# Proyecto MaTEX

# Derivadas

**Fco Javier González Ortiz**

MaTEX

DERIVADAS

**Directorio**

- Tabla de Contenido
- Inicio Artículo

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

# Tabla de Contenido


1. **Introducción**
   1.1. **Tasa de variación media**
      - Interpretación geométrica
   1.2. **Tasa de variación instantánea**
   1.3. **El problema de la tangente**
2. **Derivada en un punto**
   2.1. **Derivadas laterales**
3. **Reglas básicas**
   - Derivada de una constante • Derivada de la potencia
4. **Reglas de Derivación**
   - Regla de la suma • Regla del producto • Regla del cociente
   - Regla de la cadena
5. **Derivadas de las funciones trascendentes**
   5.1. **Derivadas Trigonométricas**
   5.2. **Derivadas Exponenciales**
   5.3. **Derivadas Logarítmicas**


MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES

MaTEX

DERIVADAS


Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

## 1. Introducción

Los científicos de los últimos años del siglo XVII dedicaron gran parte de su tiempo y energía a resolver el problema de la tangente que tiene relación en cuestiones como las siguientes:

- En óptica, el ángulo con el que un rayo de luz incide en una superficie de una lente está definida en términos de la tangente a la superficie.
- En física, la dirección de un cuerpo en movimiento en un punto de su recorrido es la de la tangente en ese punto.
- En geometría, al ángulo entre dos curvas que intersecan es el ángulo entre las tangentes en el punto de intersección.
- ¿Cómo encontraremos la ecuación de la tangente? Usaremos el método ya desarrollado por Fermat en 1629.



Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

## 1.1. Tasa de variación media

La siguiente tabla da el precio en euros[1] de un producto en 8 años sucesivos

| precio | 10 | 18 | 24 | 28 | 30 | 30 | 28 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| año | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |

Si llamamos $P(x)$ a la función precio y $x$ designa los años, podemos preguntar cuál es la variación o incremento del precio en el intervalo $[0,1]$, y ésta sería

$$\Delta P = P(1) - P(0) = 18 - 10 = 8\,\text{euros}$$

la variación o incremento del precio en el intervalo $[1,3]$, y ésta sería

$$\Delta P = P(3) - P(1) = 28 - 18 = 10\,\text{euros}$$

Ahora bien, la tasa de variación media es el incremento por unidad de tiempo.

- La tasa de variación media del precio en el intervalo $[0,1]$ es

$$T.V.M. = \frac{P(1) - P(0)}{1 - 0} = \frac{18 - 10}{1} = 8\,\text{euros/año}$$

- La tasa de variación media del precio en el intervalo $[1,3]$ es

MATEMATICAS 1º Bachillerato SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

- La tasa de variación media del precio en el intervalo $[3, 7]$, es

$$T.V.M. = \frac{P(7) - P(3)}{7 - 3} = \frac{24 - 28}{4} = -1 \text{ euros/año}$$

que indica que el precio ha disminuido a razón de un euro por año.

De esta forma definimos de la tasa de variación media para una función $f(x)$ en un intervalo $[x, x + h]$ como

**Tasa de Variación Media**

$$T.V.M. = \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

En el intervalo $[x, x+h]$ la TVM representa gráficamente la pendiente del segmento que va desde el punto $(x, f(x))$ al punto $(x+h, f(x+h))$. En gráfico siguiente se muestra como varía gráficamente la TVM en distintos intervalos.

MATEMATICAS 1º Bachillerato SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

- **Interpretación geométrica**

En $[1,3]$

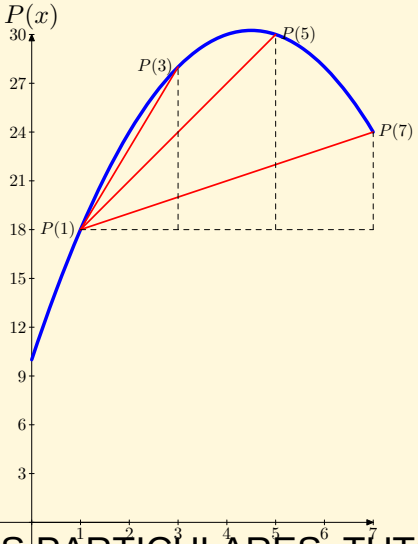
$$T.V.M. = \frac{P(3)-P(1)}{3-1} = \frac{28-18}{2} = 5\,\text{euros/año}$$

