



# Bloque 2

## Análisis de circuitos alimentados en corriente alterna

Fundamentos de Ingeniería Eléctrica

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# 3.1. Condensadores y bobinas

The logo for Cartagena99 features the text "Cartagena99" in a stylized, dark green font. The "99" is significantly larger and more prominent than the "Cartagena" part. The text is set against a light blue background with a white swoosh underneath, all contained within a yellow rectangular box.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

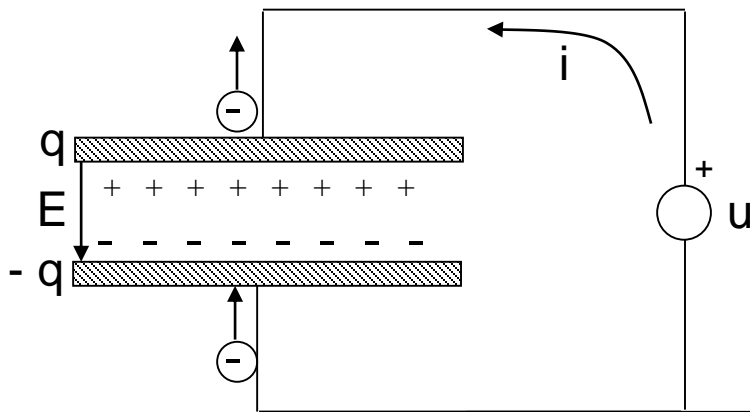
- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Condensadores

Un condensador es un elemento pasivo capaz de almacenar potencia a través del campo eléctrico.

- Dos placas metálicas separadas una distancia  $d$  y con un dieléctrico entre ellas que impide un flujo de carga.
- En régimen permanente: circuito abierto. Tensión en bornes igual a la aplicada anteriormente.
- La tensión en bornes es fruto de un trasvase de carga en  $dt$  inicial. También hay polarización.
- Inicialmente poca oposición al paso de carga.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

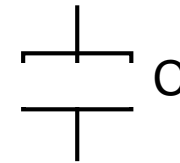
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Capacidad

- La carga desplazada es proporcional a la tensión aplicada

$$q = Cu$$

C = Capacidad  
SI: [F]=Faradios



- La capacidad de un condensador depende de su geometría

Cartagena99

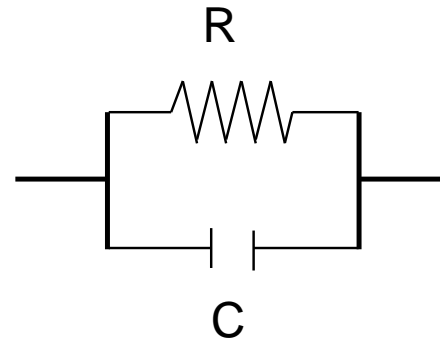
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

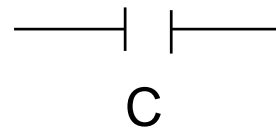
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Condensadores

- Los condensadores reales suelen presentar pérdidas



- Consideraremos condensadores



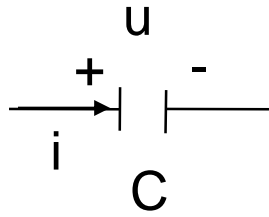
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Relación u/i

$$q = Cu \Rightarrow \underset{i(t)}{\left( \frac{dq}{dt} \right)} = C \frac{du}{dt} \Rightarrow \boxed{i(t) = C \frac{du}{dt}}$$


The diagram shows a capacitor symbol with voltage 'u' indicated by a '+' sign on the top plate and a '-' sign on the bottom plate. A current 'i' is shown entering the capacitor from the left.

- Si  $u = \text{cte} \Rightarrow i = 0 \Rightarrow$  En corriente continua un condensador se comporta como un circuito abierto.

$$\int_{t_0}^t \frac{du}{dt} dt = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt \Rightarrow \boxed{u(t) - u(t_0) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(t) dt}$$

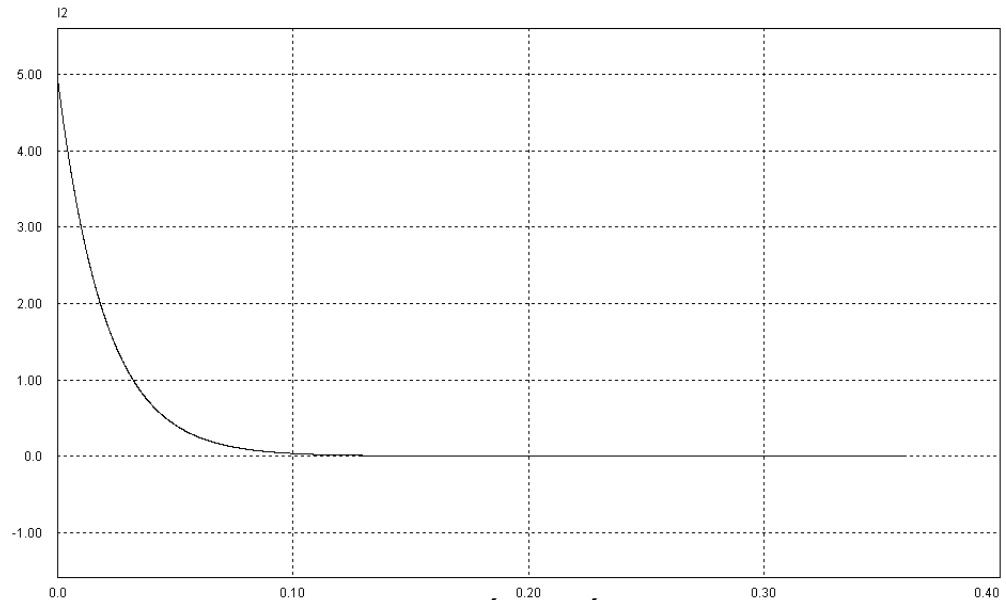
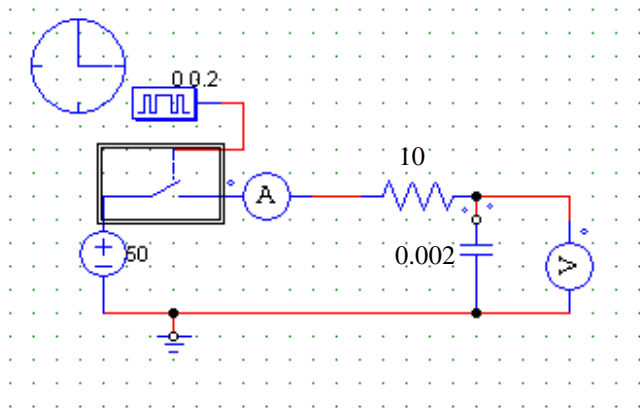
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Carga de un condensador



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

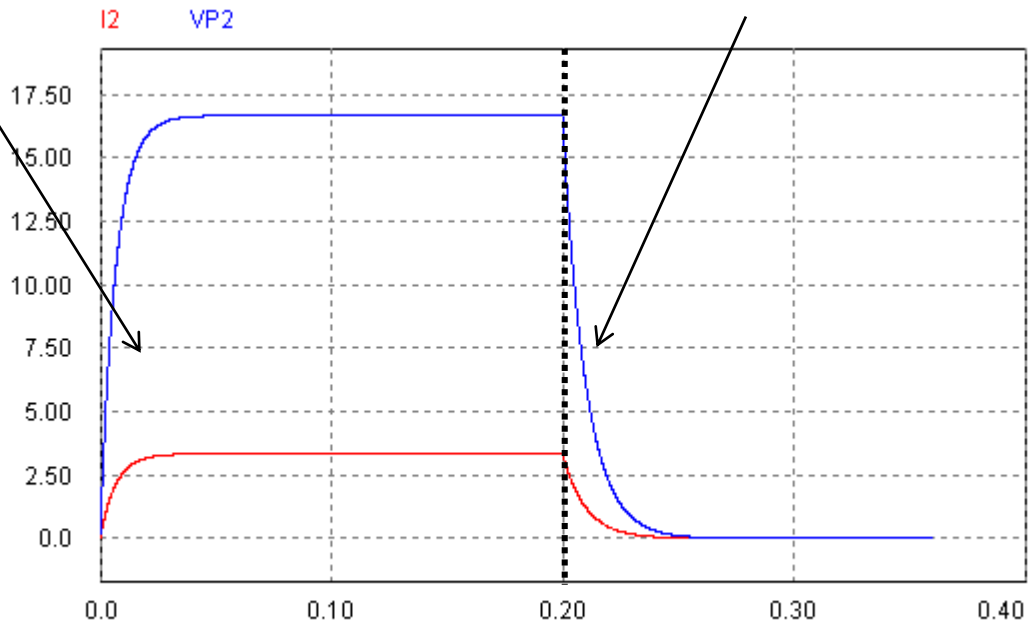
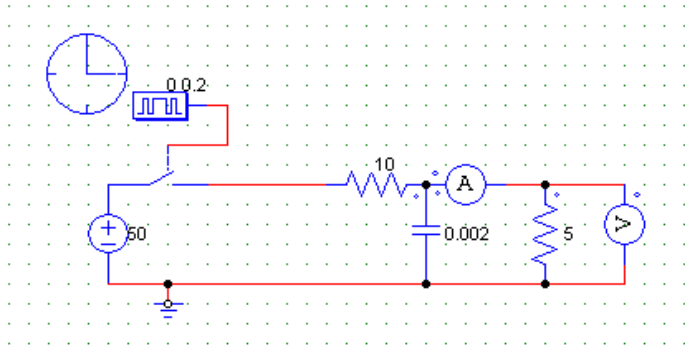
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE

# Carga y descarga de un condensador

Cierre interruptor

Apertura interruptor



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



# Potencia y energía

$$p(t) = u(t)i(t) = uC \frac{du}{dt}$$

La potencia puede ser  $>$  ó  $<$  que  $0 \Rightarrow$  el condensador absorbe o cede potencia

- Energía almacenada entre  $0$  y  $t$

$$W = \int_0^t p(t)dt = \int_0^t Cu \frac{du}{dt} dt = \frac{1}{2} Cu^2 \geq 0 \quad (\text{Suponiendo que } u(0)=0)$$

La energía almacenada es siempre mayor o igual que cero

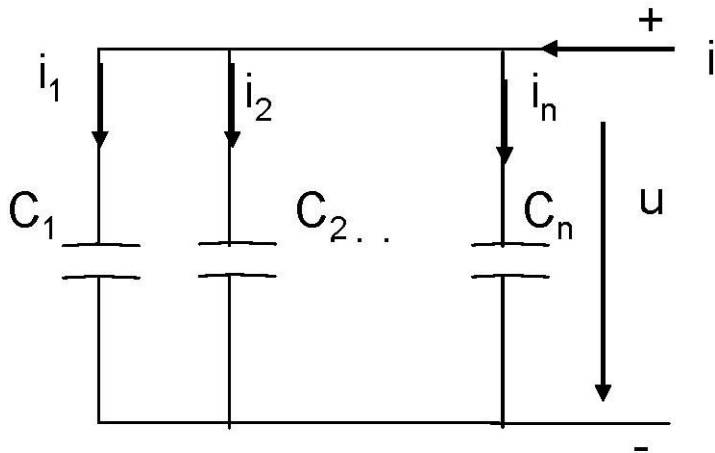
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Asociación de capacidades en paralelo



$$i = i_1 + i_2 + \dots + i_n$$

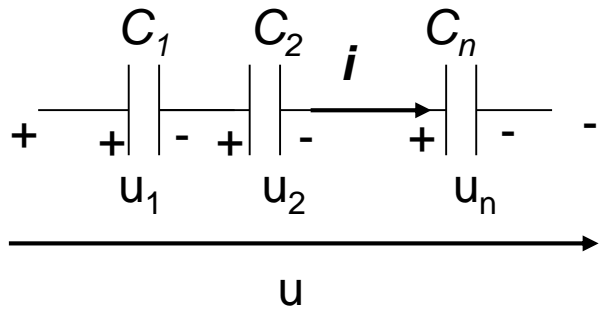
$$i_k = C_k \frac{du}{dt}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Asociación de capacidades en serie



$$u = u_1 + u_2 + \dots + u_n$$

$$\frac{du_k}{dt} = \frac{1}{C_k} i$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{du_1}{dt} + \frac{du_2}{dt} + \dots + \frac{du_n}{dt} = \frac{1}{C_1} i + \frac{1}{C_2} i + \dots + \frac{1}{C_n} i =$$

Cartagena99

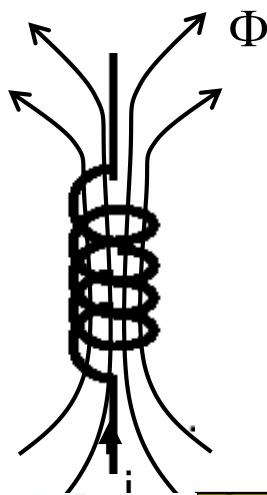
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Bobinas

Una bobina es un dispositivo capaz de almacenar potencia gracias al campo magnético generado.



