

# **ESTRUCTURAS DE DATOS**

## **COLAS**

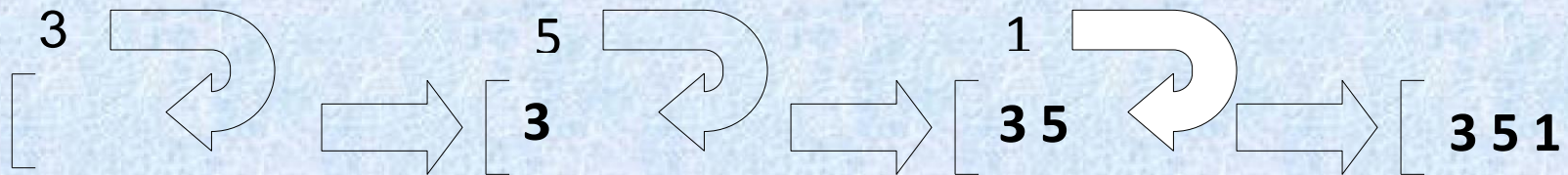
# COLAS

Una cola C es una estructura lineal caracterizada porque las inserciones solo se permiten en uno de los extremos de la cola, llamado *final* o *último*, y las consultas o eliminaciones solo se permiten en el opuesto, llamado *principio* o *primero*.

- La cola puede no tener nada, situación que se denomina *cola vacía*.

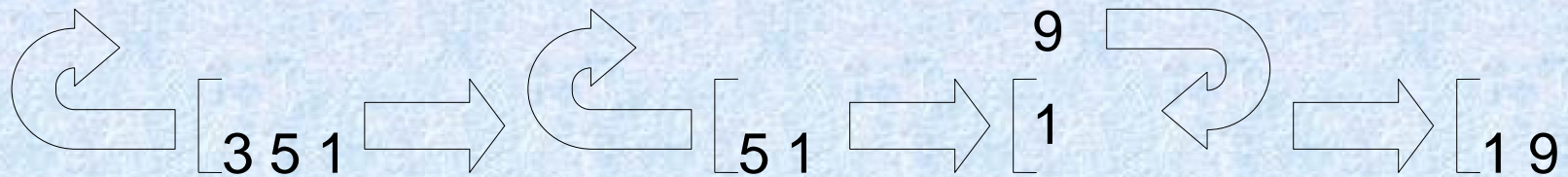
Las pilas se conocen también como estructuras FIFO (First In, First Out), por el modo en que se acceden los elementos.

**Ejemplo:** Poner los datos 3, 5 y 1 en una cola vacía.

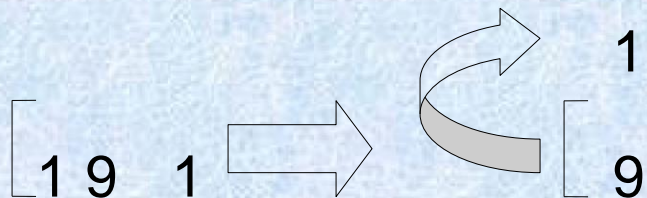


# COLAS

**Ejemplo:** Quitar dos datos de la cola y poner un 9.



**Ejemplo:** Comprobar qué hay en la cola.



# **COLAS EN COMPUTACIÓN**

Las colas se utilizan frecuentemente en simulación, dado que en prácticamente la totalidad de sistemas se encuentra algún tipo de cola.

- Los procesos que se ponen en una cola de espera según el orden en que se van lanzando.
- Puede haber distintas colas para diferentes prioridades.

