



DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA

CÁLCULO Y DISEÑO DE MÁQUINAS

4º CURSO DEL GRADO EN INGENIERÍA MECÁNICA

FORMULARIO

Versión 2.0



Índice:

1.	<i>RESISTENCIA DE MATERIALES</i>	3
2.	<i>FATIGA</i>	6
3.	<i>EJES DE TRANSMISIÓN</i>	15
4.	<i>LUBRICACIÓN</i>	17
5.	<i>CÁLCULO DE ENGRANAJES</i>	24
6.	<i>EMBRAGUES</i>	32
7.	<i>FRENOS</i>	34
8.	<i>RESORTES</i>	38



1. RESISTENCIA DE MATERIALES

! DISTRIBUCIONES TENSIONALES A QUE DAN LUGAR CONFIGURACIONES TÍPICAS DE ESFUERZO:

Esfuerzo axial:

$$\sigma = \frac{N}{\Omega}$$

Momento flector aplicado según un eje principal de inercia:

$$\sigma = \frac{M_x \cdot y}{I_x} - \frac{M_y \cdot x}{I_y}$$

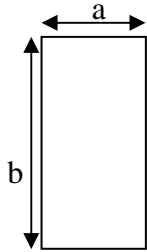
Momento torsor en barra de sección circular:

$$\tau = \frac{M_z \cdot r}{I_0}$$

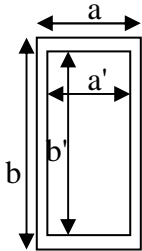
Momento torsor en barra de sección rectangular:

$$\tau_{\max} = \frac{M_z \cdot \alpha}{a^2 \cdot b}$$

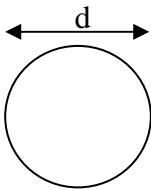
b/a	α
1	4,803
1,2	4,567
1,4	4,398
1,6	4,267
2	4,067
2,5	3,882
3	3,742
4	3,550
6	3,344
10	3,202
∞	3,000

! MOMENTOS DE INERCIA DE SECCIONES USUALES:

$$I_x = \frac{1}{12} ab^3$$

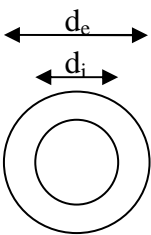


$$I_x = \frac{1}{12} (ab^3 - a'b'^3)$$



$$I_x = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$I_0 = \frac{\pi d^4}{32}$$



$$I_x = \frac{\pi(d_e^4 - d_i^4)}{64}$$

$$I_0 = \frac{\pi(d_e^4 - d_i^4)}{32}$$



! TEORÍAS DE FALLA:

Teoría del esfuerzo cortante máximo:

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{S} = \frac{1}{n}$$

Teoría de la energía de distorsión:

$$\frac{\sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}}}{S} = \frac{1}{n}$$

Teoría de Coulomb – Mohr:

$$\frac{\sigma_1}{S_{ut}} - \frac{\sigma_3}{S_{uc}} = \frac{1}{n}$$

Teoría de Mohr modificada:

$$\frac{\sigma_1 \cdot \frac{S_{uc} - S_{ut}}{S_{uc}}}{S_{ut}} - \frac{\sigma_3}{S_{uc}} = \frac{1}{n}$$

2. FATIGA

! LÍMITE DE FATIGA SIN CORREGIR PARA VIDA INFINITA (S'e)

Cuando no se dispongan de datos experimentales para el cálculo del límite de fatiga se puede utilizar el siguiente criterio:

Hierros y aceros forjados.

Aceros colados.

