

Problemas – Leyes de conservación en forma diferencial

1.- Considere el siguiente campo de velocidades:

$$\vec{V} = \frac{-Ky}{x^2 + y^2} \hat{i} + \frac{Kx}{x^2 + y^2} \hat{j}$$

con $K=10^5 \text{ m}^2/\text{s}$, para distancias al origen de coordenadas superiores a 1 km.

- a) Encuentre la ecuación para las líneas de corriente en cualquier instante.
- b) Calcule la aceleración experimentada por una partícula fluida en función de su posición.
- c) Si el fluido es newtoniano, con $\mu=2 \cdot 10^{-5} \text{ kg/ms}$, y posee densidad constante, $\rho=1 \text{ kg/m}^3$, compruebe que se verifica la ecuación de continuidad, y obtenga las componentes del tensor de esfuerzos, así como la fuerza viscosa por unidad de masa.

2.- Sea el campo de velocidades dado por

$$\vec{V} = \omega A \cos \omega t \hat{i} + \omega A \sin \omega t \hat{j}$$

- a) Obtenga las ecuaciones de la trayectoria, de la línea de corriente y de la línea de traza que pasan por el origen de coordenadas en el instante $t=t_1$.
- b) Calcule la aceleración de una partícula fluida en función de la posición y el tiempo.

3.- Para el campo de velocidades dado por:

$$\vec{V} = \frac{A}{x} \hat{i} + \frac{B}{y} \hat{j} + \frac{C}{z} \hat{k}$$

Donde A, B, y C son constantes, determine un campo de densidad que verifique la ecuación de continuidad.

4.- Un modelo simple del flujo en una tobera bidimensional puede escribirse como:

$$\vec{V} = U_0 \left(1 + \frac{x}{L}\right) \hat{i} - U_0 \frac{y}{L} \hat{j}$$

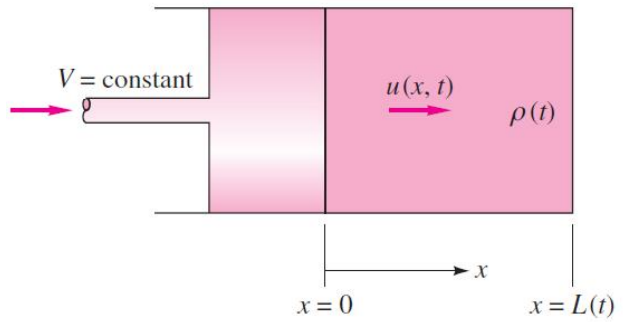
- a) Represente de modo aproximado las líneas de corriente en la región $0 < x < L$, $-L < y < L$.
- b) Obtenga la aceleración del fluido y determine su máximo valor.



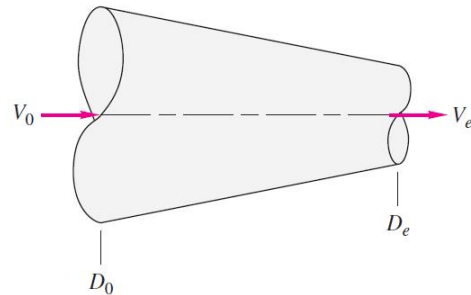
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

5.- Un pistón que se mueve a velocidad constante V comprime el gas en un émbolo cilíndrico. Si la densidad del gas, ρ , solamente depende del tiempo y la velocidad dentro del émbolo varía linealmente desde el valor V en la pared móvil hasta cero en la pared fija opuesta, determine $\rho(t)$ si en el instante $t=0$ su valor era ρ_0 , para una longitud inicial entre el pistón y la pared fija del émbolo L_0 .



6.- Por la tobera cónica de la figura circula un flujo de aire aproximadamente unidimensional. Si la velocidad del sonido es 340 m/s, obtenga el valor mínimo del cociente entre los diámetros D_e/D_0 que permite despreciar los efectos de compresibilidad si a) $V_0=10$ m/s, y b) $V_0=30$ m/s.



7.- En el siguiente campo de velocidades:

$$\vec{V} = 4xy^2\hat{i} + f(y)\hat{j} - zy^2\hat{k}$$

- Halle la función $f(y)$ si el flujo es incompresible.
- Calcule la vorticidad en función de la posición y obtenga la ecuación de las líneas de vórtice en el plano $y=2$.

8.- Considere el flujo plano dado por la siguiente expresión en coordenadas cilíndricas:

$$\vec{V} = \frac{D}{r}\hat{r} + \frac{C}{r}\hat{\phi}$$

- Compruebe que el flujo es irrotacional y no divergente en todo punto a excepción del origen de coordenadas
- Obtenga la función de corriente ψ (tal que $\vec{V} = \vec{\nabla}\psi \times \hat{k}$) y la función

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

9.- Considere la superposición de los siguientes campos de velocidades:

$$\vec{V}_1 = U_0 \hat{i} \quad y \quad \vec{V}_2 = \frac{D}{r} \hat{r}$$

- Encuentre los puntos de estancamiento y la ecuación de la línea de corriente que pasa por cada uno de ellos.
- Si el fluido es ideal y el movimiento tiene lugar en el plano horizontal, obtenga la presión a lo largo de las líneas de corriente anteriores.

10.- Un fluido newtoniano exhibe un movimiento bidimensional dado por:

$$\vec{V} = -2xy\hat{i} + (y^2 - x^2)\hat{j}$$

- Determine si el flujo es compresible o incompresible, rotacional o irrotacional.
- Determine el campo de presiones $p(x,y)$, si la presión vale P_0 en el origen de coordenadas.

11.- Se tiene el flujo descrito por el siguiente campo de velocidades:

$$\vec{V} = Kx\hat{i} + Ky\hat{j} - 2Kz\hat{k}$$

- Calcule la divergencia y la vorticidad del flujo.
- Determine el campo de presiones $p(x,y)$, si la presión vale P_0 en el origen de coordenadas y el fluido está sometido a la aceleración de la gravedad, que actúa en el sentido negativo del eje Z.

12.- En una determinada región y en un instante dado, la velocidad horizontal en el seno de un cierto fluido está dada por:

$$\vec{V} = -0.01(x + y)\hat{i} + 0.01(x - y)\hat{j} \quad (\text{m/s, con } x \text{ e } y \text{ en m})$$

- Asumiendo que la velocidad vertical es nula, obtenga la divergencia y la vorticidad del fluido en cada punto.
- Asumiendo de nuevo una velocidad vertical nula, y que la divergencia anterior permanece constante, determine cómo varía la densidad en función del tiempo si en el momento dado toma un valor uniforme ρ_0 .
- Suponga ahora que el fluido es incompresible: determine la velocidad vertical en

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99