En $[1,5]$

$$T.V.M. = \frac{P(5)-P(1)}{5-1} = \frac{30-18}{4} = 3\,\text{euros/año}$$

En $[1,7]$

$$T.V.M. = \frac{P(7)-P(1)}{7-1} = \frac{24-18}{6} = 1\,\text{euros/año}$$




MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

## 1.2. Tasa de variación instantánea

Como el intervalo $[x, x+h]$ varía con $h$, si hacemos $h$ cada vez más pequeño, es decir hacemos tender $h$ a 0, obtenemos la TVI, Tasa de variación instantánea.

**Tasa de Variación instantánea**

$$T.V.I.(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

La expresión anterior es muy importante en matemáticas y se relaciona con el cálculo de la recta tangente a una función, como mostraremos a continuación.

En el ejemplo anterior de los precios la TVI significa la razón de cambio del precio en un instante de tiempo.

Gráficamente indica la pendiente de la tangente a la función en el punto

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

**Ejemplo 1.1.** Si $P(x)$ es precio de un producto y $x$ designa los años, siendo

$$P(x) = -x^2 + 9\,x + 10$$

hallar la $TVI$ en el año $x = 1$ y en el año $x = 7$

*Solución*: El precio en el año $x = 1$ es $P(1) = 18$ y la $TVI$ es

$$\begin{aligned} TVI(1) &= \lim_{h\to 0} \frac{P(1+h) - P(1)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{-(1+h)^2 + 9(1+h) + 10 - 18}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{-h^2 + 7h}{h} = \lim_{h\to 0}(-h+7) = 7 \end{aligned}$$

es decir, en $x = 1$ el precio está aumentando a razón de $TVI(1) = 7$ euros/año

$$\begin{aligned} TVI(7) &= \lim_{h\to 0} \frac{P(7+h) - P(7)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{-(7+h)^2 + 9(7+h) + 10 - 24}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{-h^2 - 5h}{h} = \lim_{h\to 0}(-h-5) = -5 \end{aligned}$$

MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

## 1.3. El problema de la tangente

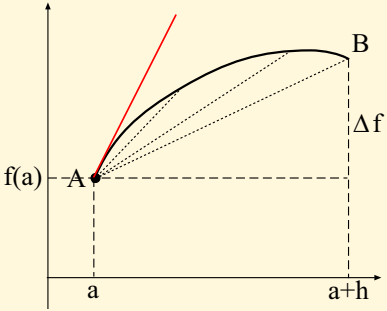
Dada una función $y = f(x)$ y un punto $A(a, f(a))$ del grafo de la función se trata de determinar la pendiente de la recta tangente al grafo de la función en el punto $A$. Consideremos la recta secante desde $A$ a $B$. Siendo los puntos $A(a, f(a))$ y $B(a+h, f(a+h))$,

la secante $AB$ tiene pendiente

$$m = \frac{\triangle f}{h} = \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

A medida que $h \to 0$, $B \to A$, y definimos la pendiente de la tangente $m_{tan}$ como

$$m_{tan} = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$




Esta pendiente la escribiremos como $f'(a)$ quedando la ecuación de la tangente de la forma

MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

**Ejemplo 1.2.** Hallar en $x = 2$ la tangente a la curva $f(x) = x^2$.

*Solución*: El punto de la curva en $x = 2 \Longrightarrow f(2) = 2^2 = 4$, $A(2, 4)$. La pendiente de la tangente es

$$\begin{aligned} f'(2) &= \lim_{h\to 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{(2+h)^2 - 4}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{4 + 4h + h^2 - 4}{h} = \lim_{h\to 0} (4 + h) = 4 \end{aligned}$$

Siendo la recta tangente

$$y - 4 = 4(x - 2)$$

□

**Ejemplo 1.3.** Hallar en $x = 1$ la tangente a la curva $f(x) = \dfrac{1}{x}$.

*Solución*: El punto de la curva en $x = 1 \Longrightarrow f(1) = \dfrac{1}{1} = 1$, $A(1, 1)$. La pendiente de la tangente es

$$f'(1) = \lim_{h\to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h} = \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{1+h} - 1}{h}$$

$$= \lim_{h\to 0} \frac{\frac{1}{1+h} - 1}{h}$$

□

MATEMATICAS
1º Bachillerato
r=A+λu
A
δ
B
s=B+μv
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