$$S_e' = 0.5 S_{ut} \Rightarrow S_{ut} \leq 1400 \text{ MPa}$$

$$S_e' = 0.45 S_{ut} \Rightarrow S_{ut} \leq 600 \text{ MPa}$$

$$S_e' = 700 \text{ MPa} \Rightarrow S_{ut} \geq 1400 \text{ MPa}$$

$$S_e' = 275 \text{ MPa} \Rightarrow S_{ut} \geq 600 \text{ MPa}$$

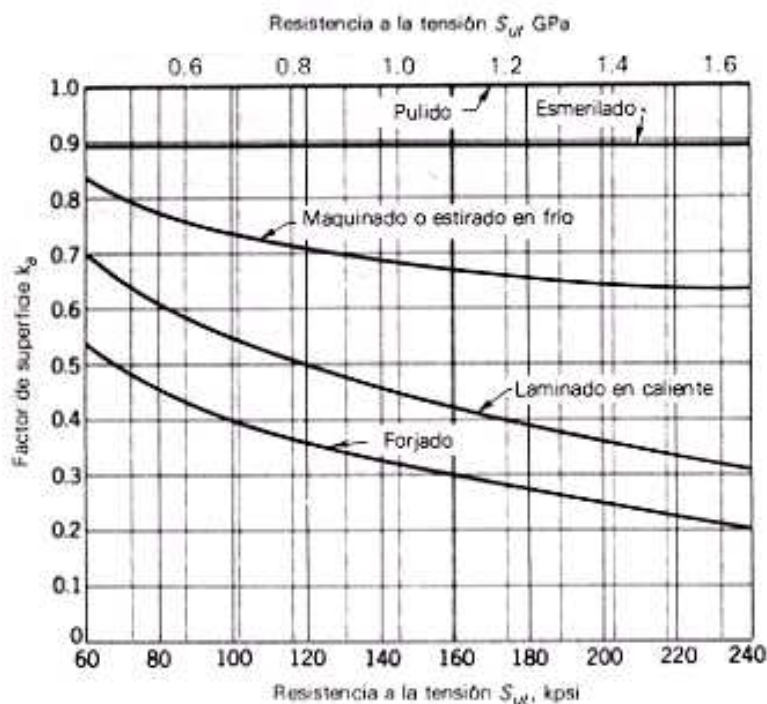
! ECUACIÓN DE MARIN

$$S_e = K_a \cdot K_b \cdot K_c \cdot K_d \cdot K_e \cdot K_f \cdot S_e'$$

! FACTOR DE ACABADO SUPERFICIAL (K_a)

$$K_a = a \cdot S_{ut}^b$$

Acabado superficial	Coefficiente a (MPa)	Exponente b
Pulido	1	0
Acabado fino (esmerilado, rectificado,)	1.58	-0.085
Mecanizado sin acabar/estirado en frío	4.51	-0.265
Laminado en caliente	57.7	-0.718
Forjado	272	-0.995



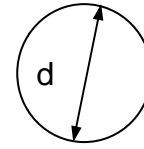
Para el acero

! FACTOR DE TAMAÑO (Kb)
Secciones circulares

- o **flexión y torsión:**

$$K_b = \left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.1133} \quad 2.79 \leq d \leq 51 \quad d \text{ en mm}$$

$$K_b = 1.189 \cdot d^{-0.097} \quad 52 \leq d \leq 250 \quad d \text{ en mm}$$



- o **carga axial:** $K_b = 1$

 ! FACTOR DE CONFIABILIDAD (Kc)

<i>Fiabilidad</i>	<i>Factor de Fiabilidad K_c</i>
0.5	1
0.9	0.897
0.95	0.868
0.99	0.814
0.999	0.753
0.9999	0.702
0.99999	0.659
0.999999	0.620
0.9999999	0.584
0.99999999	0.551
0.999999999	0.520

 ! FACTOR DE TEMPERATURA (Kd)

$$K_d = 1 \quad T \leq 450 \text{ } ^\circ\text{C}$$

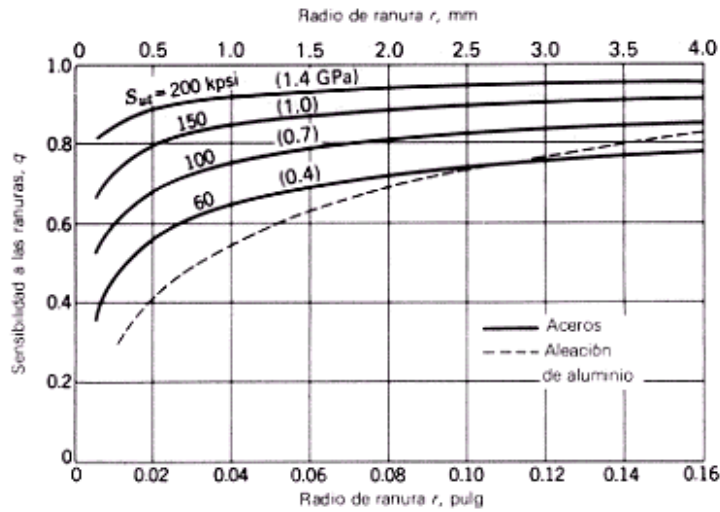
$$K_d = 1 - 5.8 \cdot 10^{-3} \cdot (T - 450) \quad 450 \text{ } ^\circ\text{C} \leq T \leq 550 \text{ } ^\circ\text{C}$$

