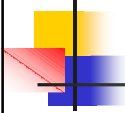




Departamento de Automática  Universidad de Alcalá 

**Ingeniería de Control I**  
**Tema 1**  
**Introducción a señales y sistemas**

1



1. Introducción.

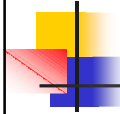
- Introducción a los sistemas y señales:
  1. Concepto de Señal
  2. Tipos de señales
  3. Concepto de sistema
  4. Tipos de sistemas
  5. Propiedades de los sistemas

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

**Cartagena99**

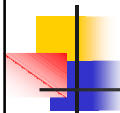


## Bibliografía

- Señales y Sistemas. OCW-UC3M
- Señales y Sistemas. A.V. Oppenheim.
- Feedback and Control for Everyone. P. Albertos.
- Apuntes Automática Básica. J. M. Bañón, UAH.
- Ingeniería de Control Moderna. K. Ogata.
- Apuntes SyS. X.Giró. EUETIT-UPC
- Modeling dynamics and control.OCW-MIT.

Introducción

3



## Objetivos

- Presentar conceptos de señal y sistema
- Ver tipos y propiedades.
- Justificar el empleo de la señal como elemento de información del sistema.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

**Cartagena99**

## Concepto de señal

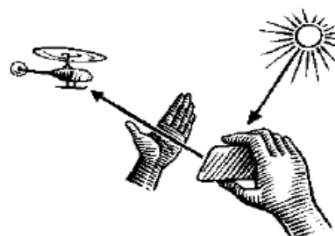
- Señal (DRAE) 15. f. Fís.: Variación de una corriente eléctrica u otra magnitud que se utiliza para transmitir información.
- Variable: valor de una magnitud
- Una señal es una variable que sirve para transmitir información
- Se representan como funciones matemáticas de una o más variables independientes.
  - Ej: Temperatura  $T(t)$ ,  $T(t,x)$ ,  $T(t,x,y)$ , etc.

Introducción

5

## Señal

- Es una variación de una magnitud física que lleva asociada cierta información.



X.Giró. EUETIT-UPC

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

## Tipos de señales

- Tiempo continuo/discreto
- Señales continuas /discretas
- Periódicas/aperiódicas
- Deterministas/estocásticas
- Por dimensionalidad: dependientes de una o varias variables

Introducción 7

## Tipos de señales

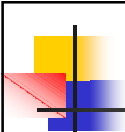
- Tiempo continuo/discreto



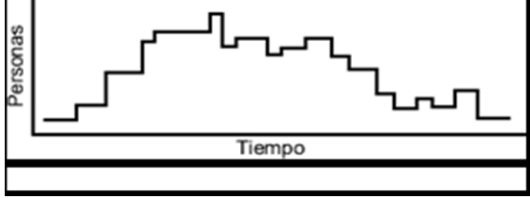
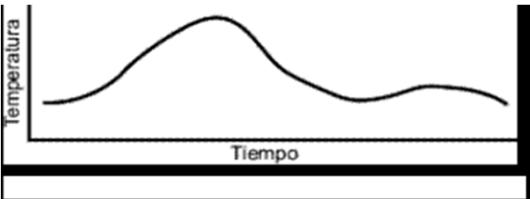
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

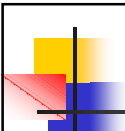
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



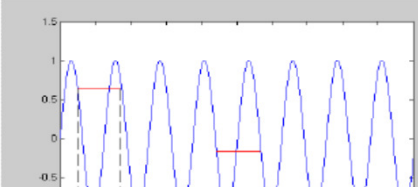
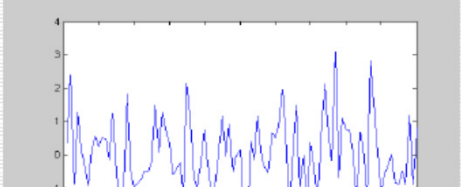
- Señales continuas/discretas

Introducción 9



- Periódicas/no periódicas
- $x(t) = x(t + nT), \forall n \in \mathbb{Z}, T \in \mathbb{R}^+$

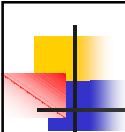



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

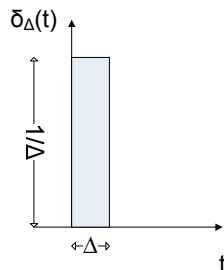
---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

