.D.L.

INDICE

roducción

Formulación del modelo mecánico

Modelo mecánico, descripción del comportamiento, parámetros.

Vibración Forzada: Factor de Amplitud, Factor de transmisibilidad.

Cálculo de la frecuencia de vibración.

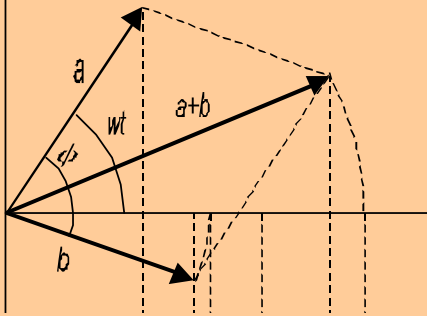
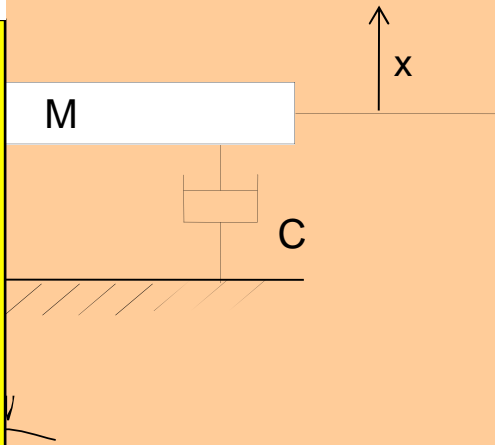
Método energético de Rayleigh, para el cálculo de las frecuencias naturales.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

2. Formulación del modelo mecánico

Libre



Ecuación del movimiento vertical:

$$\sum F = -Cv - Kx = Ma$$

$$Ma + Cv + Kx = 0$$

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + C \frac{dx}{dt} + Kx = 0$$

$$x = e^{rt}$$

$$Mr^2 + Cr + K = 0$$

$$r_{1,2} = \frac{-C \pm \sqrt{C^2 - 4KM}}{2M} = -\frac{C}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{C}{2M}\right)^2 - \frac{K}{M}}$$

$$x = Ae^{r_1 t} + Be^{r_2 t}$$

$$x = A \sin(wt) + B \cos(wt)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

2.2. Formulación del modelo mecánico

Libre

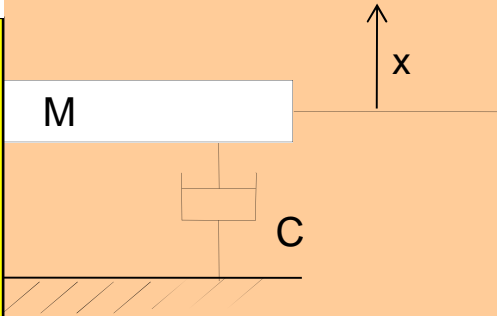
$$r_{1,2} = \frac{-C \pm \sqrt{C^2 - 4KM}}{2M} = -\frac{C}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{C}{2M}\right)^2 - \frac{K}{M}}$$

$$C_c = 2\sqrt{KM}$$

Amortiguamiento crítico

$$\zeta = \frac{C}{C_c} = \frac{C}{2M\omega_n} = \frac{C}{2\sqrt{KM}}$$

Factor de amortiguamiento.



$$\left(\frac{C}{M}\right)^2 = \sqrt{\omega_n^2 - \zeta^2 \omega_n^2} = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

Frecuencia natural del sistema amortiguado.