 ! FACTOR DE CONCENTRACIÓN DE TENSIONES (Ke)

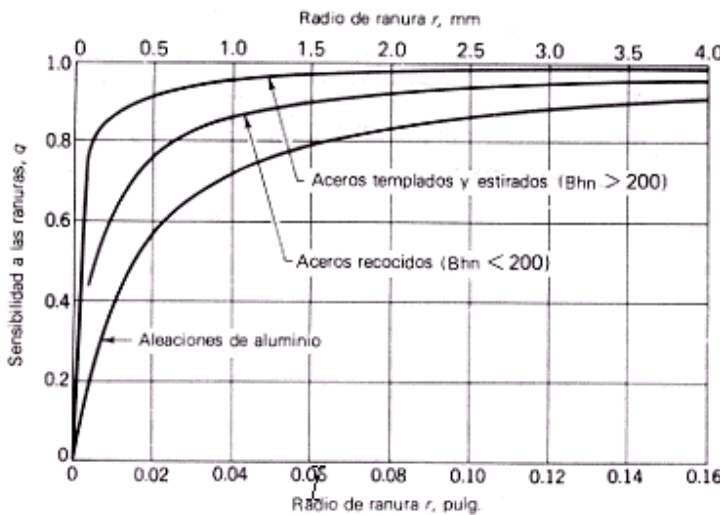
$$K_e = \frac{1}{\mathfrak{R}_f}$$

$$q = \frac{\mathfrak{R}_f - 1}{K_t - 1}$$

Sensibilidad a las ranuras (q)

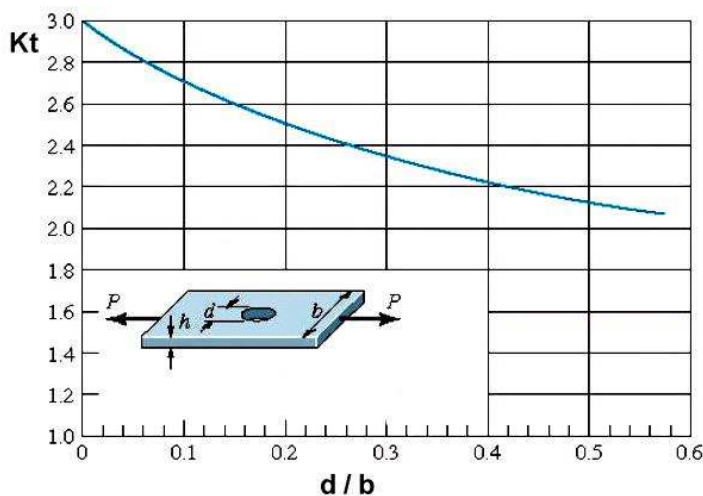


Sensibilidad a las ranuras. Cargas de flexión y axiales alternantes. Para radios de ranura mayores usar valores de q correspondientes a $r = 4$ mm.