**Cartagena99**



- Señales básicas:
  - Impulso (delta de Dirac)  $\delta(t)$
  - Escalón  $u(t)$




$\delta_{\Delta}(t)$

$\frac{1}{\Delta}$

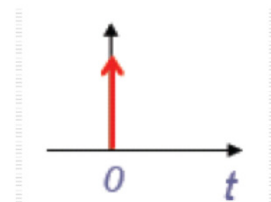
$\Delta$

$t$



$0$

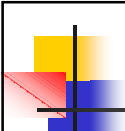
$t$



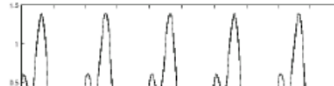
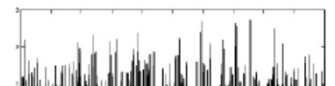
$0$

$t$

Introducción 11



- Deterministas /estocásticas
  - D: se caracterizan por una f matemática que determina el valor en cualquier instante de t.
  - E: toma en cada instante un valor impredecible pero perteneciente a un conjunto de valores con una fdp.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

**Cartagena99**

## Concepto de sistema

- Cualquier proceso del que resulta una transformación de señales.

**Sistema** [Haykin]: entidad que manipula una o más señales para llevar a cabo una función, produciendo de ese modo nuevas señales.

**Sistema** [Puentes]: conjunto de elementos, físicos o abstractos, relacionados entre sí de forma que modificaciones o alteraciones en determinadas magnitudes (variables, señales) de uno de ellos puedan influir o ser influidos por las de los demás.

Introducción 13

## Sistemas

- Por tanto: E, S, proceso = SyS

$x(t)$ 
→

S. Cont.

→
 $y(t)$

$x[n]$ 
→

S. Disc.

→
 $y[n]$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

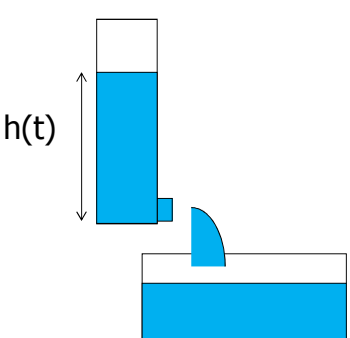
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Tipos de sistemas

- Atendiendo a su naturaleza:
  - Físicos: eléctricos, mecánicos, hidráulicos, térmicos, etc.
  - Químicos
  - Económicos
  - Sociales
  - Administrativos
  - Etc.
- De control.

Introducción 15

## Ejemplo



- $\rho \left[ \frac{Kg}{m^3} \right], g, h, A, P_a$
- $R \left[ \frac{Pas \cdot s}{m^3} \right]$ , (resistencia de la tubería al fluido del líquido)
- $P_t = P_a + \rho g h(t) \left[ \frac{Nw}{m^2} \right]$
- $q_t(t) = \frac{P_t - P_a}{R} = \frac{\rho g h(t)}{R}$
- $A \frac{dh(t)}{dt} = -q_t(t)$
- Reordenando:

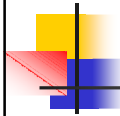
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99





## Solución

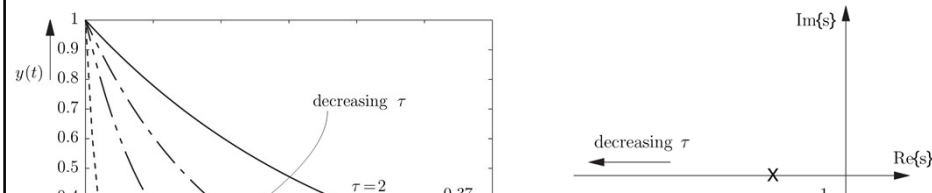
- Se llama respuesta natural, no forzada o respuesta característica: no hay entrada, solo c.i.
- $\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = 0$
- $\tau$  es la cte de tiempo [sg.]
- Solución de la forma:  $y(t) = ce^{kt}$ ,
  - $k$  en unidades de frecuencia [ $\text{sg}^{-1}$ ]
  - $c$  [en unidades de  $y(t)$ ] es la condición inicial
  - Sustituyendo:  $(\tau k + 1)ce^{kt} = 0$
  - Ec. característica ( $c \neq 0$ )  $\Rightarrow (\tau k + 1) = 0$
  - Solución  $k = \lambda_1 = -1/\tau$  (frc. característica o autovalor)