## ESPECIFICACIÓN: COLAS

*{Como no sabemos qué tipo de elementos van a formar la cola, se pone una especificación genérica y usamos un parámetro formal}*

**espec** COLA[ELEMENTO]

**usa** *BOOLEANOS*

**parametro** formal

**generos** *elemento*

**fparametro**

**generos** *cola*

## ESPECIFICACIÓN: COLAS (2)

### operaciones

*{crear una cola vacía}*

*cvacía: → cola*

*{poner un elemento en la cola}*

*añadir: elemento cola → cola*

*{quitar un elemento de la cola }*

**parcial** *eliminar: cola → cola*

*{ver el principio de la cola}*

**parcial** *primero: cola → elemento*

*{ver si la cola está vacía}*

*vacía?: cola → bool*

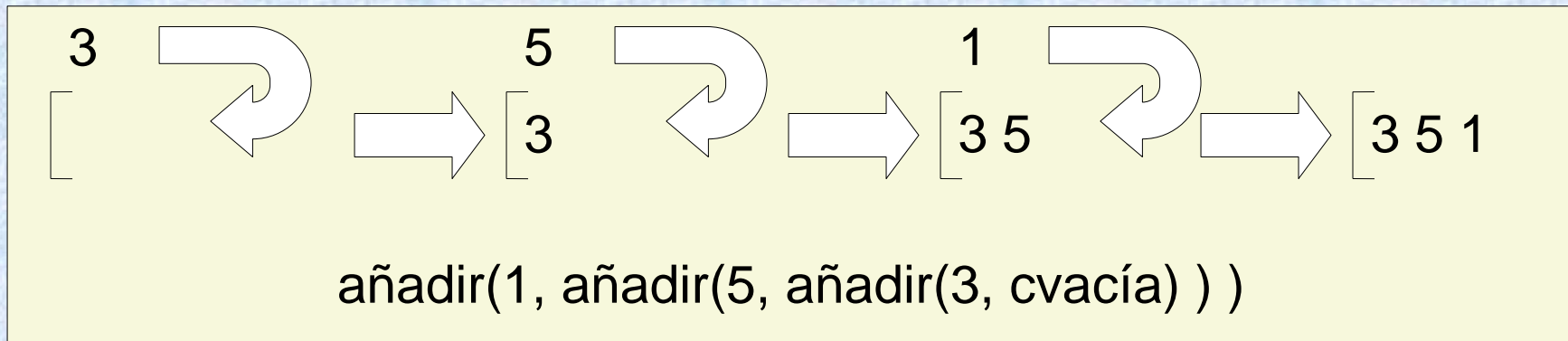
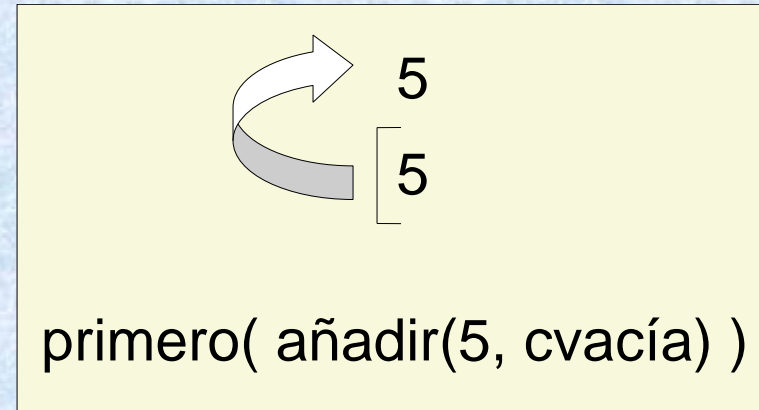
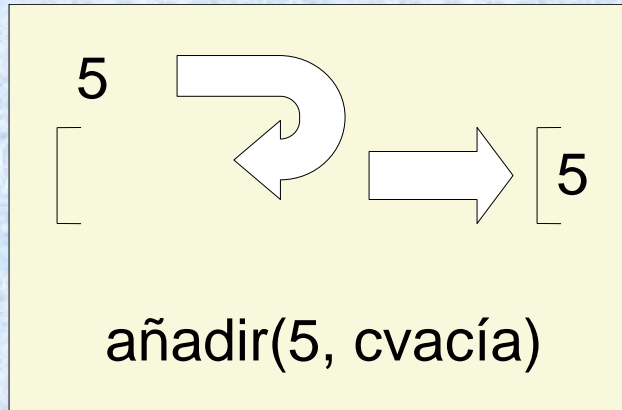
Generadoras