- Al circular corriente por la bobina aparece un flujo magnético
- $\Phi$  depende de la corriente

$$N\Phi = Li$$

$L$ =Coeficiente de autoinducción de la bobina (o inductancia propia)

Cartagena99

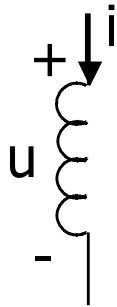
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Relación u/i

- Si  $i$  que recorre la bobina es variable en el tiempo  $\Rightarrow \Phi$  es variable  $\Rightarrow$  Se induce una f.e.m. que se opone al flujo (Faraday Lenz).



$$u = -e = N \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

$$N \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

An arrow points from the  $N \frac{d\Phi}{dt}$  term in this equation up to the corresponding term in the equation above.

Si  $i = \text{cte} \Rightarrow u = 0 \Rightarrow$  En corriente continua una bobina se comporta como un cortocircuito

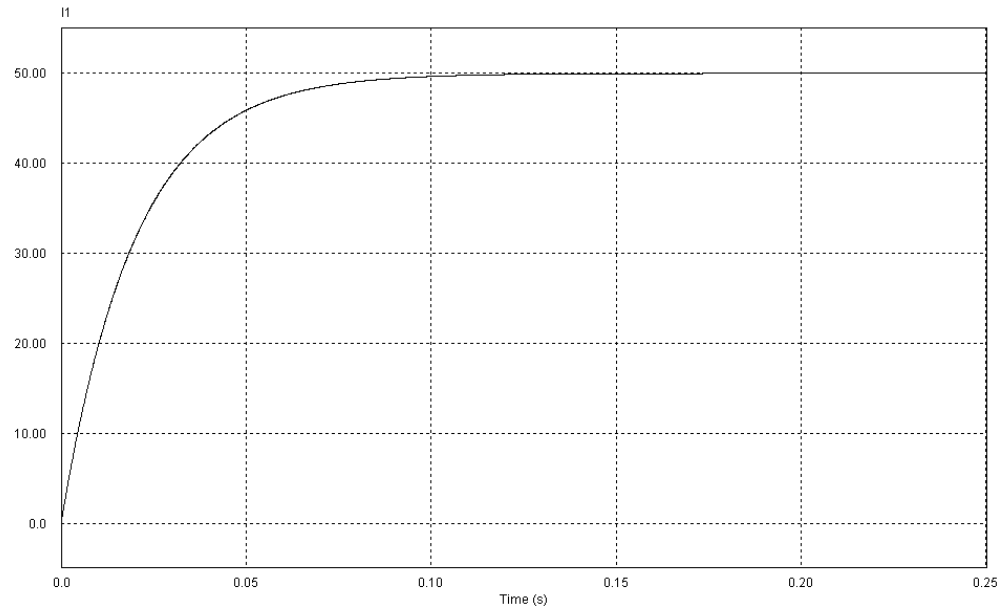
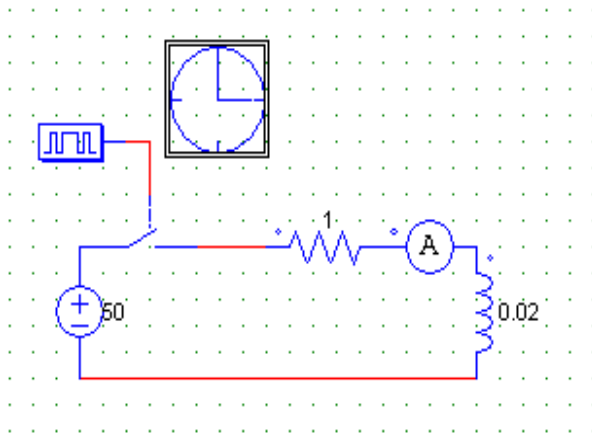
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Simulación conexión de una bobina en continua



Inicialmente, al aparecer la corriente,  $d\Phi/dt \uparrow \uparrow \Rightarrow u \uparrow \uparrow$ .  
Mucha oposición al paso

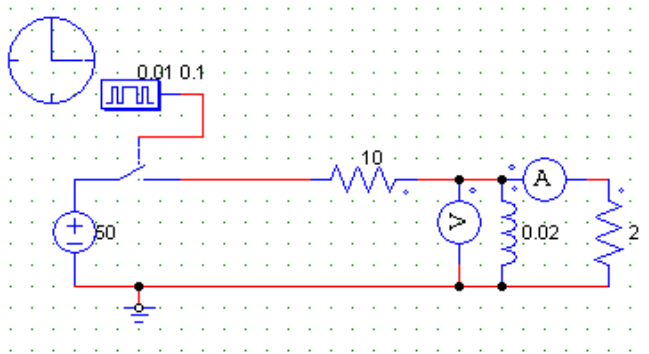
1- :  
**Cartagena99**

Al disminuir la resistencia aumenta el tiempo  
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

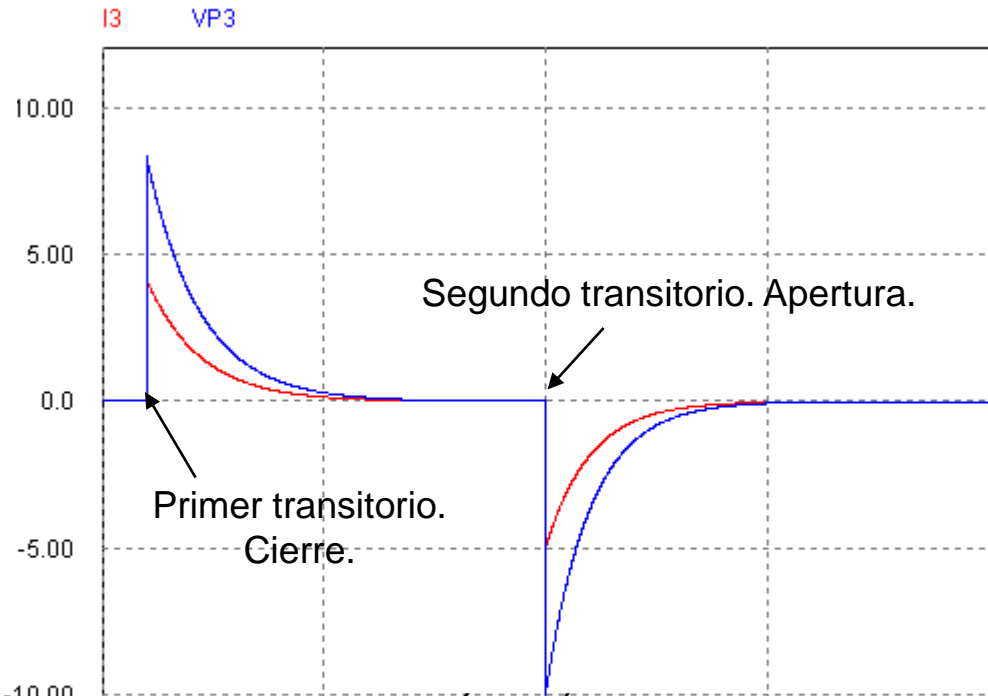
---  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

paso de i

# Carga y descarga de una bobina



1. Antes de cerrar:  $U_L=0$
2. Primer transitorio: La bobina se carga y entre sus terminales aparece tensión: por la resistencia circula corriente



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

corriente)

# Potencia y energía

$$p(t) = u(t)i(t) = Li \frac{di}{dt}$$

La potencia puede ser  $>$  ó  $<$  que  $0 \Rightarrow$   
la bobina absorbe o cede potencia

- Energía almacenada entre 0 y t

$$W = \int_0^t p(t)dt = \int_0^t Li \frac{di}{dt} dt = \frac{1}{2} Li^2 \geq 0 \quad (\text{Suponiendo que } i(0)=0)$$

La energía almacenada es siempre mayor o igual que cero. Si la

**Cartagena99**

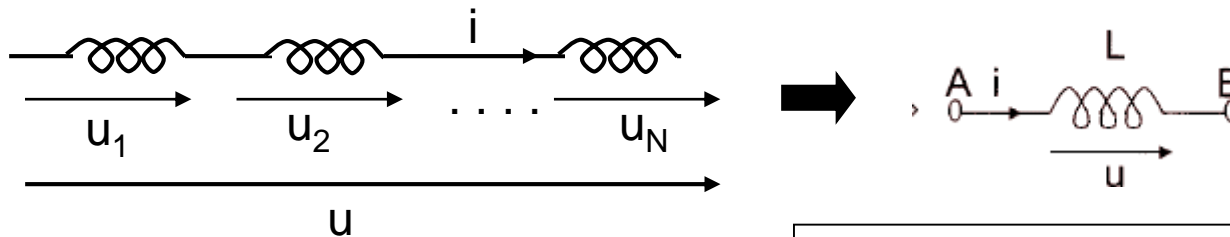
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

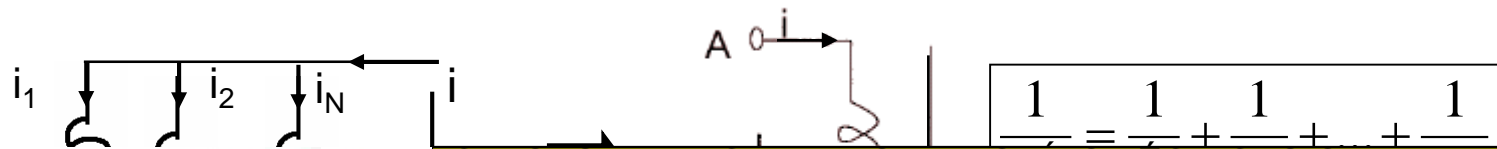
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# Asociación de bobinas en serie y en paralelo



$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_N = \sum_{k=1}^N L_k$$



$$\frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

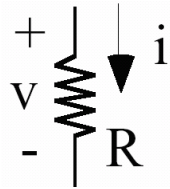
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

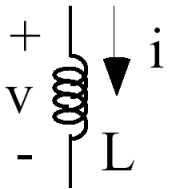
# Resumen elementos pasivos

- Resistencia



$$u(t) = Ri(t) \quad i(t) = Gu(t)$$

- Bobina



$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} \quad i = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(t) dt$$