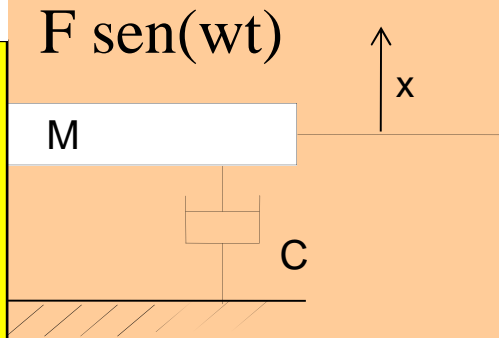
Frecuencia natural del sistema no amortiguado, (C=0)

$$x = e^{-\zeta\omega_n t} [A \sin(\omega_d t) + B \cos(\omega_d t)]$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

2.2. Formulación del modelo mecánico

Movimiento Forzada



Ecuación del movimiento vertical:

$$Ma + Cv + Kx = F \text{sen}(wt)$$

$$x = e^{rt}$$

$$Mr^2 + Cr + K = F \text{sen}(wt)$$

$$r_{1,2} = \frac{-C \pm \sqrt{C^2 - 4KM}}{2M} = -\frac{C}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{C}{2M}\right)^2 - \frac{K}{M}}$$

La ecuación completa:

$$x = A e^{r_1 t} + B e^{r_2 t} + \frac{F}{M \sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2}} \text{sen}(\omega t - \varphi)$$

$$e^{-\zeta\omega_n t} [A \text{sen}(\omega_d t) + B \cos(\omega_d t)] + X \text{sen}(\omega t - \varphi)$$

$$X = \frac{F}{M \sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2}}$$

$$\text{tg } \varphi = \frac{2\zeta\omega / \omega_n}{(1 - \omega^2 / \omega_n^2)}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

2.2. Formulación del modelo mecánico

Forzada

Amplificación, A:

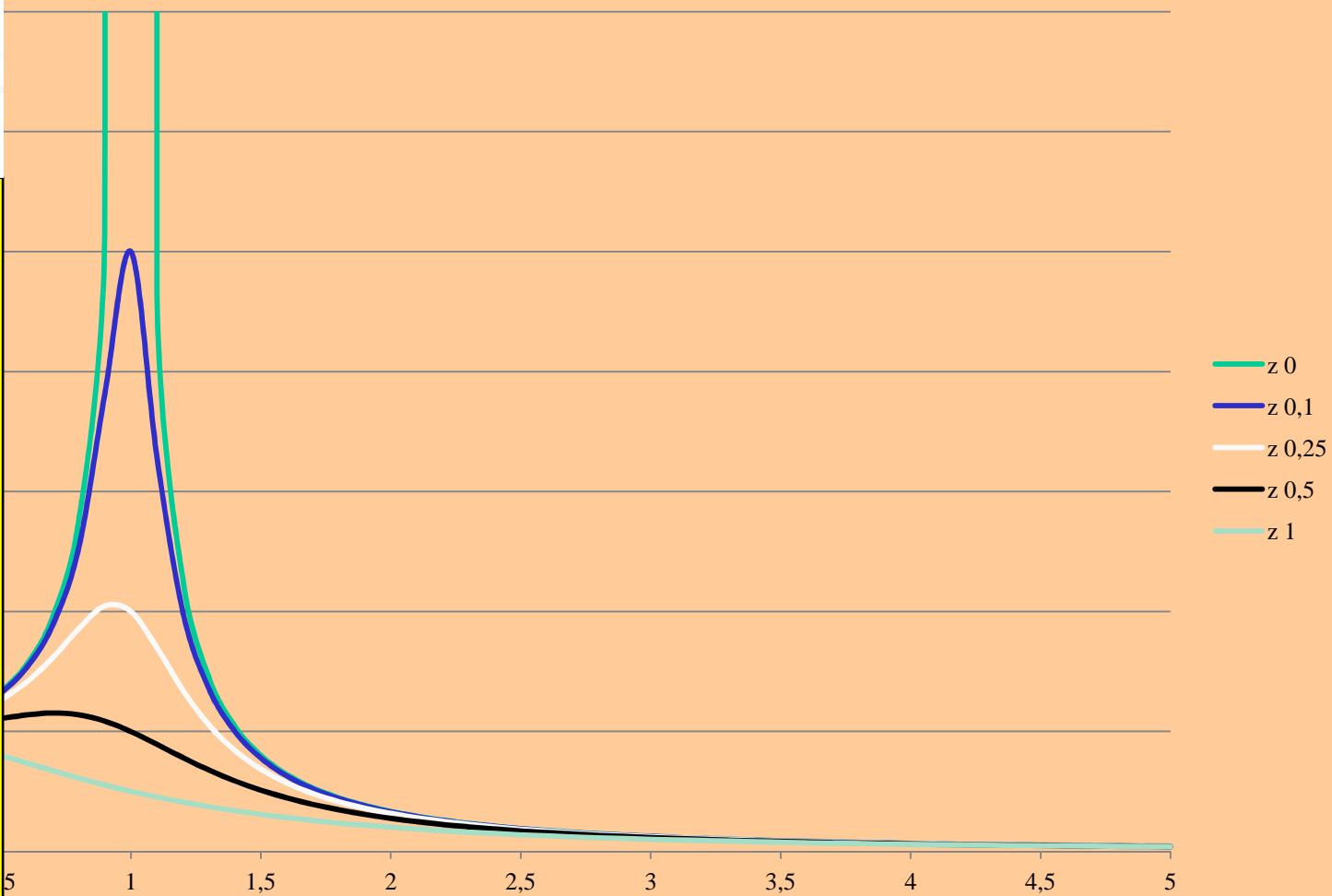
$$A = \frac{X}{\delta_{est}} = \frac{X}{F/K} = \frac{F}{\frac{F}{K} M \sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega)^2}}$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 / \omega_n^2)^2 + (2\zeta\omega / \omega_n)^2}}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