Introducción

17



- Sol. Homogénea:  $y(t) = ce^{-\frac{t}{\tau}}; h(t) = h_0 e^{-t \frac{\rho g}{RA}}$
- De momento todo real
- Significado de  $\tau, 3\tau$  (0,37;0,05)



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{f_i(t) - q_t(t)}{A} \Rightarrow h(t) = \frac{1}{A} \int_0^t (f_i(\epsilon) - q_t(\epsilon)) d\epsilon + h_0$$

- $$q_t(t) = \frac{P_t - P_a}{R} = \frac{\rho g h(t)}{R}$$
- Sustituyendo:
- $$\frac{dh(t)}{dt} + \frac{\rho g}{RA} h(t) = \frac{f_i(t)}{A}$$
- EDO de cc de 1er orden

19

Ej.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

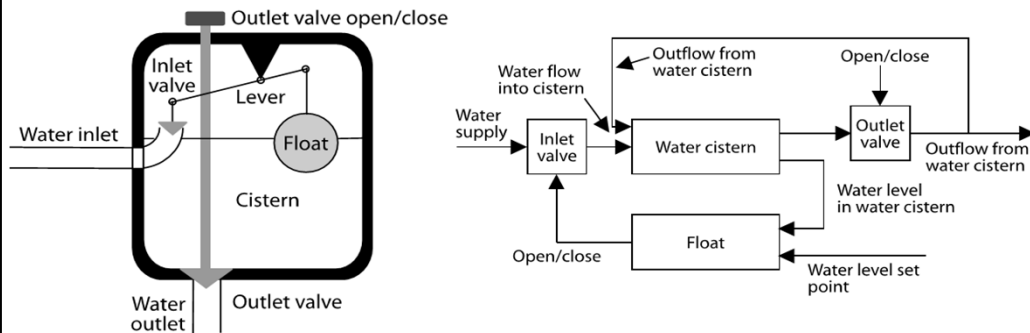
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

## Ejemplo de sistema (de control)

- Cisterna (P. Albertos)
- Reparar: flechas son señales y no flujo de materia



Introducción

21

## Propiedades de los sistemas


- Con o sin memoria
- Invertible o no
- Causal o no
- Estable o no
- Invariante en el tiempo o no
- Lineal o no
- Concentrado o distribuido

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



## Con o sin memoria

- Sin memoria: si la salida para cada valor de la v.i. solo depende de la entrada en cada instante.

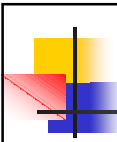
$$y(t) = Rx(t)$$

$$y[n] = Rx[n]$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]$$

$$y(t) = \frac{1}{C} \int_{-\infty}^t x(\tau) d\tau$$

Introducción 23



## Invertible (o no)

- Si para distintas entradas da distintas salidas (si dada una salida podemos determinar cuál fue la entrada)

$$y(t) = 2x(t); \quad z(t) = \frac{1}{2}y(t)$$

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^n x[k]; \quad z[n] = y[n] - y[n - 1]$$

$v[n] = 0:$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



## Causal (o no)

- Si la salida en cualquier instante solo depende de valores de la entrada en el mismo instante o anteriores.
- Nunca de futuros valores de la entrada.

$$y[n] = x[n] - x[n + 1]$$
$$y(t) = x(t + 1)$$

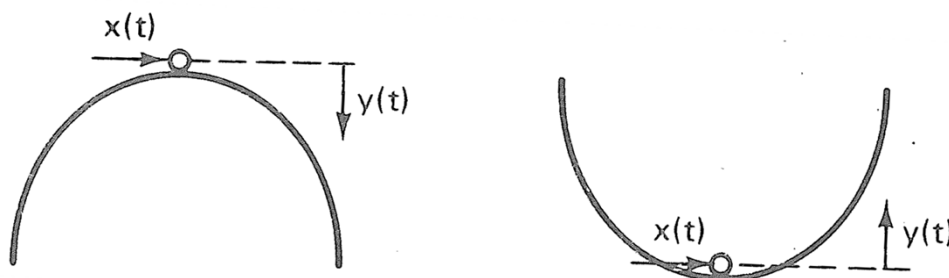
- Paréntesis: dado  $x(t)$ , ¿qué significa  $x(t - 1)$  o  $x(t + 1)$ ?

Introducción

25

## Estable (o no)

- Pequeñas variaciones en la entrada no generan salidas divergentes.