## 2. Derivada en un punto

Sea $f$ una función, definimos la derivada en $x = a$, $f'(a)$ como

$$\boxed{f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}} \tag{2}$$

### 2.1. Derivadas laterales

**Definición 2.1** *Sea $f$ una función y $a \in Dom(f)$*

1. *Definimos la derivada por la izquierda de $f$ en $a$ cuando*

$$f'(a^-) = \lim_{h \to 0^-} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad \textit{existe} \tag{3}$$

2. *Definimos la derivada por la derecha de $f$ en $a$ cuando*

$$f'(a^+) = \lim_{h \to 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad \textit{existe} \tag{4}$$

**Teorema 2.1.** Sea $f$ una función definida en un intervalo abierto conteniendo a $x$, entonces $f'(x)$ existe si y solo si existen las derivadas laterales $f'(x^-)$ y

límite exista, deben existir los límites laterales y ser iguales.

MATEMATICAS 1º Bachillerato SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

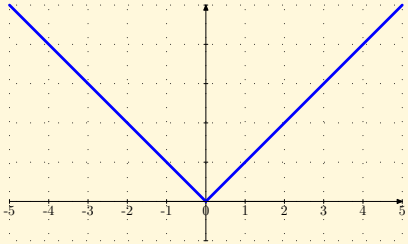
**Ejemplo 2.1.** ¿Es derivable $f(x) = |x|$ en $x = 0$ ?.

*Solución*: Siendo $f(x) = |x| = \begin{cases} -x & \leq 0 \\ x & > 0 \end{cases}$

$$\begin{aligned} f'(0^-) &= \lim_{h\to 0^-} \frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \\ &= \lim_{h\to 0^-} \frac{-h}{h} = -1 \\ f'(0^+) &= \lim_{h\to 0^+} \frac{f(0+h)-f(0)}{h} = \\ &= \lim_{h\to 0^+} \frac{h}{h} = 1 \end{aligned}$$

Como $f'(0^-) \neq f'(0^+)$ la función no es derivable en $x = 0$

$y = |x|$




□

Test. La función $f(x) = x - |1 - x|$ es derivable en $x = 1$.

(a) Si (b) No

MATEMATICAS
1º Bachillerato
r=A+λu
A
δ
B
s=B+μv
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

## 3. Reglas básicas

- **Derivada de una constante**

**Teorema 3.1.** Sea $f$ una función constante $f(x) = c \quad \forall x \in R$, siendo $c$ un número real, entonces

$$f'(x) = 0 \quad \forall x \in R$$

- **Derivada de la potencia**

**Teorema 3.2.** (Regla de la potencia) Consideremos la función $f(x) = x^n$, para algún número natural $n \in N$. Entonces

$$f'(x) = nx^{n-1} \qquad x \in R \tag{5}$$

*Nota al Teorema.* La regla anterior se extiende y funciona cuando el exponente es cualquier **número real**.

**Ejemplo 3.1.** Hallar las derivadas de

$$f(x) = x^6 \qquad g(x) = x^{-5} \qquad h(x) = x^{5/3}$$

*Solución*:

$$f'(x) = 6x^5 \qquad g'(x) = -5x^{-6} \qquad h'(x) = \frac{5}{3}x^{2/3}$$

$a)\ f(x) = 2x \qquad b)\ f(x) = \sqrt{x^3} \qquad c)\ f(x) = \sqrt{x^4}$

MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

## 4. Reglas de Derivación

- **Regla de la suma**

**Teorema 4.1.** (Derivada de la suma) Sean las funciones $u = f(x)$ y $v = g(x)$. Entonces

$$[f(x) + g(x)]' = f'(x) + g'(x) \tag{6}$$

$$\boxed{[u + v]' = u' + v'} \tag{7}$$

**Ejemplo 4.1.** Hallar las derivadas de

$$f(x) = x^3 + x^4 \qquad g(x) = x^2 - x^{-3}$$

*Solución*:

$$f'(x) = 3x^2 + 4x^3 \qquad g'(x) = 2x + 3x^{-4}$$

□

**Ejercicio 2.** Calcular las derivadas.

*a)* $f(x) = 3\,x^2 - 5\,x^{-3}$ *b)* $f(x) = x^2 - 3,\, x^5$



Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

- **Regla del producto**

**Teorema 4.2.** (Derivada del producto) Sean las funciones $u = f(x)$ y $v = g(x)$. Entonces

$$[f(x)g(x)]' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x) \tag{8}$$

$$\boxed{[u \cdot v]' = u' \cdot v + u \cdot v'} \tag{9}$$

**Ejemplo 4.2.** Hallar la derivada del producto

$$f(x) = (x^3 + x^4)(x^2 - x^{-3})$$

*Solución*:

$$f'(x) = (3x^2 + 4x^3) \cdot (x^2 - x^{-3}) + (x^3 + x^4) \cdot (2x + 3x^{-4})$$

□

**Ejercicio 3.** Calcular las derivadas.

MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

- **Regla del cociente**

**Teorema 4.3.** (Derivada del cociente) Sean $u = f(x)$ y $v = g(x)$

$$\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g(x)^2} \tag{10}$$

$$\boxed{\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}} \tag{11}$$

**Ejemplo 4.3.** Hallar la derivada del cociente $f(x) = \dfrac{x^3 + x^4}{x^2 - x^{-3}}$

*Solución*:

$$f'(x) = \frac{(3x^2 + 4x^3)(x^2 - x^{-3}) - (x^3 + x^4)(2x + 3x^{-4})}{(x^2 - x^{-3})^2}$$

□

**Ejercicio 4.** Calcular las derivadas.

$a)$ $f(x) = \dfrac{1}{\ }$ $\qquad b)$ $f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{\ }$

MATEMATICAS
1º Bachillerato
r=A+λu
A
δ
B
s=B+μv
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES

- **Regla de la cadena**

**Teorema 4.4.** (Regla de la cadena) Sea las funciones $y = f(u)$ y $u = g(x)$. Supongamos que $g$ es derivable en $x$ y $f$ es derivable en $u$, entonces la función compuesta $f \circ g$ es derivable en $x$ y su derivada es

$$\boxed{(f \circ g)'(x) = f'(g(x))\, g'(x)} \tag{12}$$

**Ejemplo 4.4.** Hallar las derivadas de

$$f(x) = (2x + x^2 + 5)^3 \quad g(x) = (2 - x^{12})^6$$

*Solución*:

$$f'(x) = 3(2x + x^2 + 5)^2(2 + 2\,x)$$
$$g'(x) = 6(2 - x^{12})^5(-12\,x^{11})$$

□

**Ejercicio 5.** Calcular las derivadas.

*a)* $f(x) = (1 + 2\,x)^3$ *b)* $f(x) = (x + x^2)^3$

*c)* $f(x) = (x^{10} + 1)^2$ *d)* $f(x) = (2x^3 + x)^3$

MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

# 5. Derivadas de las funciones trascendentes

## 5.1. Derivadas Trigonométricas

**Teorema 5.1.** Las derivadas trigonométricas elementales son:

$$\boxed{(\operatorname{sen} x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\operatorname{sen} x \qquad (\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}} \tag{13}$$

**Ejemplo 5.1.** Hallar las derivadas de

$$f(x) = \operatorname{sen} 6x \qquad g(x) = \cos(1+x^2) \qquad h(x) = \tan x^3$$

*Solución*: Del teorema y aplicando la regla de la cadena se tiene

$$f'(x) = 6\cos 6x \qquad g'(x) = -2x\operatorname{sen}(1+x^2) \qquad h'(x) = \frac{3x^2}{\cos^2 x^3}$$

□

**Ejercicio 6.** Calcular las derivadas.

a) $f(x) = \operatorname{sen}(3x+1)$ b) $f(x) = \operatorname{sen}(x^3+1)$

MATEMATICAS
1º Bachillerato
r=A+λu
A
δ
B
s=B+μv
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

## 5.2. Derivadas Exponenciales

**Teorema 5.2.** Las derivadas de la función exponencial son:

$$\boxed{(e^x)' = e^x \qquad (a^x)' = a^x \ \ln a \quad (a > 1)} \tag{14}$$

**Ejemplo 5.2.** Hallar las derivadas de

$$f(x) = e^{6x} \qquad g(x) = e^{1+x^2} \qquad h(x) = 6^{\operatorname{sen} x}$$

*Solución*: Del teorema y aplicando la regla de la cadena se tiene

$$f'(x) = 6\, e^{6x} \qquad g'(x) = 2x\, e^{1+x^2} \qquad h'(x) = 6^{\operatorname{sen} x}\ \ln 6\ \cos x$$