- Condensador

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

## 3.2 Introducción. Representación de ondas sinusoidales mediante fasores

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

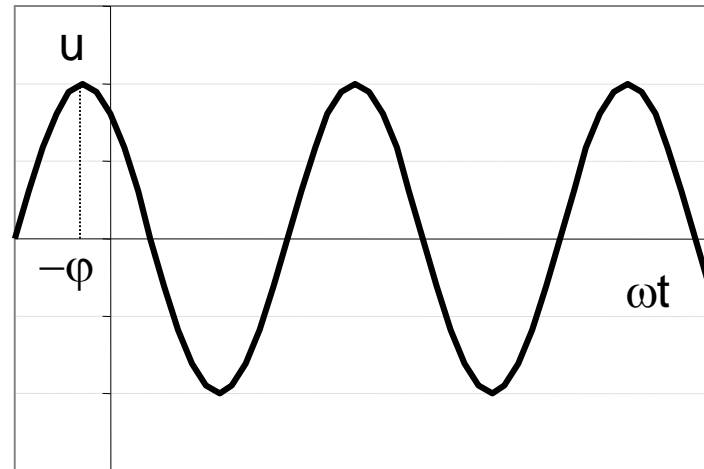
# Corriente alterna

## Corriente continua



$$u(t) = U_0$$

## Corriente alterna



$$u(t) = U_0 \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{o bien}$$

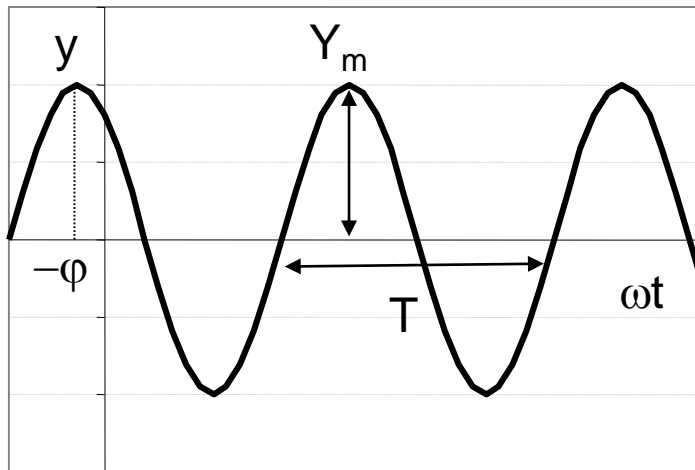
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Características de una onda sinusoidal



$$y(t) = Y_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

- $Y_m$  = Valor máximo = valor de pico = valor de cresta

Cartagena99

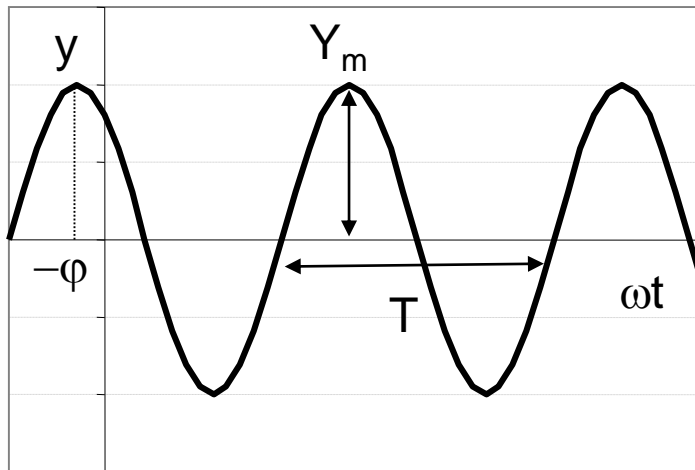
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

- $f$  = Frecuencia = número de ciclos que se describen por segundo =  $1/T$  [Hz]

# Características de una onda sinusoidal



$$y(t) = Y_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

- $\omega$  = Pulsación;  $\omega T = 2\pi \Rightarrow \omega = 2\pi f$  [rad s<sup>-1</sup>]

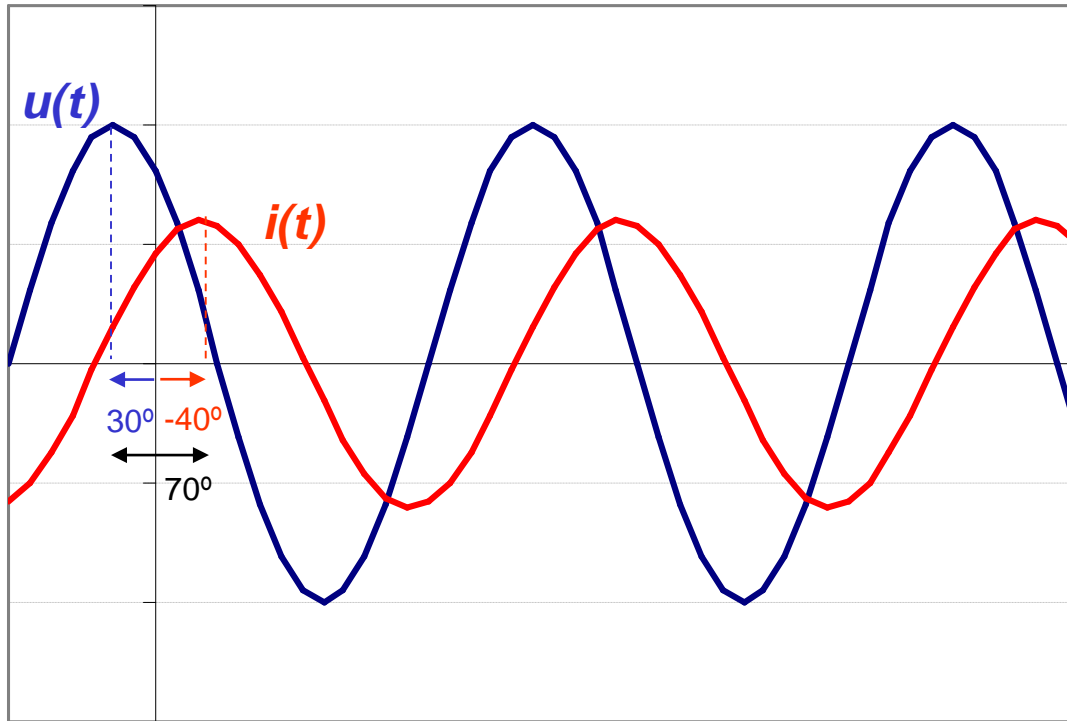
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Desfase relativo



$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi_i)$$

Desfase entre  $u$  e  $i$

$$\varphi = \varphi_U - \varphi_I$$

- $\varphi < 0$ ,  $u$  en retraso resp. a  $i$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

- $\varphi = 180^\circ$  en oposición

# Valor medio y valor eficaz

$$y(t) = Y_m \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

- Valor medio

$$Y_{medio} = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T Y_m \cos(\omega t + \varphi) dt = 0$$

- Valor eficaz

$$Y = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T y^2(t) dt} = \frac{Y_m}{\sqrt{2}}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# Resumen de notación

$$y(t) = Y_m \cdot \cos(\omega t + \varphi) = \sqrt{2}Y \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

- Valor instantáneo:  $y$
- Valor eficaz:  $Y$
- Valor máximo:  $Y_m$
- Fasor:  $\mathcal{Y}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

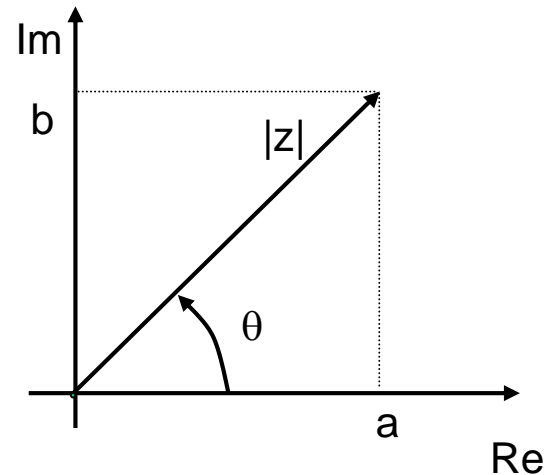
- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Repaso números complejos

$$j = \sqrt{-1} \quad j^2 = -1$$

$$z = \underbrace{a + bj}_{\text{binómica}} = \underbrace{|z| \angle \theta}_{\text{polar}} = \underbrace{|z| e^{j\theta}}_{\text{exponencial}}$$



Fórmula de Euler:

$$e^{\pm j\theta} = \cos \theta + j \operatorname{sen} \theta$$

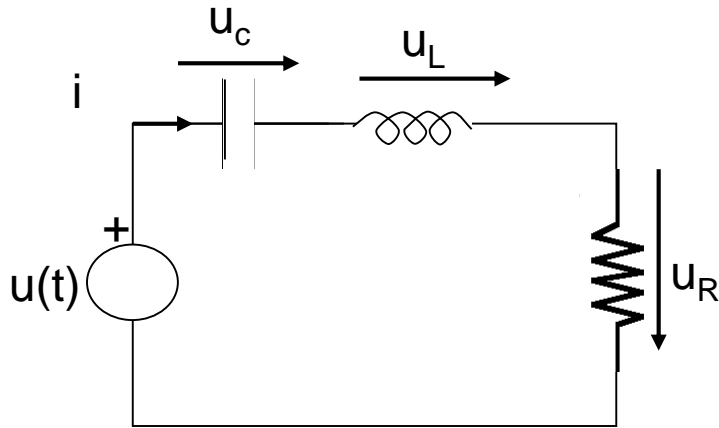
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Análisis de circuitos con excitación alterna



Conocemos  $u(t)$  y queremos calcular  $i(t)$

$$u(t) = u_C + u_L + u_R$$

$$u_C = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau \quad u_L = L \frac{di(t)}{dt} \quad u_R = Ri$$

$$u(t) = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i(\tau) d\tau + L \frac{di(t)}{dt} + Ri$$

Para obtener el valor de  $i(t)$  se debe resolver la ecuación diferencial:

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

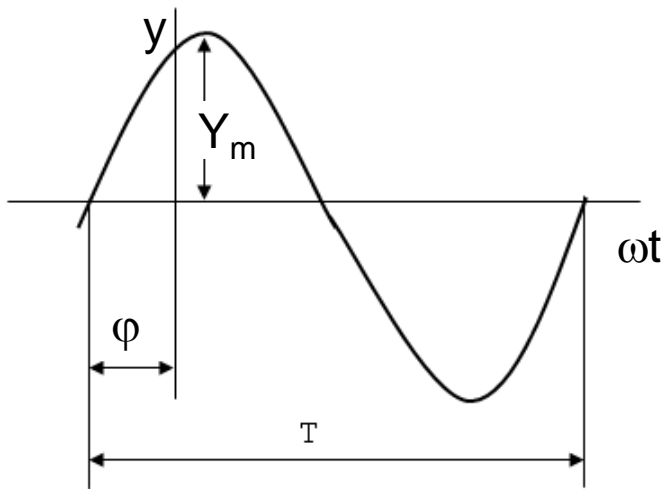
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

sistemas reales!

# Analogía senoides-fasores

En corriente alterna las tensiones y corrientes serán funciones sinusoidales del tipo:



$$y(t) = \sqrt{2Y} \cos(\omega t + \varphi)$$

Amplitud  
( $Y_m$ )

desfase respecto al  
origen

$$\omega = 2\pi f$$

viene impuesta por la  
fuente de alimentación

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Representación fasorial

$$y(t) = \sqrt{2}Y \cos(\omega t + \varphi)$$

Vamos a demostrar que existe una correspondencia entre una función sinusoidal  $y(t)$  y un número complejo  $\mathcal{Y}$  que se defina como:

$$\mathcal{Y} = Y \angle \varphi$$

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background with a white swoosh underneath, all contained within a yellow-bordered box.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Relación entre senoides y fasores

$$y(t) = \sqrt{2}Y \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\mathcal{Y} = Y | \varphi = Y e^{j\varphi} \quad \text{multiplicando por } e^{j\omega t}$$

$$Y e^{j\varphi} e^{j\omega t} = Y e^{j(\varphi + \omega t)} \stackrel{\substack{\uparrow \\ \text{relación de Euler}}}{=} Y (\cos(\varphi + \omega t) + j \text{sen}(\varphi + \omega t))$$

$$\sqrt{2} \mathbf{Re}(\mathcal{Y} e^{j\omega t}) = \sqrt{2} Y \cos(\varphi + \omega t)$$