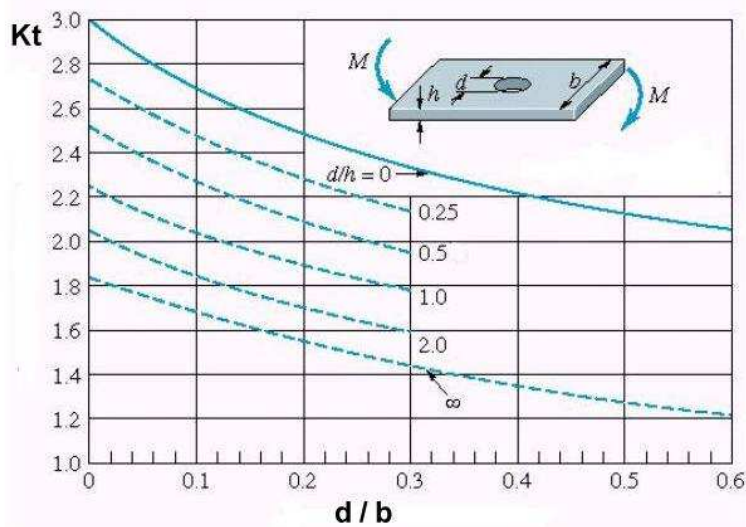
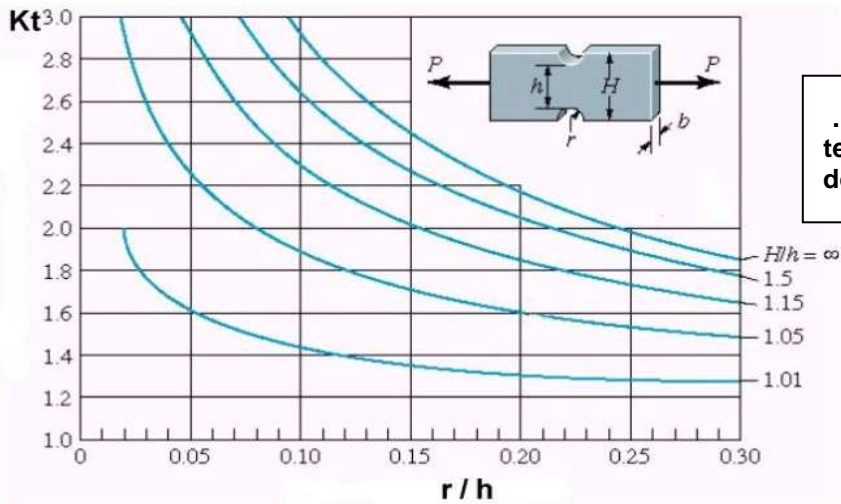
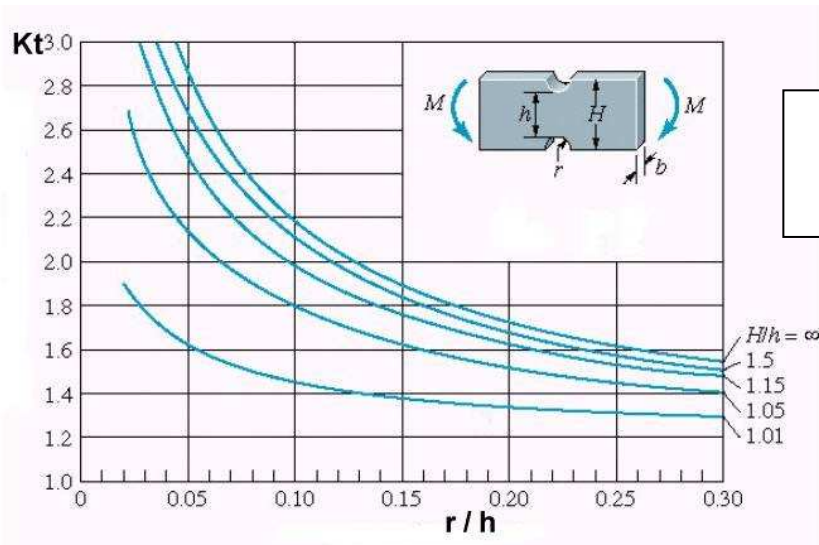


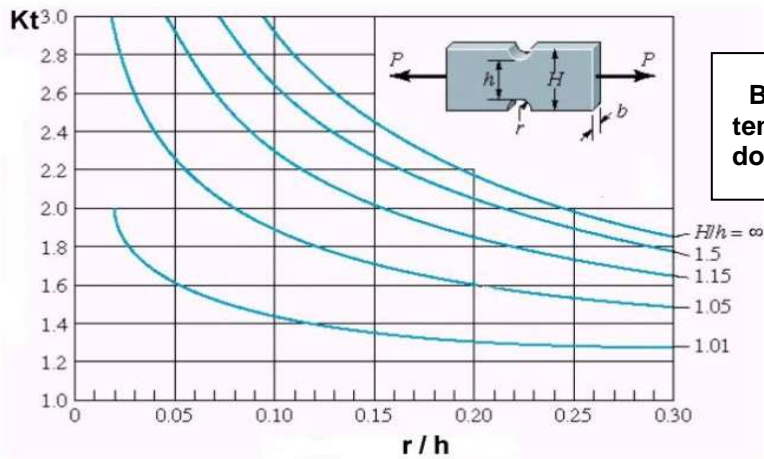
Sensibilidad a las ranuras. Cargas de torsión alternantes. Para radios de ranura mayores usar valores de q correspondientes a $r = 4$ mm.