□

**Ejercicio 7.** Calcular las derivadas.

*a)* $f(x) = e^{-5x+4x^2}$ *b)* $f(x) = e^{x\ \operatorname{sen} x}$

MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

## 5.3. Derivadas Logarítmicas

**Teorema 5.3.** Las derivadas de la función logarítmica son:

$$\boxed{(\ln x)' = \frac{1}{x} \qquad (\log_a x)' = \frac{1}{x\,\ln a} \quad (a > 1)} \tag{15}$$

**Ejemplo 5.3.** Hallar las derivadas de

$$f(x) = \ln(5x - x^2) \qquad g(x) = \ln(5 - \operatorname{sen} x) \qquad h(x) = \log_3(x^2 + e^x)$$

*Solución*: Del teorema y aplicando la regla de la cadena se tiene

$$f'(x) = \frac{5 - 2x}{5x - x^2} \qquad g'(x) = \frac{-\cos x}{5 - \operatorname{sen} x} \qquad h'(x) = \frac{1}{\ln 3}\,\frac{2x + e^x}{x^2 + e^x}$$

□

**Ejercicio 8.** Calcular las derivadas.

a) $f(x) = \ln(x + \sqrt{x} + 1)$ b) $f(x) = \ln(x^2 + \operatorname{sen} x)$

$1 + \operatorname{sen} x$

MATEMATICAS
1º Bachillerato
r=A+λu
A
δ
B
s=B+μv
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

## 5.4. Derivadas de Arcos trigonométricos

TEOREMA 8. Las derivadas de los arcos trigonométricos son:

$a)$ $(\operatorname{arc\,sen} x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$b)$ $(\arccos x)' = \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

$c)$ $(\arctan x)' = \dfrac{1}{1+x^2}$

**Ejemplo 5.4.** Hallar las derivadas de

$$f(x) = \operatorname{arc\,sen} 6x \qquad g(x) = \arctan x^3$$

*Solución*:

$$f'(x) = \frac{6}{\sqrt{1-(6x)^2}} \qquad g'(x) = \frac{3x^2}{1+(x^3)^2}$$

□

**Ejercicio 9.** Calcular las derivadas.

$a)$ $f(x) = \operatorname{arc\,sen}(\ln x + x)$ $b)$ $f(x) = \arccos(\sqrt{x})$

MATEMATICAS
1º Bachillerato
r=A+λu
A
δ
B
s=B+μv
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

*a)* $f(x) = \ln^2(1+\cos x)^3$

*b)* $f(x) = \operatorname{sen} x(1+\cos x)^3$

*c)* $f(x) = e^{1-\operatorname{sen} x}$

*d)* $f(x) = 8^{x-\ln x}$

**Ejercicio 11.** Calcular las derivadas.

*a)* $f(x) = \ln(1-\sqrt{x})^2$

*b)* $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{1+\tan x}{1-\tan x}}$