Modificadoras

Observadoras

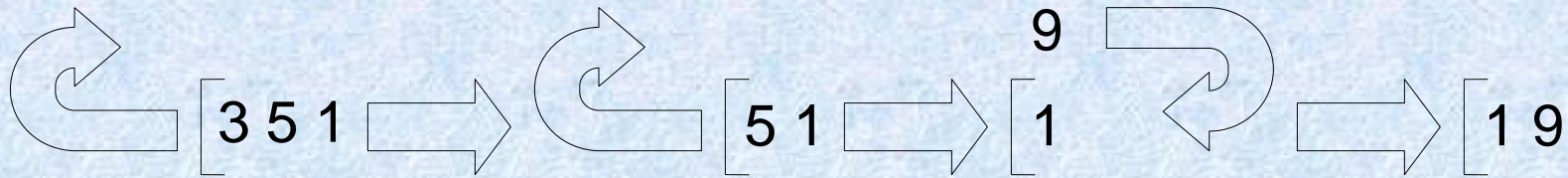
# REPRESENTACIÓN DE LAS COLAS (1)

¿Qué podemos construir con números y estas operaciones?



## REPRESENTACIÓN DE LAS COLAS (2)

¿Qué podemos construir con números y estas operaciones?



añadir(9, eliminar( eliminar( añadir(1, añadir(5, añadir(3, cvacía))))))

esta es la cola de la página anterior



## ESPECIFICACIÓN: COLAS (3)

*var c: cola; x: elemento*

*{Como el TAD tiene operaciones parciales hay que empezar por definir los datos sobre los que pueden usarse}*

*{Primera opción: indicando qué forma tienen que tener los datos}*

**ecuaciones de definitud**

*Def (eliminar (añadir (x, c) ) )*

*Def (primero (añadir (x, c) ) )*

*{Segunda opción: con las propiedades que tienen que cumplir los datos para poder usar la operación}* **ecuaciones de definitud**

*vacía? (c) = F ⇒ Def ( eliminar (c) )*

*vacía? (c) = F ⇒ Def ( primero (c) )*

## ESPECIFICACIÓN: COLAS (4)

### ecuaciones

*eliminar( añadir(x, cvacia) ) = cvacia*

*vacía?(c)=F ⇒ eliminar( añadir(x,c) ) =  
añadir( x,eliminar(c) )*

*primero( añadir(x, cvacia) ) = x*

*vacía?(c)=F ⇒ primero( añadir(x,c) ) =  
primero(c)*

*vacía?( cvacia ) = T*

*vacía?( añadir(x,c) ) = F*

### fespec

## EJEMPLO 1

Ejemplo: Contar cuántos elementos tiene una cola.

- La operación (es observadora) es la siguiente:

*contar: cola → natural*

- Las ecuaciones pueden ser (basadas en generadoras)

$$\mathit{contar}(\mathit{cvacia}) = 0$$

$$\mathit{contar}(\mathit{añadir}(x, c)) = \mathit{suc}(\mathit{contar}(c))$$

- Las ecuaciones pueden ser (basadas en propiedades)

$$\mathit{vacía?}(c) = \mathit{T} \Rightarrow \mathit{contar}(c) = 0$$

$$\mathit{vacía?}(c) = \mathit{F} \Rightarrow$$

$$\mathit{contar}(c) = \mathit{suc}(\mathit{contar}(\mathit{eliminar}(c)))$$

## EJEMPLO 1. PSEUDOCÓDIGO

Ejemplo: Contar cuántos elementos tiene una cola.

```
func contar (c:cola) dev n:natural {recursiva}
    si vacia?(c) entonces devolver 0
    sino desencolar(c)
        devolver 1+ contar(c)
    finsi
finfunc
```

## EJEMPLO 1. PSEUDOCÓDIGO (2)

Ejemplo: Contar cuántos elementos tiene una cola.