Cartagena99

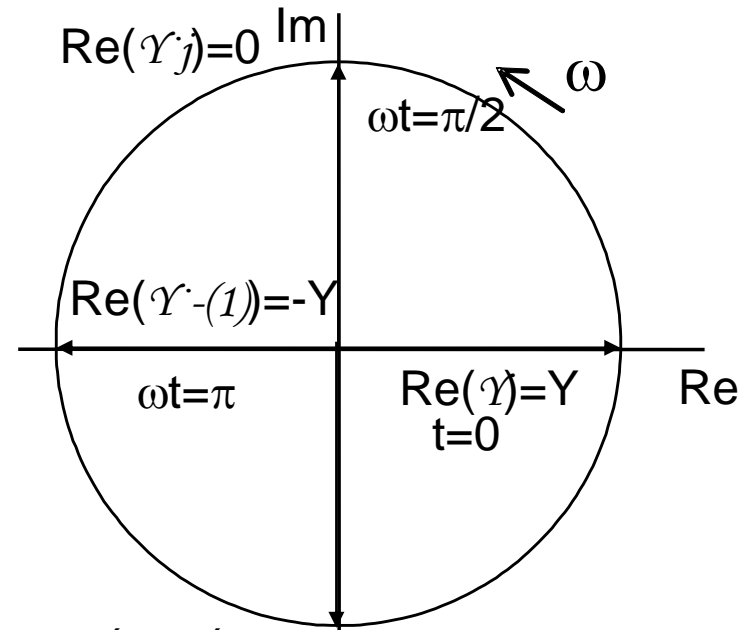
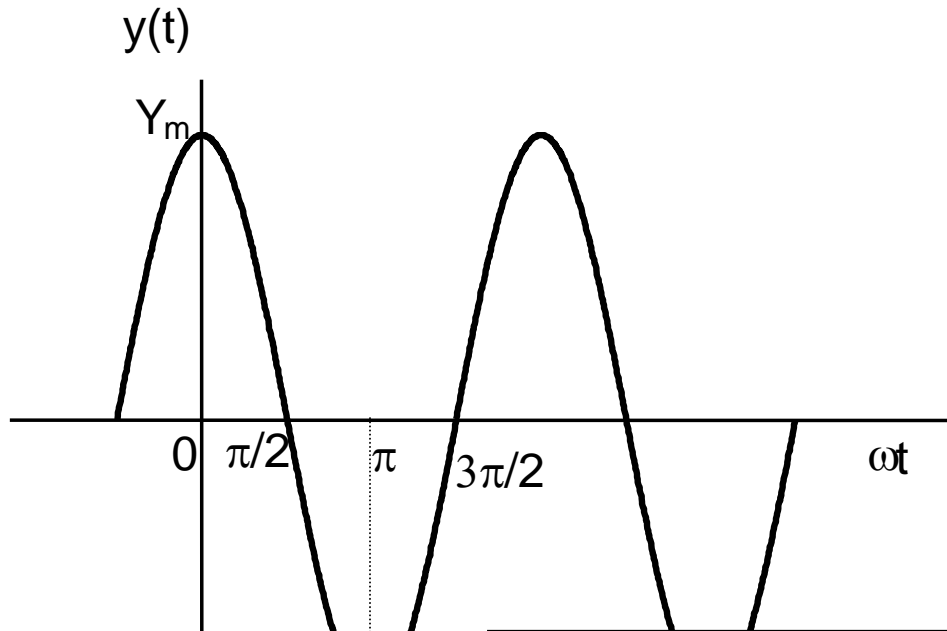
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Representación fasorial

Definimos un número complejo  $\gamma$  que gira en el plano complejo a velocidad  $\omega$  y vamos analizando cuanto vale su parte real en los distintos instantes de tiempo



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

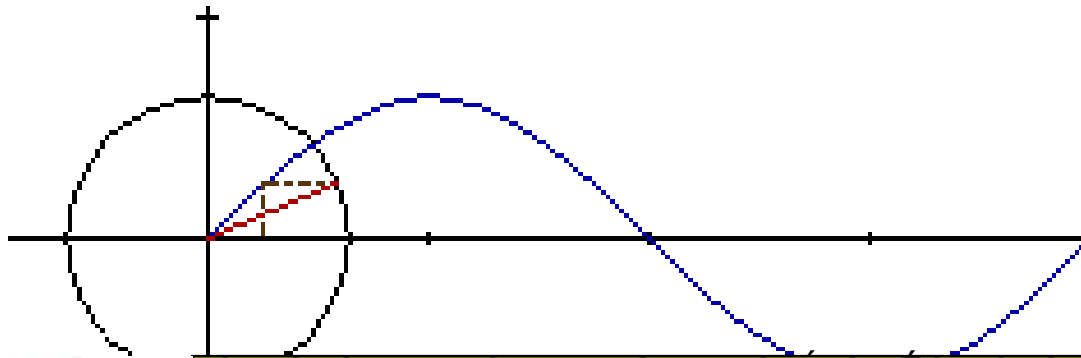
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$y(t) = \sqrt{2} I \cos \omega t$$

$$\sqrt{2} \operatorname{Re}(I e^{j(\varphi + \omega t)}) = \sqrt{2} I \cos(\varphi + \omega t)$$

# Analogía entre senoides y fasores giratorios

- Existe una correspondencia entre una función sinusoidal y un vector complejo.
- Una función sinusoidal es la proyección de un vector giratorio sobre uno de los ejes de un sistema coordenado (eje real y eje imaginario).



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

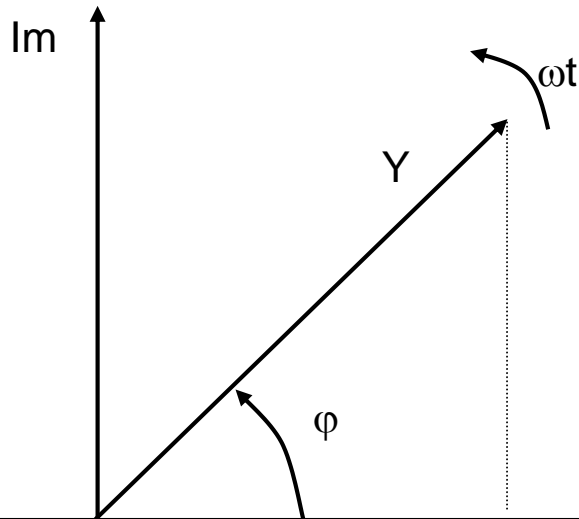
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# Definición de fasor

- Se denomina fasor a la cantidad compleja  $\mathcal{Y} = Y e^{j\varphi}$
- En corriente alterna representaremos las funciones sinusoidales  $u(t)$  e  $i(t)$  mediante fasores equivalentes.



$$\mathcal{Y} = Y \angle \varphi \quad \left( Y = \frac{Y_m}{\sqrt{2}} \right)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Relación entre senoides y fasores

$$y(t) = \sqrt{2}Y \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\mathcal{Y} = Y \mid \varphi = Y e^{j\varphi} \quad \text{multiplicando por } e^{j\omega t}$$

$$Y e^{j\varphi} e^{j\omega t} = Y e^{j(\varphi + \omega t)} \stackrel{\substack{\uparrow \\ \text{relación de Euler}}}{=} Y (\cos(\varphi + \omega t) + j \text{sen}(\varphi + \omega t))$$

$$\sqrt{2} \text{Re}(\mathcal{Y} e^{j\omega t}) = \sqrt{2}Y \cos(\varphi + \omega t)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Suma de sinusoides mediante sus fasores correspondientes

$$y_1(t) + y_2(t) = \sqrt{2}Y_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + \sqrt{2}Y_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$$

Fasores correspondientes  $\mathcal{Y}_1 = Y_1 \angle \varphi_1$        $\mathcal{Y}_2 = Y_2 \angle \varphi_2$

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \operatorname{Re}(\mathcal{Y}_1 e^{j\omega t}) + \sqrt{2} \operatorname{Re}(\mathcal{Y}_2 e^{j\omega t}) &= \sqrt{2} \operatorname{Re}(\mathcal{Y}_1 e^{j\omega t} + \mathcal{Y}_2 e^{j\omega t}) = \\ &= \sqrt{2} \operatorname{Re}((\mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_2) e^{j\omega t}) = \sqrt{2}Y \cos(\omega t + \varphi) \end{aligned}$$

Cartagena99

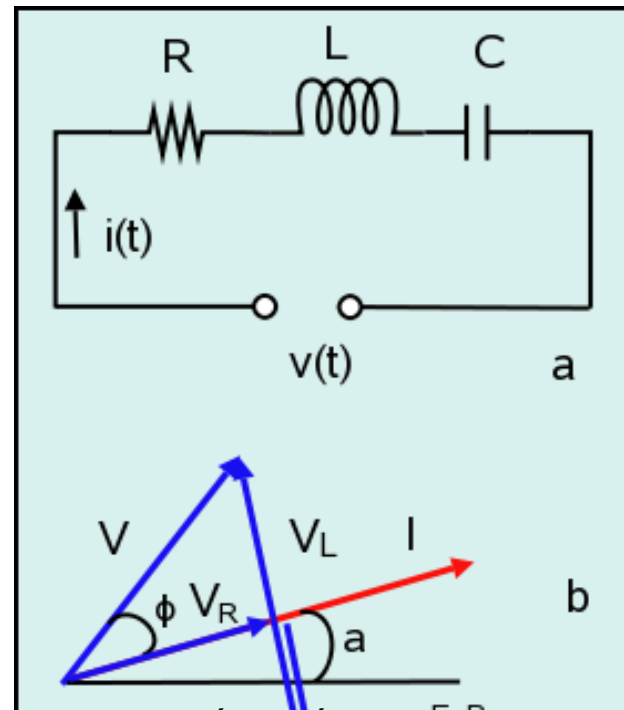
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Diagrama fasorial

Diagrama en el que se representan los fasores correspondientes de las tensiones y corrientes de un circuito en el plano complejo



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# 3.3. Respuesta de los elementos pasivos a una excitación de tipo sinusoidal. Impedancia y admitancia

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Relación entre senoides y fasores

$$y(t) = \sqrt{2}Y \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\mathcal{Y} = Y \mid \varphi = Y e^{j\varphi} \quad \text{multiplicando por } e^{j\omega t}$$

$$Y e^{j\varphi} e^{j\omega t} = Y e^{j(\varphi + \omega t)} \stackrel{\substack{\uparrow \\ \text{relación de Euler}}}{=} Y (\cos(\varphi + \omega t) + j \text{sen}(\varphi + \omega t))$$

$$\sqrt{2} \text{Re}(\mathcal{Y} e^{j\omega t}) = \sqrt{2}Y \cos(\varphi + \omega t)$$

Cartagena99

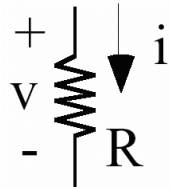
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Resumen elementos pasivos

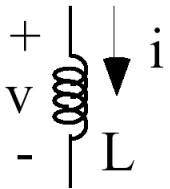
- Resistencia



$$u(t) = Ri(t)$$

$$i(t) = Gu(t)$$

- Bobina



$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

$$i = i(t_0) + \frac{1}{L} \int_{t_0}^t u(t) dt$$

- Condensador

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Respuesta de los elementos pasivos

- Vamos a analizar la respuesta de los tres elementos pasivos (resistencia, inductancia y capacidad) a una excitación sinusoidal en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia.
- Imaginemos que conocemos la corriente que circula por cada uno de ellos, que es de la forma:

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_i)$$

- Y queremos calcular la tensión entre sus terminales.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# Respuesta de los elementos pasivos