**Ejercicio 12.** Calcular las derivadas.

*a)* $f(x) = x^2 \cdot \arctan x^{-1/2}$

*b)* $f(x) = x^x$

**Ejercicio 13.** Calcular las derivadas.

*a)* $f(x) = (\tan x)^{\operatorname{sen} x}$

*b)* $f(x) = e^x \cdot \sqrt[x]{x}$



Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

## Soluciones a los Ejercicios

**Ejercicio 1.**

*a*) Si $f(x) = 2x^{13}$,

$$f'(x) = 26\,x^{12}$$

*b*) $f(x) = \sqrt{x^3} = x^{3/2}$. Luego

$$f'(x) = \frac{3}{2}x^{1/2}$$

*c*) $f(x) = \sqrt[5]{x^7} = x^{7/5}$. Luego

$$f'(x) = \frac{7}{5}x^{2/5}$$

Ejercicio 1



Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

**Ejercicio 2.**

*a*) Si $f(x) = 3\,x^2 - 5\,x^{-3}$,

$$f'(x) = 6\,x + 15\,x^{-4}$$

*b*) Siendo $f(x) = x^2 - 3\,x^5$,

$$f'(x) = 2\,x - 15\,x^4$$

*c*) Si $f(x) = x^{10} + x^{-10}$,

$$f'(x) = 10\,x^9 - 10\,x^{-11}$$

*d*) Siendo $f(x) = x - \sqrt[3]{x^5}$,

$$f'(x) = 1 - \frac{5}{3}x^{2/3}$$

*e*) Siendo $f(x) = x^8 + x^{8,003}$,

$$f'(x) = 8x^7 + 8{,}003x^{7,003}$$

*f*) Siendo $f(x) = \sqrt{x^3} + \sqrt[5]{x}$,

MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

**Ejercicio 3.**

*a*) Si $f(x) = (x^2 + 10)(1 - x^2)$,

$$f'(x) = (2\,x) \cdot (1 - x^2) + (x^2 + 10) \cdot (-2\,x)$$

*b*) Siendo $f(x) = (x + x^2 + 1) \cdot (1 + x)$,

$$f'(x) = (1 + 2\,x) \cdot (-2\,x) + (x + x^2 + 1) \cdot (-2)$$

*c*) Si $f(x) = (x^{10} + 1)(1 - x)$,

$$f'(x) = (10x^9) \cdot (1 - x) + (x^{10} + 1) \cdot (-1)$$

*d*) Siendo $f(x) = (x^2 - 2x) \cdot (1 - x^2)$,

$$f'(x) = (2x - 2) \cdot (1 - x^2) + (x^2 - 2x) \cdot (-2x)$$

*e*) Siendo $f(x) = (x^2 + x^3) \cdot (3 + x)$,

$$f'(x) = (2x + 3x^2) \cdot (3 + x) + (x^2 + x^3) \cdot (1)$$

*f*) Siendo $f(x) = (\sqrt{x^3} + x) \cdot (x - \sqrt[5]{x})$.

$$f'(x) = (\frac{3}{2}x^{1/2} + 1) \cdot (x - \sqrt[5]{x}) + (\sqrt{x^3} + x) \cdot (1 - \frac{1}{5}x^{-4/5})$$

MATEMATICAS
1º Bachillerato
r=A+λu
A
δ
B
s=B+μv
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

**Ejercicio 4.**

*a*) Si $f(x) = \dfrac{1}{x}$,

$$f'(x) = \frac{(0)(x) - (1)}{x^2} = -\frac{1}{x^2}$$

*b*) Si $f(x) = \dfrac{x^2+1}{x}$,

$$f'(x) = \frac{(2x)(x) - (x^2+1)(1)}{x^2} = \frac{x^2-1}{x^2}$$

*c*) Si $f(x) = \dfrac{x^{10}+1}{1-x}$,

$$f'(x) = \frac{(10x^9)(1-x) - (x^{10}+1)(-1)}{(1-x)^2}$$

*d*) Siendo $f(x) = \dfrac{x^2+x}{x+3}$,

$$f'(x) = \frac{(2x+1)(x+3) - (x^2+x)(1)}{(x+3)^2}$$

MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

**Ejercicio 5.**

*a*) Si $f(x) = (1 + 2\,x)^3$,

$$f'(x) = 3(1 + 2\,x)^2\,(2)$$

*b*) Siendo $f(x) = (x + x^2)^3$,

$$f'(x) = 3(x + x^2)^2(1 + 2\,x)$$

*c*) Si $f(x) = (x^{10} + 1)^2$,

$$f'(x) = 2(x^{10} + 1)(10\,x^9)$$

*d*) Siendo $f(x) = (2x^3 + x)^3$,

$$f'(x) = 3(2x^3 + x)^2(6x^2 + 1)$$

*e*) Si $f(x) = f(x) = x^2(2x^3 + x)^3$,

$$f'(x) = 2x(2x^3 + x)^3 + x^2\,3\,(2x^3 + x)^2(6x^2 + 1)$$

*f*) Siendo $f(x) = (1 - x^2)^3(5 + x)^5$,

$$f'(x) = 3(1 - x^2)^2(-2x)(5 + x)^5 + (1 - x^2)^3\,5\,(5 + x)^4$$



Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

**Ejercicio 6.**

*a*) Si $f(x) = \operatorname{sen}(3x+1)$.

$$f'(x) = 3\cos(3x+1)$$

*b*) Si $f(x) = \operatorname{sen}(x^3+1)$.