**func** contar (c:cola) **dev** n:natural {iterativo}

**var** n:natural

n ← 0

**mientras** ¡vacía?(c) **hacer**

    desencolar(c)

    n ← n+1

**finmientras**

**finfunc**

## EJEMPLO 2

Ejemplo: Se conoce la operación *espar?*: *entero*  $\rightarrow$  *bool*, que devuelve si un número entero es par o no; obtener la cantidad de números pares que hay en una cola de enteros.

- Es una operación observadora

*contar\_pares*: *cola*  $\rightarrow$  *natural*

- Las ecuaciones pueden quedar

*contar\_pares*( *cvacia* ) = 0

*espar?*(*x*) = *T*  $\Rightarrow$  *contar\_pares*(*añadir*(*x*, *c*)) =  
*suc*(*contar\_pares*(*c*))

*espar?*(*x*) = *F*  $\Rightarrow$  *contar\_pares*(*añadir*(*x*, *c*)) =  
*contar\_pares*(*c*)

## EJEMPLO 3

Ejemplo: Especificar una operación para obtener la inversa de una cola, es decir, la cola resultante al cambiar el orden de los datos.

- Para invertir una cola, cogemos el primer dato que esté en la cola y lo ponemos al final de los otros datos, y se repite hasta que no queden cosas en la cola.

*invertir: cola → cola*

*invertir(cvacía) = cvacía*

*vacía?(c)=F ⇒ invertir(c) =  
añadir(primer(c), invertir(eliminar(c)))*

- No es necesario usar un acumulador (como en las pilas) porque las colas tienen dos puntos de acceso distintos.

## **EJEMPLO 4**

Ejemplo: Concatenar dos colas, poniendo la segunda después de la primera.

- Para concatenar una cola tras otra se pasan los datos uno a uno, de la segunda a la primera, hasta que no queden.

*concatenar: cola cola  $\rightarrow$  cola*

- Usando propiedades:

*vacía?(c2)=T  $\Rightarrow$  concatenar(c1,c2) = c1*

*vacía?(c2)=F  $\Rightarrow$  concatenar(c1,c2) =*

*concatenar(añadir(primer(c2),c1),eliminar(c2))*

- Usando generadores:

*concatenar(c1,cvacia) = c1*

*concatenar(c1,añadir(x,c2)) =*

*añadir(x,concatenar(c1,c2))*



# IMPLEMENTACIÓN DE COLAS

Las colas pueden representarse mediante **vectores**:

- La cola tiene el índice de la última celda ocupada.
- Al borrar un elemento, los restantes se desplazan.
- La cola tiene una capacidad fija (nuevas operaciones).

O mediante **vectores circulares**:

- Se evitan desplazamientos al borrar un elemento.
- Es necesario diferenciar cuando la cola está llena o vacía.

La implementación más habitual es la de **celdas enlazadas**:

- La cola tiene una referencia a la primera celda y a la última
  - Si la cola está vacía, ambos punteros son “NIL”.
  - Cada celda contiene un elemento y un puntero a la *siguiente* celda.

# IMPLEMENTACIÓN DE COLAS

- IMPORTANTE: ¡Solo se accede a la cabeza de la cola!
- IMPORTANTE: ¡Solo se inserta en el final de la cola!



# COLAS. TIPOS

**tipos**

posic

ion: 0..max\_elementos;

cola=**reg**

primero, ultimo:Posicion;

elementos:**vector**[posicion] **de** elemento;

**freg**

**ftipos**

- Vector: inicio siempre primera posición de vector.
- Vector circular: inicio va cambiando al eliminar o *desencolar*.