- A partir de las relaciones entre  $u(t)$  e  $i(t)$  en cada uno de los elementos pasivos determinaremos su respuesta.
- Buscamos encontrar los valores de  $U$  y  $\varphi_u$  en función de  $I$ ,  $\varphi_i$  y los valores de los parámetros  $R$ ,  $L$  y  $C$ .
- Los fasores corriente y tensión son:

$$I = I \angle \varphi_i$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos(\omega t + \varphi_i) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(I e^{j\omega t})$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Resistencia

$$u = Ri$$

$$u(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(Ue^{j\omega t})$$

$$i(t) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(Ie^{j\omega t})$$

$$\operatorname{Re}(Ue^{j\omega t}) = R \operatorname{Re}(Ie^{j\omega t}) = \operatorname{Re}(RIe^{j\omega t})$$

$$R \in \operatorname{Re}$$

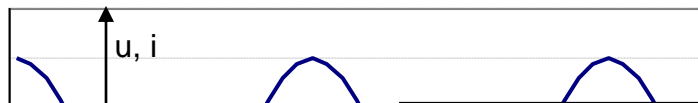
$$\boxed{U = RI}$$

$$\Rightarrow U|_{\varphi_U} = R|_{\varphi_i}$$

$$U = RI$$

$$\varphi_u = \varphi_i$$

En una resistencia la  
tensión y la intensidad  
están **en fase**



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Bobina

$$\left. \begin{aligned}
 u &= L \frac{di}{dt} \\
 u(t) &= \sqrt{2} \operatorname{Re}(Ue^{j\omega t}) \\
 i(t) &= \sqrt{2} \operatorname{Re}(Ie^{j\omega t})
 \end{aligned} \right\} \frac{di}{dt} = \frac{d}{dt} \sqrt{2} \operatorname{Re}(Ie^{j\omega t}) = \operatorname{Re} \left( \sqrt{2} I \frac{d}{dt} e^{j\omega t} \right) = \operatorname{Re}(\sqrt{2} I j \omega e^{j\omega t})$$

$I$  no depende del tiempo

$$u = L \frac{di}{dt} \Rightarrow \operatorname{Re}(Ue^{j\omega t}) = L \operatorname{Re}(I j \omega e^{j\omega t}) = \operatorname{Re}(L I j \omega e^{j\omega t})$$

$L \in \operatorname{Re}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

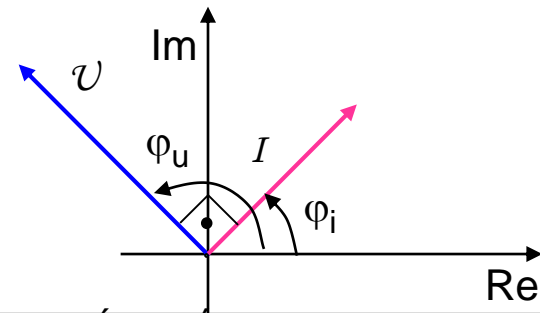
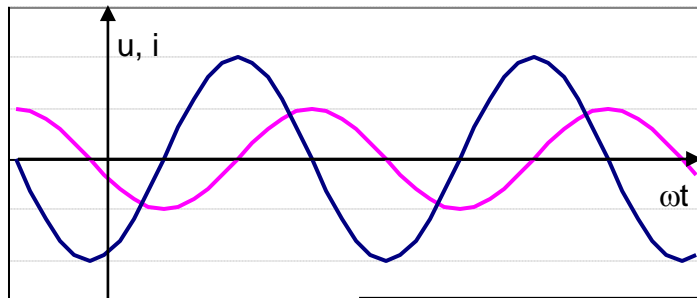
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Bobina

$$U \angle \varphi_u = \omega L I \angle \varphi_i + 90^\circ \quad \left\{ \begin{array}{l} U = \omega L I \\ \varphi_u = \varphi_i + 90^\circ \end{array} \right.$$

En una bobina la tensión está **adelantada**  $90^\circ$  respecto a la corriente

$$(\varphi_u > \varphi_i)$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Condensador

$$\left. \begin{aligned} i &= C \frac{du}{dt} \\ u(t) &= \sqrt{2} \operatorname{Re}(Ue^{j\omega t}) \\ i(t) &= \sqrt{2} \operatorname{Re}(Ie^{j\omega t}) \end{aligned} \right\} \frac{du}{dt} = \frac{d}{dt} \sqrt{2} \operatorname{Re}(Ue^{j\omega t}) = \sqrt{2} \operatorname{Re} \left( U \frac{d}{dt} e^{j\omega t} \right) = \sqrt{2} \operatorname{Re}(Uj\omega e^{j\omega t})$$

$U$  no depende del tiempo

$$i = C \frac{du}{dt} \Rightarrow \operatorname{Re}(Ie^{j\omega t}) = \operatorname{Re}(Uj\omega Ce^{j\omega t}) \Rightarrow \boxed{I = Uj\omega C}$$

$C \in \operatorname{Re}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

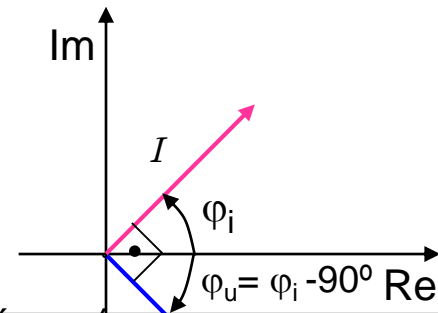
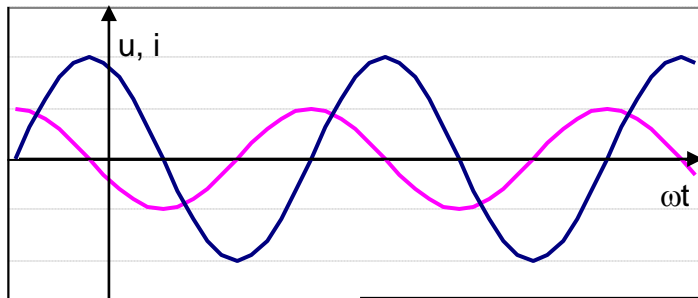
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Condensador

$$U \angle \varphi_u = \frac{1}{\omega C} I \angle \varphi_i - 90^\circ \begin{cases} U = \frac{1}{\omega C} I \\ \varphi_u = \varphi_i - 90^\circ \end{cases}$$

En un condensador la tensión está **retrasada**  $90^\circ$  respecto a la corriente

$$(\varphi_u < \varphi_i)$$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

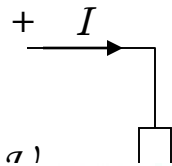
# Impedancia compleja

- Las relaciones fasoriales  $U=f(I)$  en los elementos pasivos son:

Resistencia	Bobina	Condensador
$V = RI$	$V = j\omega LI$	$V = \frac{-j}{\omega C} I$

El fasor tensión puede expresarse como el producto de una cantidad compleja por el fasor corriente.

- Impedancia:** Cociente entre el fasor tensión y el fasor corriente



Se verifica la "Ley de Ohm en notación fasorial"

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

del tiempo

# Impedancia

Resistencia

$$Z_R = R$$

Bobina

$$Z_L = j\omega L$$

Condensador

$$Z_C = \frac{-j}{\omega C}$$

$$Z = R + jX \begin{cases} \text{Re}(Z) = R \text{ componente resistiva: "Resistencia"} \\ \text{Im}(Z) = X \text{ componente reactiva: "Reactancia"} \end{cases} \begin{cases} X_L = \omega L > 0 \\ X_C = -\frac{1}{\omega C} < 0 \end{cases}$$

$Z$ ,  $R$  y  $X$  se expresan en  $[\Omega]$

The logo for Cartagena99, featuring the text 'Cartagena99' in a stylized font with a blue and orange gradient background.

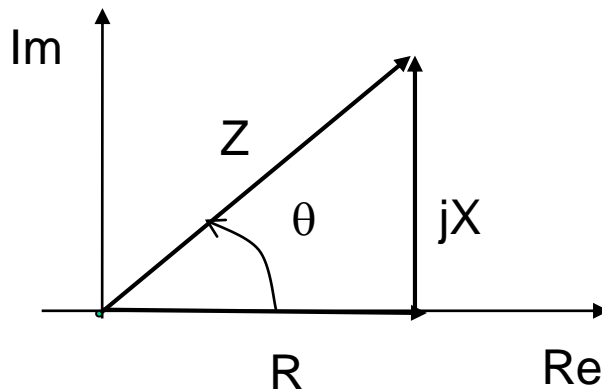
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# Triángulo de impedancias



$$Z = R + jX$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \theta = \arctg \frac{X}{R}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Impedancia y admitancia

$$Z = R + jX$$

Admitancia  $\gamma = \frac{1}{Z} = G + jB$   $\begin{cases} \text{Re}(\gamma) = G & \text{“Conductancia”} \\ \text{Im}(\gamma) = B & \text{“Susceptancia”} \end{cases}$

$\gamma$ , G y B se expresan en [S]

Resistencia Inductiva Capacitancia  
**Cartagena99**

Resistencia Inductiva Capacitancia  
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---  
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Lemas de Kirchhoff en forma fasorial

- Primer Lema de Kirchhoff: La suma algebraica de los fasores corriente en un nudo es igual a cero.

$$\sum I = 0$$

- Segundo Lema de Kirchhoff: En un lazo o malla, la suma de las elevaciones de tensión de los generadores, expresadas en forma fasorial, es igual a la suma de las caídas de tensión en las impedancias complejas.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Asociación de impedancias en serie y en paralelo

- En régimen sinusoidal permanente es posible agrupar elementos pasivos de distinta naturaleza (resistencias, inductancias y/o capacidades) una vez que cada uno de ellos ha sido caracterizado por su impedancia correspondiente.
- Las reglas para determinar las impedancias equivalentes de combinaciones de elementos pasivos, son idénticas a las estudiadas para los elementos resistivos, sustituyendo

Cartagena99

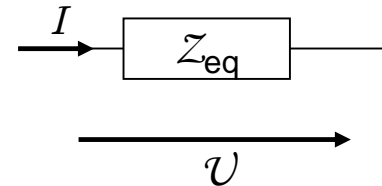
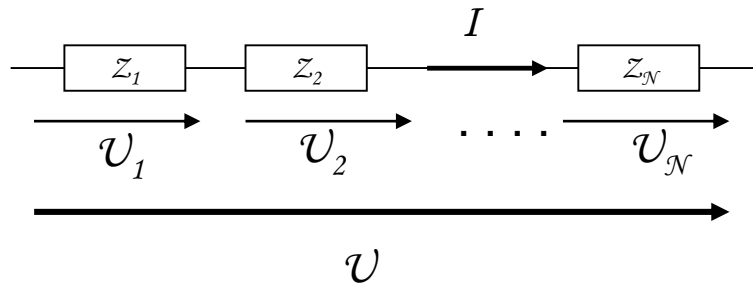
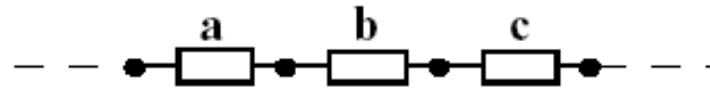
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Asociación de impedancias en serie

- Se dice que dos o más impedancias están en serie si por ellas circula la misma intensidad.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

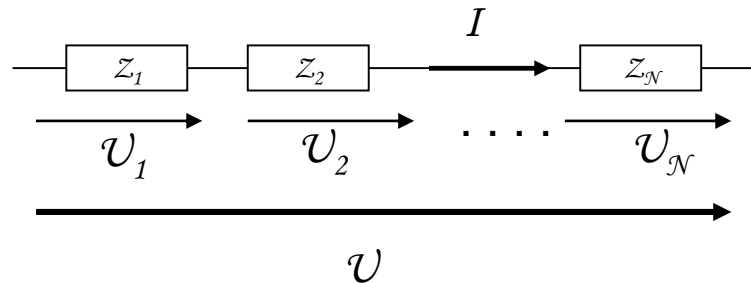
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n$$

# Divisor de tensión

- La tensión que cae en cada impedancia es directamente proporcional al valor de ésta.



$$V_k = Z_k I = Z_k \frac{V}{Z_1 + Z_2 + \dots + Z_N} = \frac{Z_k}{Z} V$$

Cartagena99

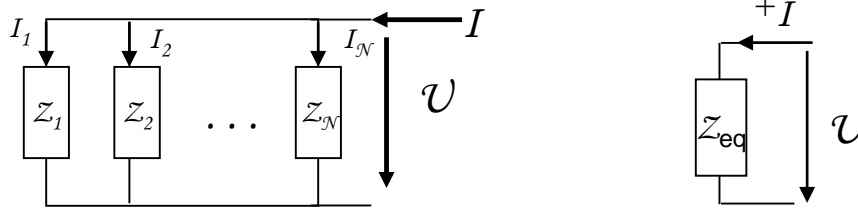
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Asociación de impedancias en paralelo

- Se dice que dos o más elementos están en paralelo si están sometidos a la misma tensión