$$f'(x) = 3x^2\ \cos(x^3+1)$$

*c*) Si $f(x) = \operatorname{sen}^3(x^2+1)$. Luego

$$f'(x) = 3\operatorname{sen}^2(x^2+1)\cos(x^2+1)\,(2x)$$

*d*) Si $f(x) = \cos(\dfrac{x}{1-x})$.

$$f'(x) = -\operatorname{sen}(\frac{x}{1-x})\frac{1}{(1-x)^2}$$

*e*) Si $f(x) = \tan(1+2x^2+x^3)$,

$$f'(x) = \frac{1}{\cos^2(1+2x^2+x^3)}(4x+3x^2)$$

*f*) Si $f(x) = \sec(1-x^2) = \dfrac{1}{}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

**Ejercicio 7.**

*a)* Si $f(x) = e^{-5x+4x^2}$.

$$f'(x) = e^{-5x+4x^2}\,(-5+8x)$$

*b)* Si $f(x) = e^{x\ \mathrm{sen}\,x}$.

$$f'(x) = e^{x\ \mathrm{sen}\,x}(\mathrm{sen}\,x + x\cos x)$$

*c)* Si $f(x) = e^{1-\mathrm{sen}^2\,x}$. Luego

$$f'(x) = e^{1-\mathrm{sen}^2\,x}(-2\,\mathrm{sen}\,x\ \cos x)$$

*d)* Si $f(x) = 2^{\tan 3x}$.

$$f'(x) = 2^{\tan 3x}\ln 2\,\frac{3}{\cos^2 3x}$$

*e)* Si $f(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2+3x}$,

$$f'(x) = \left(\frac{3}{5}\right)^{x^2+3x}(2x+3)\,\ln\frac{3}{5}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

**Ejercicio 8.**

*a)* Si $f(x) = \ln(x + \sqrt{x} + 1)$.

$$f'(x) = \frac{1}{x + \sqrt{x} + 1}(1 + \frac{1}{2\sqrt{x}})$$

*b)* Si $f(x) = \ln(x^2 + \operatorname{sen} x)$ $\quad f'(x) = \dfrac{1}{x^2 + \operatorname{sen} x}(2x + \cos x)$

*c)* Si $f(x) = \ln(x^2 \operatorname{sen} x)$.

$$f'(x) = \frac{1}{x^2 \operatorname{sen} x}(2x \operatorname{sen} x + x^2 \cos x)$$

*d)* Si $f(x) = \ln^2(1 + \ln x)$.

$$f'(x) = 2\ln(1 + e^x)\frac{1}{1 + e^x}e^x$$

*e)* Si $f(x) = \ln^2(1 + \ln x)$.

$$f'(x) = 2\ln(1 + \ln x)\frac{1}{1 + \ln x}\frac{1}{x}$$

*f)* Si $f(x) = \log_2(\dfrac{1}{\quad}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

**Ejercicio 9.**

*a*) Si $f(x) = \operatorname{arc\,sen}(\ln x + x)$.

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-(\ln x + x)^2}}\left(\frac{1}{x}+1\right)$$

*b*) Si $f(x) = \arccos(1-x)$.

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-(1-x)^2}}(-1)$$

*c*) Si $f(x) = \arctan(\operatorname{sen} x)$.

$$f'(x) = \frac{1}{1+(\operatorname{sen} x)^2}\cos x$$

*d*) Si $f(x) = \arctan(\ln x)$.

$$f'(x) = \frac{1}{1+(\ln x)^2}\frac{1}{x}$$



MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

**Ejercicio 10.**

*a*) Si $f(x) = \ln^2(1+\cos x)^3$.

$$f'(x) = 2\,\ln(1+\cos x)^3 \frac{1}{(1+\cos x)^3} 3(1+\cos x)^2(-\operatorname{sen} x)$$

$$= -6\,\ln(1+\cos x)^3 \frac{\operatorname{sen} x}{(1+\cos x)}$$

*b*) Si $f(x) = \operatorname{sen} x(1+\cos x)^3$.

$$f'(x) = \cos x(1+\cos x)^3 + \operatorname{sen} x\, 3(1+\cos x)^2(-\operatorname{sen} x)$$

*c*) Si $f(x) = e^{1-\operatorname{sen} x}$.

$$f'(x) = -e^{1-\operatorname{sen} x}\cos x$$

*d*) Si $f(x) = 8^{x-\ln x}$.

$$f'(x) \quad = \quad 8^{x-\ln x}\cdot \ln 8 \cdot (1-\frac{1}{x})$$

Ejercicio 10



Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

**Ejercicio 11.**

*a)* Si $f(x) = \ln(1-\sqrt{x})^2$.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{(1-\sqrt{x})^2} 2(1-\sqrt{x}) \frac{-1}{2\sqrt{x}} \\ &= -\frac{1}{\sqrt{x}(1-\sqrt{x})} \end{aligned}$$

*b)* Si $f(x) = \ln\sqrt{\dfrac{1+\tan x}{1-\tan x}}$.