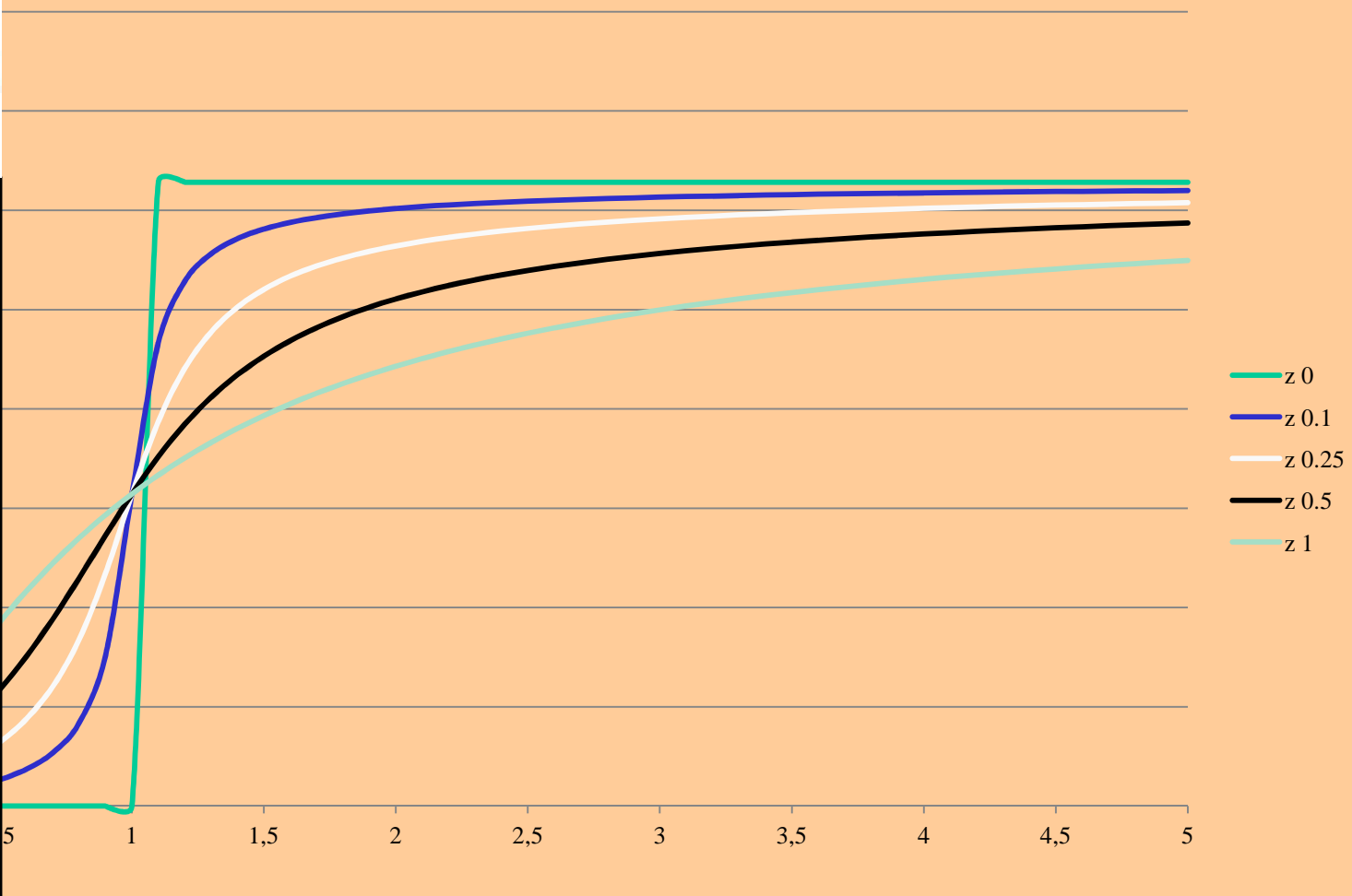
Factor de Amplificación, A:



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

ulo de desfase, φ :



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

2. Formulación del modelo mecánico

Forzada

de Transmisibilidad

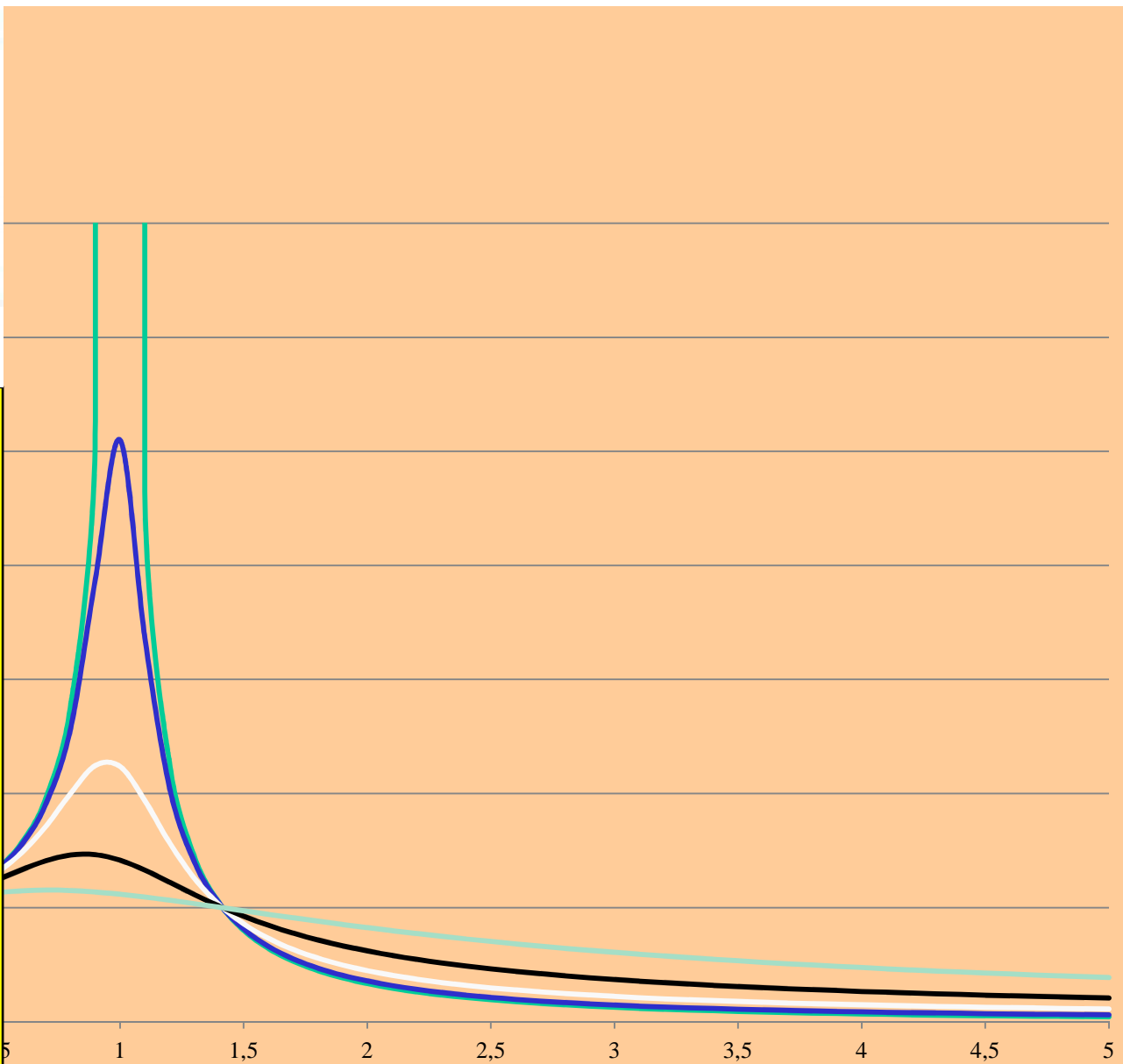
$$T.R. = \frac{\text{Fuerza transmitida}}{\text{Fuerza aplicada}}$$