$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_N = \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n} \right) V = \left( \frac{1}{Z_{eq}} \right) V$$

$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n}$
--

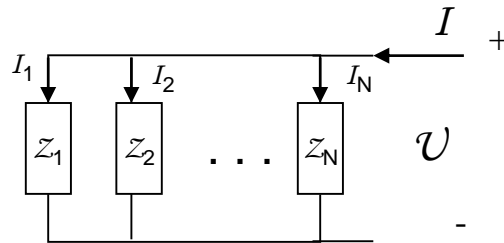
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Divisor de corriente



$$I_1 = V Y_1$$

$$V = \frac{I}{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n}$$

$$I_1 = \frac{Y_1}{Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n} I$$

$$I_k = \frac{\frac{1}{z_k}}{\frac{1}{z_{eq}}} I = \frac{Y_k}{Y_{eq}} I$$

**Cartagena99**

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

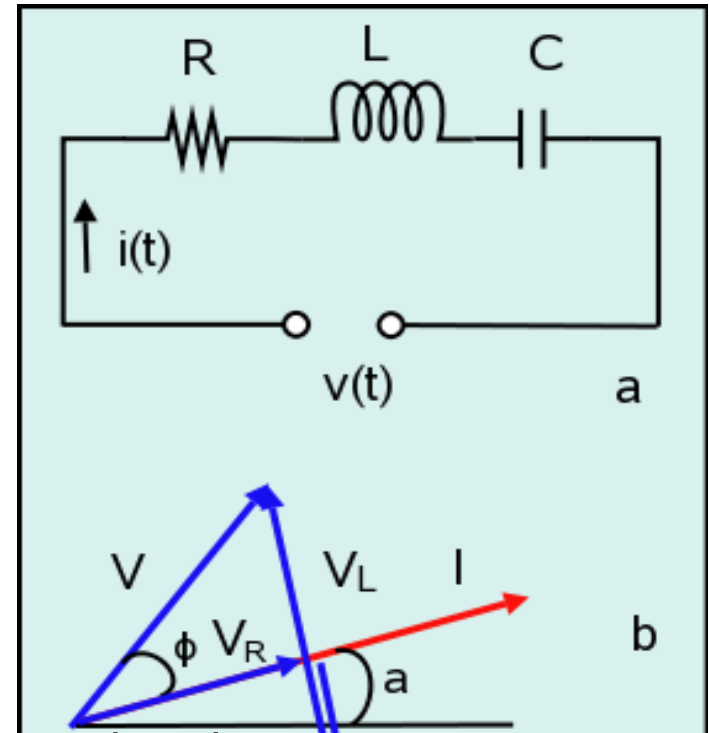
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



# Diagramas fasoriales

- El diagrama fasorial de un circuito es la representación de sus fasores tensión y corriente en el plano complejo.
- En ocasiones los diagramas fasoriales ayudan en el análisis de los circuitos



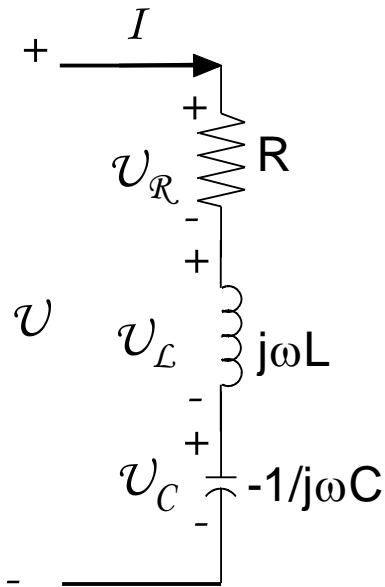
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

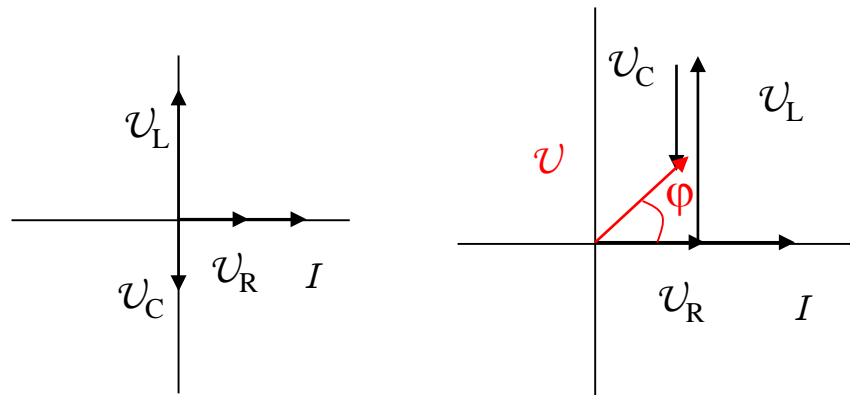
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Diagrama fasorial: circuito RLC serie



En un circuito serie tomamos  $I$  como origen de fases

$$I = I \angle 0^\circ$$



$$v_R = RI = RI \angle 0^\circ = U_R \angle 0^\circ$$

- $U_L > U_C \Rightarrow \varphi > 0$  circuito inductivo.
- $U_L < U_C \Rightarrow \varphi < 0$  circuito capacitivo.
- $U_L = U_C \Rightarrow \varphi = 0$  circuito resonante.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

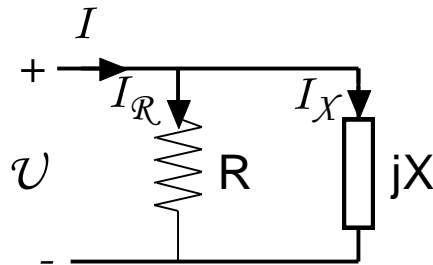
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ω ω

ω

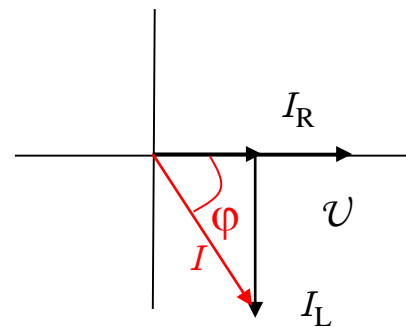
# Diagrama fasorial: circuito RX paralelo

En un circuito paralelo tomamos  $v$  como origen de fases:  $v = U \angle 0^\circ$

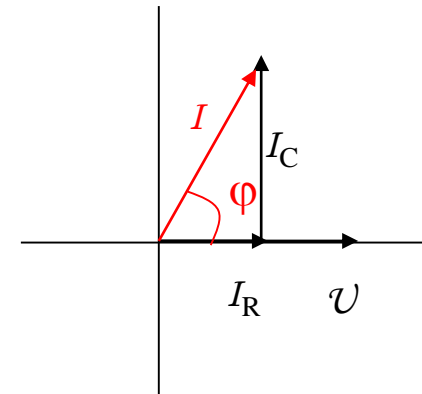


$$I_R = \frac{v}{R} = \frac{U}{R} \angle 0^\circ$$

Bobina



Condensador



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

## 3.4. Resolución de circuitos en corriente alterna

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Análisis de circuitos alimentados en C.A.

- Se sustituye el circuito en el dominio del tiempo por un circuito en el dominio de la frecuencia.
  - Los elementos pasivos se sustituyen por sus impedancias complejas correspondientes.
  - Las corriente y tensiones en el dominio del tiempo se sustituyen por sus fasores correspondientes.
- Se aplican los lemas de Kirchhoff en forma fasorial.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Lemas de Kirchhoff en forma fasorial

- Primer Lema de Kirchhoff: La suma algebraica de los fasores corriente en un nudo es igual a cero.

$$\sum I = 0$$

- Segundo Lema de Kirchhoff: En un lazo o malla, la suma de las elevaciones de tensión de los generadores, expresadas en forma fasorial, es igual a la suma de las caídas de tensión en las impedancias complejas

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Métodos de resolución de circuitos

- Todos los métodos estudiados para la resolución de circuitos alimentados en corriente continua, son directamente aplicables a circuitos alimentados en alterna, trabajando en el dominio de la frecuencia.
  - Método de las corrientes de malla.
  - Principio de superposición: Especialmente útil cuando en un circuito existen fuentes de distinta frecuencia que actúan simultáneamente.
  - Teoremas de Thevenin y Norton.

Cartagena99

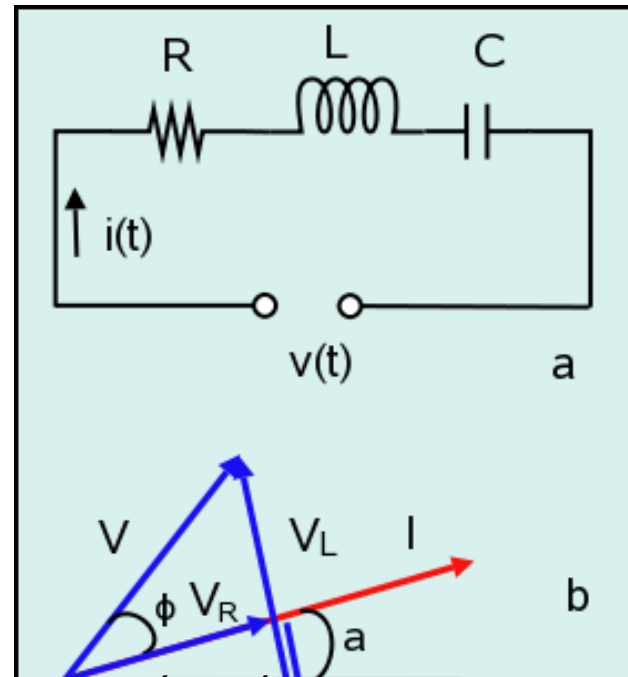
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Diagramas fasoriales

- En muchas ocasiones la representación de las tensiones y corrientes de un circuito en diagramas fasoriales es de gran ayuda a la hora de resolver circuitos alimentados en corriente alterna.



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



## 3.5 Potencia en alterna

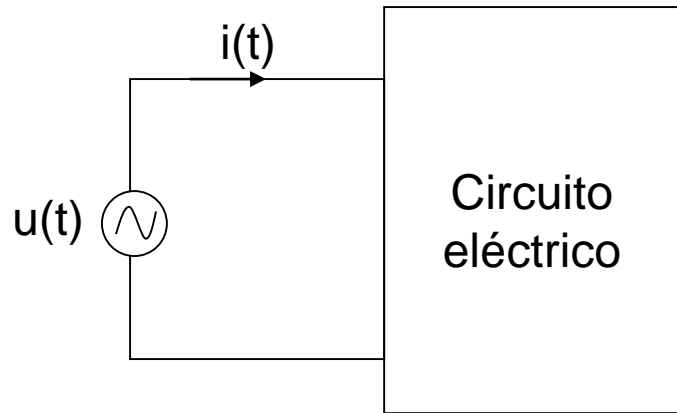
The logo for Cartagena99 features the text "Cartagena99" in a stylized, dark green font. The "99" is significantly larger and more prominent than the "Cartagena" part. The text is set against a light blue background that tapers to the right, and a horizontal orange bar is positioned below the text.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Potencia en un circuito de C.A.



$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos \omega t$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

Tomaremos la tensión como origen de fases.