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1}{\sqrt{\dfrac{1+\tan x}{1-\tan x}}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\dfrac{1+\tan x}{1-\tan x}}} \cdot \\ &\quad \cdot \frac{\sec^2 x(1-\tan x) + (1+\tan x)\sec^2 x}{(1-\tan x)^2} \\ &= \frac{1-\tan x}{2(1+\tan x)} \cdot \frac{2\sec^2 x}{(1-\tan x)^2} \\ &= \frac{\sec^2 x}{\quad} \end{aligned}$$

MATEMATICAS
1º Bachillerato
r=A+λu
A
δ
B
s=B+μv
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

**Ejercicio 12.**

*a)* Si $f(x) = x^2 \cdot \arctan x^{-1/2}$.

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x \cdot \arctan \frac{1}{\sqrt{x}} + x^2 \cdot \frac{1}{1+(\frac{1}{\sqrt{x}})^2} \cdot \frac{-1}{2} x^{-3/2} \\ &= 2x \cdot \arctan \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{2} \frac{\sqrt{x}}{1+(\frac{1}{\sqrt{x}})^2} \end{aligned}$$

*b)* Si $f(x) = x^x$. Aplicando logaritmos

$$\ln f(x) = x \ln x$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \ln x + x \cdot \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = (\ln x + 1) \cdot x^x$$

Ejercicio 12



Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

**Ejercicio 13.**

*a*) Si $f(x) = (\tan x)^{\operatorname{sen} x}$. Aplicando logaritmos

$$\ln f(x) = \operatorname{sen} x \ \ln \tan x$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \cos x \ \ln \tan x + \operatorname{sen} x \ \frac{\sec^2 x}{\tan x}$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = \cos x \ \ln \tan x + \frac{1}{\cos x}$$

$$f'(x) = (\cos x \ \ln \tan x + \frac{1}{\cos x}) \cdot (\tan x)^{\operatorname{sen} x}$$

*b*) Si $f(x) = e^x \cdot \sqrt[x]{x}$. Aplicando logaritmos

$$\ln f(x) = x + \frac{1}{x} \ln x$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = 1 - \frac{1}{x^2} \ \ln x + \frac{1}{x} \ \frac{1}{x}$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = 1 - \frac{\ln x}{x^2} + \frac{1}{x^2}$$

MATEMATICAS
1º Bachillerato
SOCIALES
MaTEX
DERIVADAS
Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

## Soluciones a los Tests

**Solución al Test:** Siendo $f(x) = x - |1-x| = \begin{cases} 2x-1 & \leq 1 \\ 1 & > 1 \end{cases}$

$$\begin{aligned} f'(1^-) &= \lim_{h\to 0^-} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \\ &= \lim_{h\to 0^-} \frac{2(1+h)-1-1}{h} = 2 \\ f'(1^+) &= \lim_{h\to 0^+} \frac{f(1+h)-f(1)}{h} = \\ &= \lim_{h\to 0^+} \frac{1-1}{h} = 0 \end{aligned}$$

Como $f'(1^-) \neq f'(1^+)$ la función no es derivable en $x = 1$. Final del Test



Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero

## Índice alfabético

derivada, 11
de una constante, 13
de una potencia, 13
en un punto, 11
laterales, 11
derivadas
arcos trigonométricos, 21
exponenciales, 19
logarítmicas, 20
trigonométricas, 18

ecuación de la tangente, 9
El problema de la tangente, 9

regla, 14
de la cadena, 17
de la suma, 14

Tasa de variación media, 4



Cartagena99
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNI
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70
- - -
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70
www.cartagena99.com no se hace responsable de la información contenida en el presente docu
Artículo 17.1 de la Ley de Servicios de la Sociedad de la Información y de Comercio Electrónico,
Si la información contenida en el documento es ilícita o lesiona bienes o derechos de un tercero