$$T.R. = \sqrt{\frac{1 + (2\zeta\omega / \omega_n)^2}{(1 - \omega^2 / \omega_n^2)^2 + (2\zeta\omega / \omega_n)^2}}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

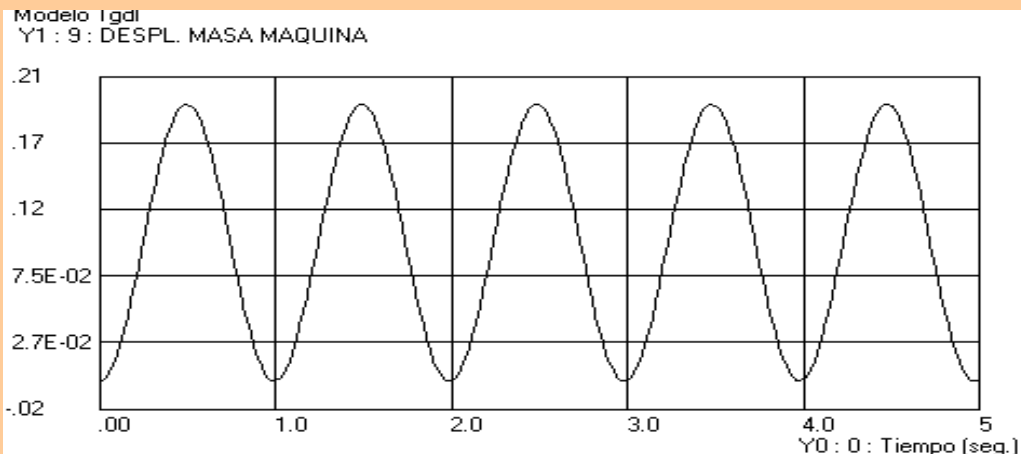
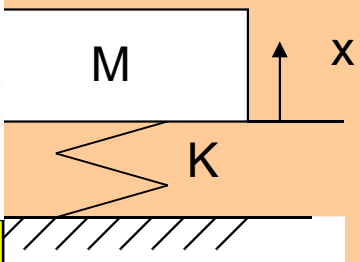
z 0
z 0,1
z 0,25
z 0,5
z 1