- Si  $\varphi > 0$  ( $i$  retrasada respecto a  $u$ ): Carga inductiva

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Potencia instantánea

$$p(t) = u(t)i(t) = 2UI \cos \omega t \cos(\omega t - \varphi) =$$

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2}(\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta))$$

$$= 2UI \frac{1}{2}(\cos(2\omega t - \varphi) + \cos \varphi) = \underbrace{UI \cos \varphi}_{\text{término constante}} + \underbrace{UI \cos(2\omega t - \varphi)}_{\text{término fluctuante de frecuencia doble que } u \text{ e } i}$$

Cartagena99

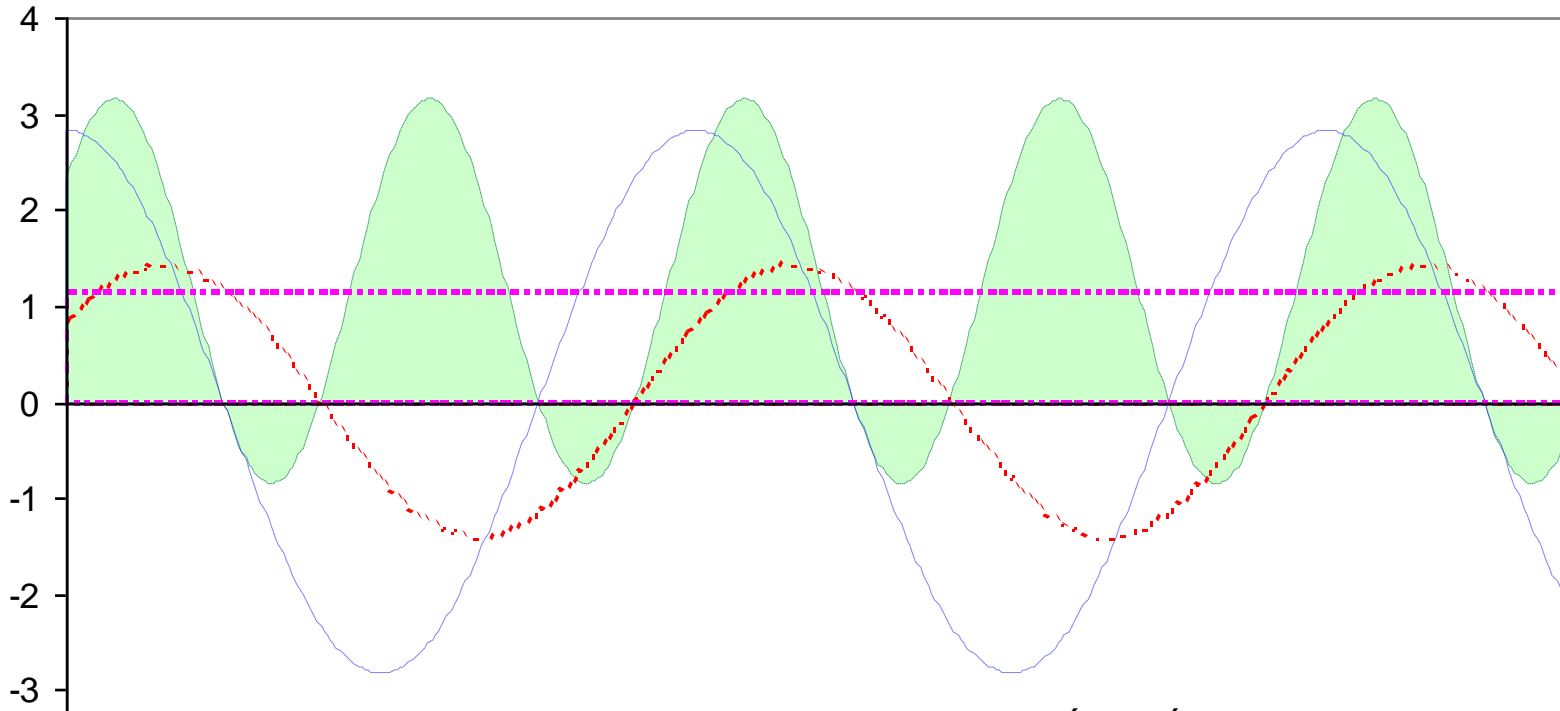
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Potencia instantánea

V,A,W



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Potencia instantánea

Signo de la potencia

$$i > 0 \text{ y } u > 0 \Rightarrow p > 0$$

$$i > 0 \text{ y } u < 0 \Rightarrow p < 0$$

$$i < 0 \text{ y } u < 0 \Rightarrow p > 0$$

$$i < 0 \text{ y } u > 0 \Rightarrow p < 0$$

¿Cómo puede ocurrir que una carga a veces absorba y otras ceda potencia?...

Las bobinas y los condensadores consumen potencia en determinados instantes ( $p > 0$ ) y luego la devuelven a la fuente ( $p < 0$ )

The logo for Cartagena99, featuring the text 'Cartagena99' in a stylized font with a blue and orange gradient background.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Potencia media

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T [U \cdot I \cdot \cos \varphi + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi)] dt =$$
$$= U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

La potencia instantánea se puede expresar como la suma de una potencia media y una potencia fluctuante

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# Potencia activa y reactiva

$$p(t) = P + U \cdot I \cdot \cos(2\omega t - \varphi) =$$

$\uparrow$   
 $\cos(\alpha - \beta) = (\cos \alpha \cos \beta + \text{sen} \alpha \text{sen} \beta)$

$$= P + U \cdot I \cdot \cos \varphi \cdot \cos 2\omega t + U \cdot I \cdot \text{sen} \varphi \cdot \text{sen} 2\omega t$$

## Definición:

Potencia media = potencia activa

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$$

Potencia reactiva  $Q = U \cdot I \cdot \text{sen} \varphi$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



# Potencia instantánea

$$p(t) = P(1 + \cos(2\omega t)) + Q\text{sen}(2\omega t)$$

- La potencia instantánea absorbida o generada por un circuito consta de dos términos:
  - Término constante:  $P = \text{POTENCIA ACTIVA}$ , igual al valor medio de la potencia instantánea.
  - Término oscilante de pulsación  $2\omega$ , que a su vez se descompone en dos sumandos:
    - Amplitud  $P$  y pulsación  $2\omega$   $P \cos 2\omega t$
    - Amplitud  $Q$ , pulsación  $2\omega$ , retrasado  $90^\circ$   $Q \text{sen} 2\omega t$

• Amplitud de la potencia fluctuante: “Potencia aparente”

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Resumen

- Potencia activa:  $P = U \cdot I \cdot \cos \varphi$  [W]
- Potencia reactiva:  $Q = U \cdot I \cdot \text{sen} \varphi$  [VAr]
- Potencia aparente:  $S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$  [VA]
- Factor de potencia:  $f.p. = \frac{P}{S} = \cos \varphi$   $0 < f.p. \leq 1$

$\varphi$  = argumento impedancia compleja

Cartagena99

CLÁSES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Potencia en una resistencia

$$Z_R = R$$

$$U = RI \begin{cases} \varphi = 0^\circ \\ U = RI \end{cases}$$

$$u(t) = \sqrt{2}U \cos \omega t$$

$$i(t) = \sqrt{2}I \cos \omega t$$

$$P_R = UI \cos \varphi = UI = RI^2$$

$$Q_R = UI \sin \varphi = 0$$

$$S_R = UI = P_R$$

Una resistencia  
únicamente consume  
potencia activa

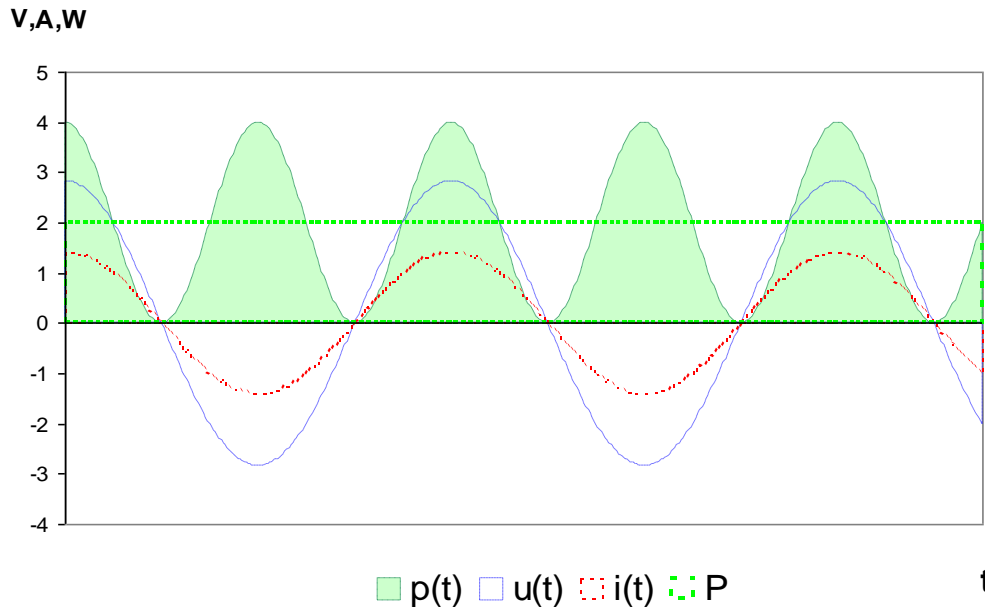
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Potencia en una resistencia



$$p(t)_R = P_R (1 + \cos 2\omega t)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Potencia en una bobina

$$Z_L = j\omega L$$

$$U = j\omega L I \Rightarrow I = \frac{U}{j\omega L} = \frac{U}{\omega L} \angle -90^\circ \quad I \text{ retrasada } 90^\circ \text{ respecto a } U$$

$$U = L\omega I \quad \varphi = 90^\circ$$

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos \omega t$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

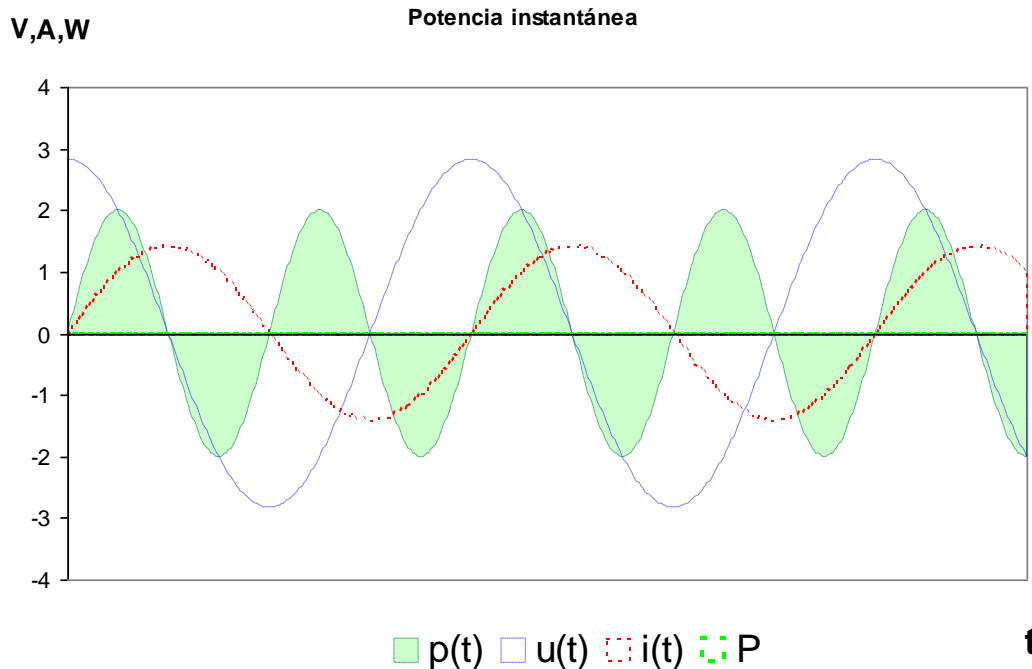
$$P_L = UI \cos \varphi = 0$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Potencia en una bobina



$$p(t)_L = Q_L(\text{sen}2\omega t)$$

- La potencia instantánea oscila en torno a 0: hay un intercambio

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Potencia en un condensador

$$Z_c = \frac{1}{j\omega C}$$

I adelantada 90° respecto a U

$$U = \frac{1}{j\omega C} I \Rightarrow I = \frac{U}{\frac{1}{j\omega C}} = U\omega C \angle 90^\circ$$

$$U = \frac{1}{\omega C} I \quad \varphi = -90^\circ$$

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos \omega t$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