## COLAS. TIPOS

### **tipos**

enlace-cola = **puntero a** nodo-cola

nodo-cola = **reg**

    valor: elemento

    sig: enlace-cola

**freg**

cola = **reg**     *{ahora hay dos puntos de acceso}*

    primero: enlace-cola

    ultimo: enlace-cola

**freg**

### **ftipos**

# COLAS. CONSTRUCTORAS

*{ Crear una cola vacía **cvacia** }*

```
fun cola_vacia() dev c:cola
```

## COLAS. CONSTRUCTORAS

*{ Crear una cola vacía **cvacia** }*

```
fun cola_vacia() dev c:cola  
  c.primeros ← nil  
  c.ultimo ← nil  
ffun
```

## COLAS. OBSERVADORAS

*{ Ver si una cola está vacía **cvacía?** , obtener la cabeza **primero** }*

```
fun es_cola_vacía(c:cola) dev b:bool
```

```
fun primero(c:cola) dev e:elemento
```

## COLAS. OBSERVADORAS

*{ Ver si una cola está vacía **cvacía?** , obtener la cabeza **primero** }*

```
fun es_cola_vacía(c:cola) dev b:bool
```

```
    b ← (c.primero = nil)
```

```
ffun
```

```
fun primero(c:cola) dev e:elemento
```

```
    si es_cola_vacía(c) entonces
```

```
        error(Cola vacía)
```

```
    si no e ←
```

```
        c.primero^.valor
```

```
    fsi ffun
```



## COLAS. CONSTRUCTORAS (2)

*{ Encolar un elemento **añadir** }*

```
proc encolar(E e:elemento, c:cola)
```

## COLAS. CONSTRUCTORAS (2)

{ *Encolar un elemento **añadir*** }

```
proc encolar(E e:elemento, c:cola)
var p: enlace-cola reservar (p)
p^.valor ← e
p^.sig ← nil
si es_cola_vacia(c) entonces
    c.primeros ← p
si no
    c.ultimo^.sig ← p
fsi
c.ultimo ← p
fproc
```

# COLAS. MODIFICADORAS

{ Quitar el primer dato **eliminar** }

```
proc desencolar(c:cola)
```

## COLAS. MODIFICADORAS

{ Quitar la cabeza **desencolar** }

```
proc desencolar(c:cola)
var p: enlace-cola
si es_cola_vacia(c) entonces error(Cola vacía)
si no p ← c.primeros
    c.primeros ← c.primeros^.sig
    si c.primeros = nil entonces
        c.ultimo ← nil
    fsi
    p^.sig ← nil    {por seguridad}
    liberar(p)
fsi
fproc
```

## EJEMPLO 4. PSEUDOCÓDIGO DE CONCATENAR

Al trabajar con punteros no es necesario mover cada uno de los elementos, basta con redireccionar el final de la primera cola.

```
proc concatenar(c1, c2: cola)
si es_cola_vacia(c1) entonces
    c1.primer0 ← c2.primer0
    c1.ultimo ← c2.ultimo
si no
    c1.ultimo^.sig ← c2.primer0
    c1.ultimo ← c2.ultimo
fsi
```

**fproc** IMPORTANTE: ¡No se ha hecho una copia de los datos!  
Si se cambian los valores que se encuentran en *c2*, también afecta a *c1* al ser enlaces directos a memoria, y viceversa.

# **EJERCICIOS**

- Escribir en pseudocódigo las operaciones de los ejemplos 2, 3 y 4 (transparencias 14, 15 y 16).
- Escribir en pseudocódigo la implementación de las operaciones básicas de una cola utilizando un vector circular (transparencia 17).

## EJEMPLO 2 . PSEUDOCÓDIGO

Ejemplo: Se conoce la operación *espar?*: *entero* → *bool*, que devuelve si un número entero es par o no; obtener la cantidad de números pares que hay en una cola de enteros.

**func** npares (c:cola) **dev** n:natural {iterativa}

n ← 0

**mientras** ; vacia?(c) **hacer**

**si** espar?(primero (C)) **entonces** n ← n+1

    desencolar(C)

**finmientras**

**finfunc**

## EJEMPLO 2 . PSEUDOCÓDIGO (2)

```
func npares (c:cola) dev n:natural {recursiva}
    si vacia?(c) entonces devolver 0
        sino si espar?(primero (c))
            entonces
                devolver 1+npares(c)
            sino devolver npares(c)
        desencolar(c)
    finsi
finfunc
```



## EJEMPLO 3 . PSEUDOCÓDIGO

Ejemplo: Especificar una operación para obtener la inversa de una cola, es decir, la cola resultante al cambiar el orden de los datos.