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Método de Rayleigh



$$= X \text{sen}(\omega_n t)$$

$$= X \omega_n \cos(\omega_n t)$$

$$\tau = 2\pi / \omega_n \Rightarrow T_{\text{prom}} = V_{\text{prom}}$$

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \frac{1}{2} M \dot{x}^2 dt = \frac{1}{2} M \frac{X^2 \omega_n^2}{\tau} \int_0^{\tau} \cos^2(\omega_n t) dt = \frac{1}{4} M X^2 \omega_n^2$$

$$\frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \frac{1}{2} K x^2 dt = \frac{1}{2} \frac{K X^2}{\tau} \int_0^{\tau} \text{sen}^2(\omega_n t) dt = \frac{1}{4} K X^2$$

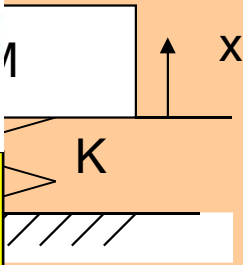
$$\frac{1}{4} M X^2 \omega_n^2 = \frac{1}{4} K X^2$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Método de Rayleigh

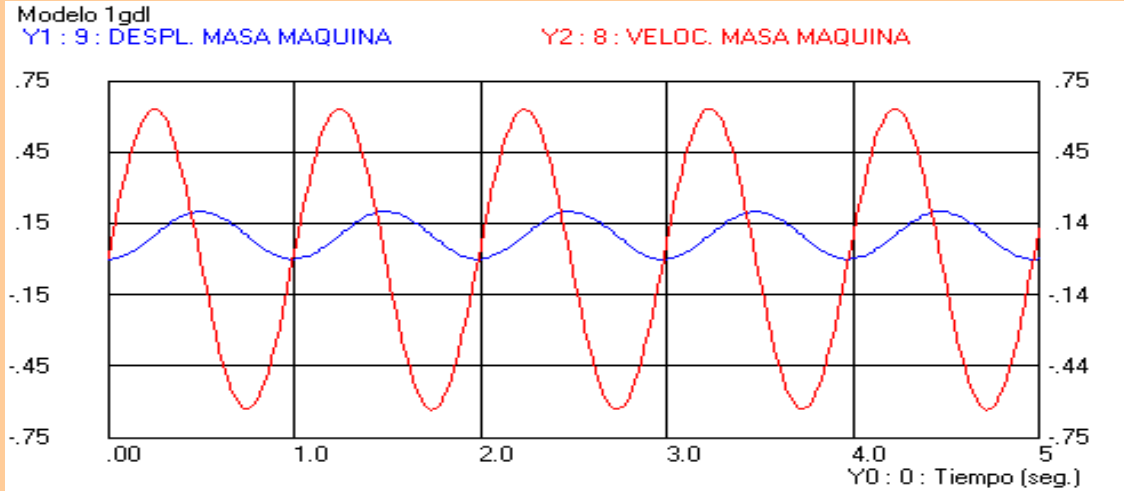


$$v_{\max} = \Delta V_{\max}$$

$$\left. \begin{matrix} \cos(\omega_n t) \\ \sin(\omega_n t) \end{matrix} \right\}$$

$$\frac{1}{2} M X^2 \omega_n^2 = \frac{1}{2} K X^2 \quad \rightarrow$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}}$$



Las dos premisas importantes del Método de energía de Rayleigh:

1. Forma del modo.

2. Movimiento armónico simple.

3. Considera dos formas de energía, la cinética y la potencial.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
 ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70