$$P_c = UI \cos \varphi = 0$$

$$Q_c = UI \sin \varphi = -UI = -\frac{1}{\omega C} I^2 = -X_c I^2 < 0$$

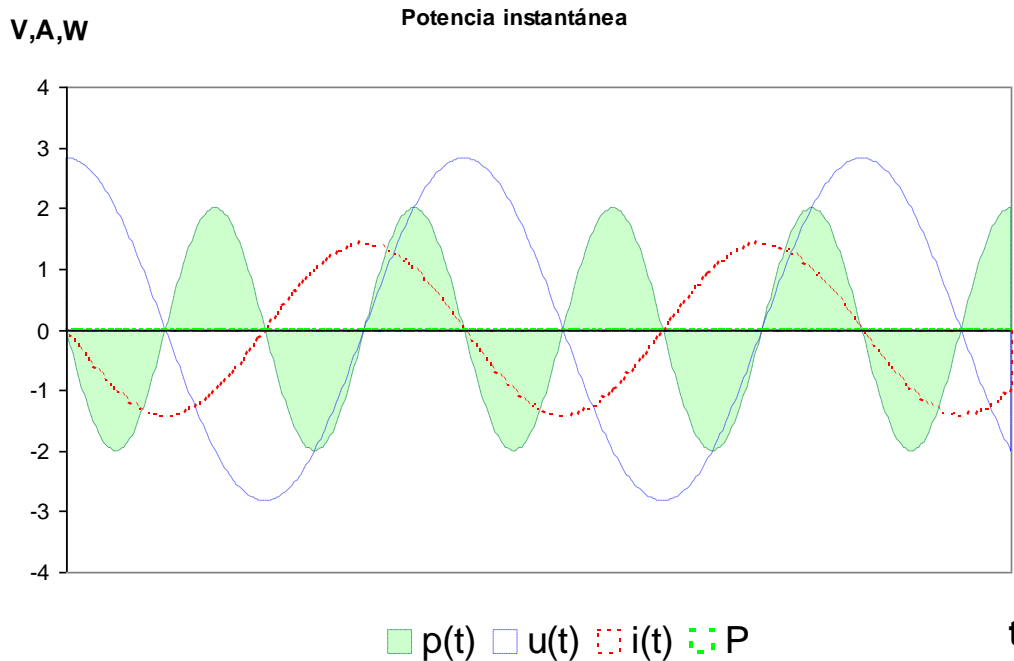
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Potencia en un condensador



$$p(t)_C = Q_C(\text{sen}2\omega t)$$

- La potencia instantánea oscila en torno a 0: hay un intercambio entre la fuente y el condensador.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



# Conclusión P y Q

- P representa el consumo de potencia en las resistencias (P es el valor medio de la potencia disipada).
- Q representa un intercambio de potencia entre las bobinas y condensadores y la fuente (Q es una amplitud de la potencia intercambiada).
  - $Q_C < 0 \Rightarrow$  un condensador cede potencia reactiva
  - $Q_L > 0 \Rightarrow$  una bobina consume potencia reactiva

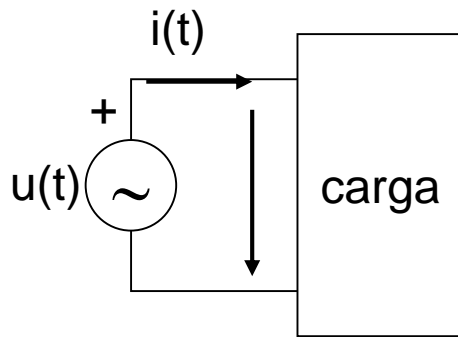
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Potencia compleja



$$u(t) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \cos \omega t$$

$$\mathcal{U} = U \angle 0^\circ$$

$$i(t) = \sqrt{2} \cdot I \cdot \cos(\omega t - \varphi)$$

$$\mathbf{I} = I \angle -\varphi$$

Se define potencia compleja como:

$$S = \mathcal{U} \cdot \mathbf{I}^* = U \angle 0^\circ I \angle \varphi = UI \angle \varphi$$

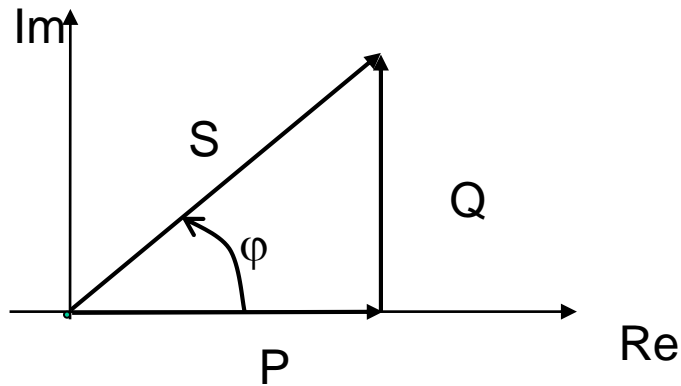
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

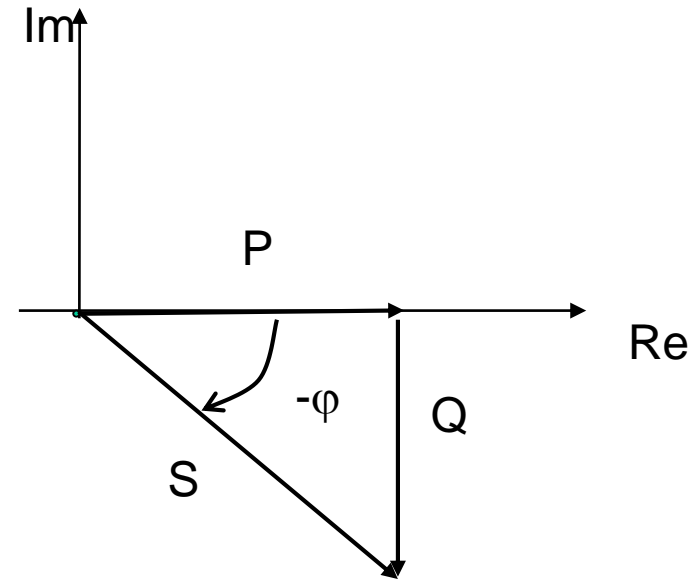
# Triángulo de potencias



$$0^\circ < \varphi < 90^\circ$$

$Q > 0$  carga inductiva

( $P > 0$  carga)



$$-90^\circ < \varphi < 0^\circ$$

( $Q < 0$  carga capacitiva)

Cartagena99

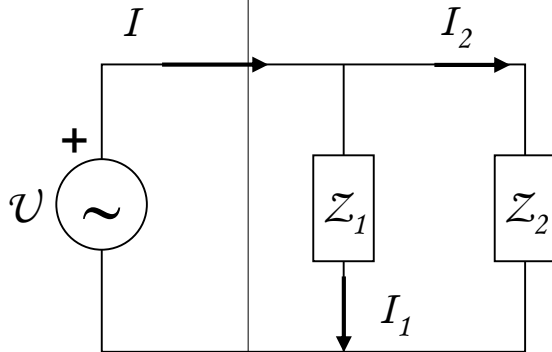
CLASES PARTICULARES, TUTORIAS TECNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVIA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Teorema de Boucherot

- Principio de conservación de la potencia compleja



$$S = V \cdot \mathbf{I}^* = V \cdot (\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2)^* = V \cdot \mathbf{I}_1^* + V \cdot \mathbf{I}_2^* = S_1 + S_2$$

**La suma de potencias complejas suministradas por las fuentes es igual a la suma de las potencias complejas absorbidas por las cargas**

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Importancia del factor de potencia

$$p(t) = P(1 + \cos(2\omega t)) + Q\sin(2\omega t)$$

- $P \Rightarrow$  potencia media consumida (consumo de potencia en  $R_s$ ).
- $Q \Rightarrow$  Amplitud de la fluctuación de potencia entre la fuente y la carga (carga y descarga de las bobinas y condensadores).
- Una fuente debe suministrar:
  - $P$ . Objetivo. Necesaria.
  - $Q$ . Fluctuación de potencia. ¿necesaria?.
- $Q$  contribuye a circulación de corriente por las líneas (con  $R_p$  parásita).

Pérdidas de potencia activa:  $P - P_{12}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

# Inconvenientes de $\cos\varphi$ pobre

1. Aumenta la corriente consumida.
2. Aumentan las pérdidas en las líneas.
3. Disminuye el rendimiento.
4. Aumenta la caída de tensión en las líneas.
5. Aumenta la potencia aparente consumida.

$$f \cdot n = \frac{P}{S} = \cos\varphi$$

$$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Compensación del factor de potencia

$$f.p. = \frac{P}{S} = \cos \varphi$$

$$S = U \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

- Es conveniente trabajar con f.d.p. próximos a la unidad.
- Problema: Cargas típicamente inductivas (p.e., motores....).
- Conclusión: necesidad de consumo de potencia reactiva para funcionamiento de la mayoría de cargas.
- Es necesario compensar el consumo de potencia reactiva mediante elementos que:

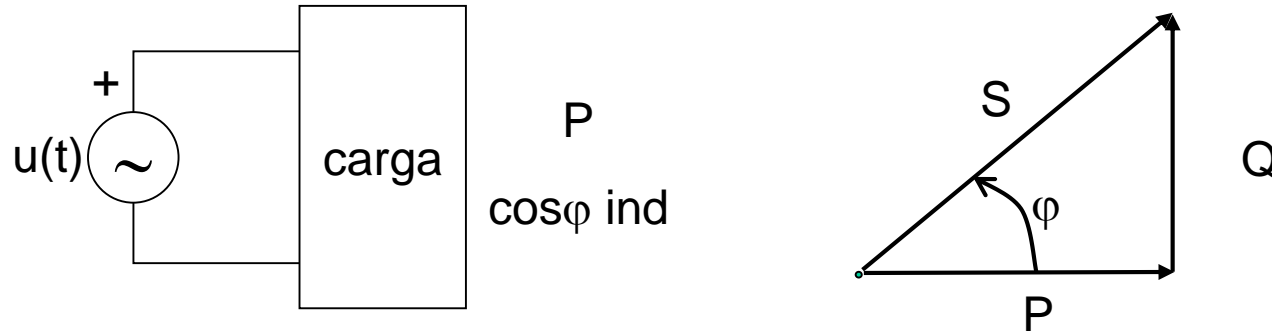
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

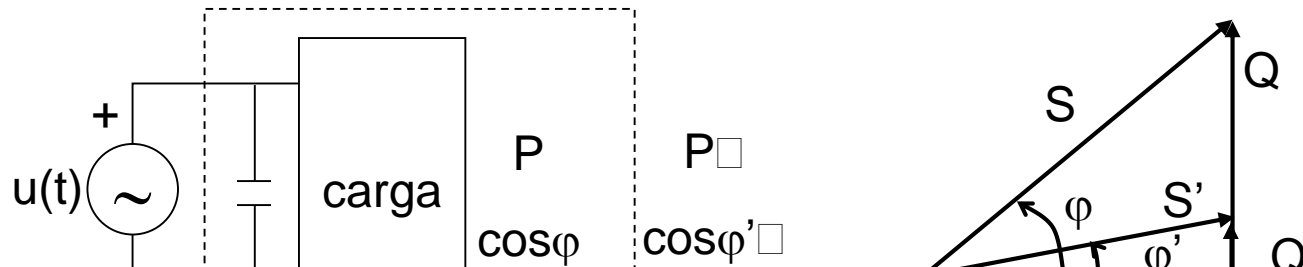
---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

# Compensación de reactiva



Se puede colocar un condensador de capacidad  $C$  en paralelo con la carga que genere parte de la  $Q$  consumida



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

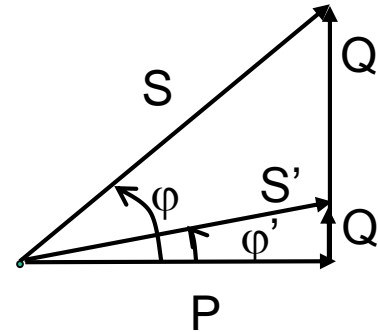


# Compensación de reactiva

Potencia reactiva cedida por el condensador

$$Q_C = UI \operatorname{sen} \varphi_C = -UI = -\omega CU^2$$

$\operatorname{sen} \varphi_C = -1$



$$Q - Q' = \Delta Q = \omega CU^2$$

$$Q - Q' = P \operatorname{tg} \varphi - P \operatorname{tg} \varphi'$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70