**func** inversa (c:cola):cola

**si** vacia?(c) **entonces devolver** c

**sino**

        e ← primero(c)

        desencolar(c)

**devolver** (encolar (e, inversa(c)))

**finsi**

**finfunc**

## EJEMPLO 3 . PSEUDOCÓDIGO (2)

**func** inversa (c:cola):cola

{iterativa}

**var** ci:cola

ci ← cvacia

paux ← pvacia

**mientras** ¡vacía?(c) **hacer**

    apilar(primer(c), paux)

    desencolar(c)

**finmientras**

**mientras** ¡vacía?(paux) **hacer**

    encolar(cima(paux), ci)

    desapilar(paux)

**finmientras**

**finfunc**

## EJEMPLO 4 . PSEUDOCÓDIGO

Ejemplo: Concatenar dos colas, poniendo la segunda después de la primera.

**proc** concatenar (c1, c2:cola) {iterativa}

{concatena los eltos de c2 al fnal de c1}

**mientras** ¡ vacia?(c2) hacer

**encolar**(primero(c2), c1)

**desencolar**(c2)

**finmientras**

**finproc**

## EJEMPLO 4 . PSEUDOCÓDIGO (2)

```
proc concatenar (c1, c2:cola) {recursiva}
{concatena los eltos de c2 al fnal de c1}
  si vacia? (c2) entonces devolver c1
  sino
    e←primero (c2)
    desencolar(c2)
    concatenar(encolar(e, c1), c2)
  finsi
finproc
```

## COLAS. TIPOS

*{Cola implementada con **vector circular**}*

**tipos**

posicion: 0..max\_elementos;

cola=**reg**

primero, ultimo:Posicion;

elementos:**vector**[posicion] **de** elemento;

**freg**

**ftipos**

## COLAS. CONSTRUCTORAS

*{ Crear una cola vacía **cvacía** }*

**fun** cvacía() **dev** c:cola

*{para diferenciar vector lleno y vector vacío dejaremos una posición vacía entre el ultimo y el primer elemento del vector}*

c.primer = 0

c.ultimo = max\_elementos

**finfunc**

## COLAS. OBSERVADORAS

{ Ver si una cola está vacía **cvacía?**, obtener la cabeza **primero** }

```
fun cvacía?(c:cola) dev b:bool
    devolver c.primero = pos_siguiete(c.ultimo)
finfunc
```

```
fun primero(c:cola) dev e:elemento
    si cvacía?(c) entonces error(Cola vacía)
    si no devolver c.elementos[primero]
    finsi
finfunc
```

## COLAS. OPERACIÓN AUXILIAR

**fun** pos\_siguiente (p:posición)

{Supondremos en las operaciones que el tipo posición es NATURAL, puede ser otro tipo enumerado, utilizaremos las operaciones +, MOD, =, < }

**Devolver**  $1+(p \text{ MOD } \text{max\_elementos})$

**finfunc**



## COLAS. CONSTRUCTORAS (2)

{ *Encolar un elemento añadir* }

```
proc encolar(E e:elemento, c:cola)
  si pos_siguiete(pos_siguiete (ultimo))=primero
    entonces error(Cola llena)
  si no
    c.ultimo ← pos_siguiete(c.ultimo)
    c.elementos[ultimo]←e

  finsi

finproc
```

## COLAS. MODIFICADORAS

{ Quitar el primer dato **eliminar** }

```
proc desencolar(c:cola)
    si es_cola_vacia(c) entonces error(Cola vacía)
    si no c.primeros ← pos_siguiete(c.primeros)

    finsi
finproc
```