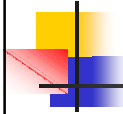


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99



## Invariante en el tiempo (o no)

- Un desplazamiento en el tiempo de la señal de entrada causa un desplazamiento en el t de la señal de salida.
- (ante la misma entrada en distintos instantes genera la misma salida)

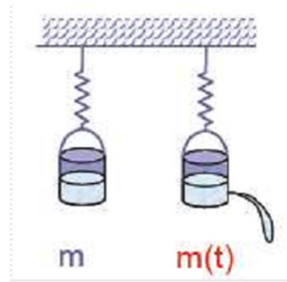
$$y(t) = \sin(x(t))$$

$$y_1(t) = \sin(x_1(t)); \text{ Si } x_2(t) = x_1(t - t_0)$$

$$y_2(t) = y_1(t - t_0)??$$

$$y_2(t) = \sin(x_2(t)) = \sin(x_1(t - t_0))$$

$$y_1(t - t_0) = \sin(x_1(t - t_0))$$



$$y(t) = Ax(t); y(t) = A(t)x(t)$$

Introducción

27



## Lineal (o no)

- Si una entrada consiste en la suma ponderada de varias señales, la salida es la suma ponderada de las salidas de cada una de las entradas.
- $y_1(t) = F(x_1(t)); y_2(t) = F(x_2(t))$
- Respuesta a  $x_1(t) + x_2(t)$  es  $y_1(t) + y_2(t)$ ?
- Respuesta a  $Kx_1(t)$  es  $Ky_1(t)$ ?
- $y(t) = kx(t) + A$ , ¿es lineal?

Salida ↑

Salida ↑

Salida ↑

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Cartagena99

## De parámetros concentrados o distribuidos

- Distribuidos: es necesario considerar la distribución espacial de sus parámetros. Por ej. masa desigualmente distribuida.
- Concentrados: se pueden considerar concentrados en un punto. Por ej. Masa homogénea concentrada en centro de masas.



$$\vec{F}_g = \int_V \rho(x, y, z) \vec{g} dV$$



$$\vec{F} = m\vec{g}$$

Introducción

29

## Determinista (o no)

- El sistema puede ser representado matemáticamente de forma explícita y sus valores futuros son perfectamente predecibles
- Estocástico: los cambios en el sistema son impredecibles



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

## Mono o multivariables

- Una sola entrada y salida: SISO
- Varias: MIMO

Introducción 31

## En tiempo discreto o continuo

Sistema



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

---

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



## Interconexión de sistemas

- Serie, paralelo, combinada.

Introducción

33

## Interconexión de sistemas

- Realimentación

Cartagena99

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

- - -

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**


## Sistemas de control

- Tiene como misión controlar de manera automática una determinada variable.
- Lazo cerrado o abierto: la variable de salida interviene o no en la acción de control.
- Servomecanismos (var. a controlar mecánica,  $x, v, a$ ) o Control de procesos (no mecánica,  $T^a$ , pres., concentración, etc.)
- Concepto de realimentación: Ingeniería de Control

Introducción 35

## Métodos de análisis

- En el dominio del tiempo o de la frecuencia
  - análisis temporal: evolución en  $t$
  - análisis frecuencial: patrón de periodicidad de la señal
- Ejemplo: servicio de autobuses



- análisis temporal: pasa a 8:00 8:10 8:20...10:00
- análisis frecuencial: de 8 a 10 AM cada 10 minutos

Cartagena99

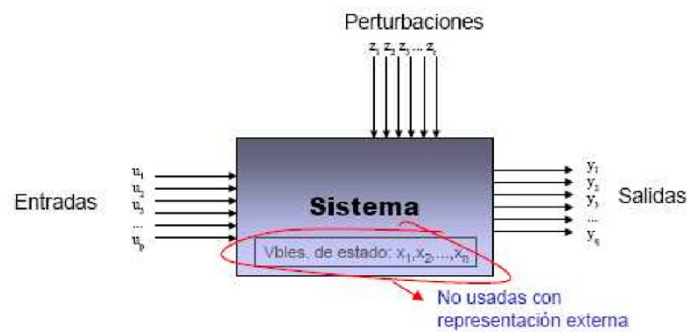
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## Representación externa o interna

- Externa: caja negra, E, S y función de transferencia que las relaciona.
- Interna: descripción a través de variables de estado:  
 $\dot{x}(t)=Ax(t)+Bu(t)$   
 $y(t)=Cx(t)+Du(t)$



37

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70