Factor de concentración teórico (K_t)

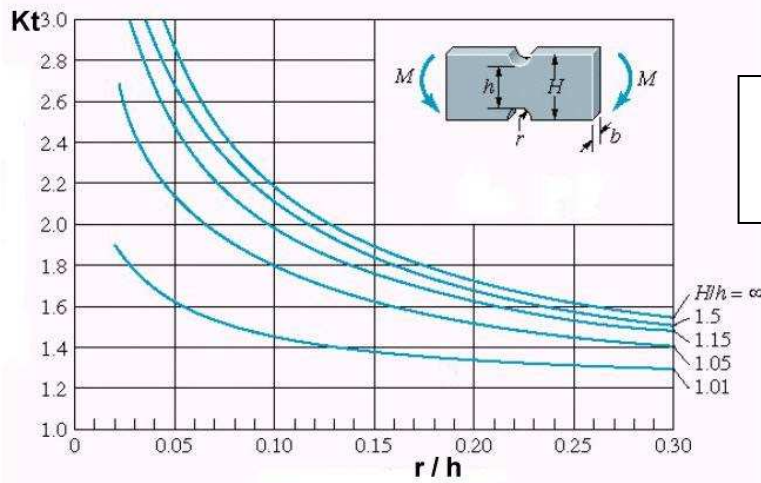


. Barra de sección rectangular en tensión o compresión simples con un agujero transversal

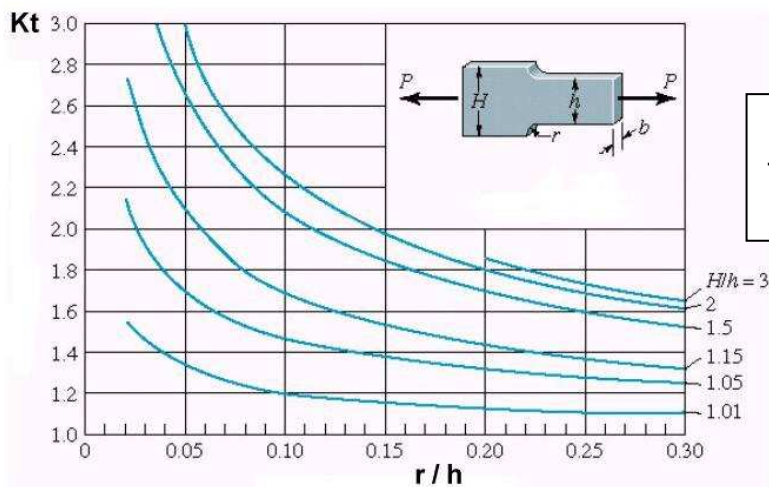




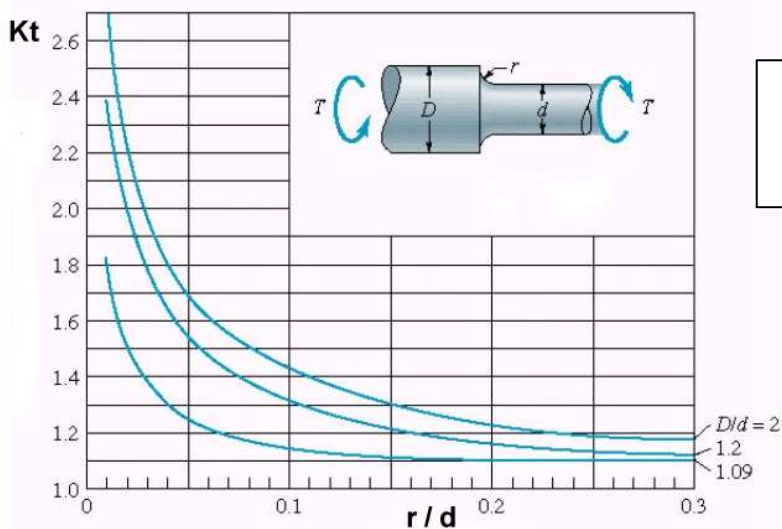
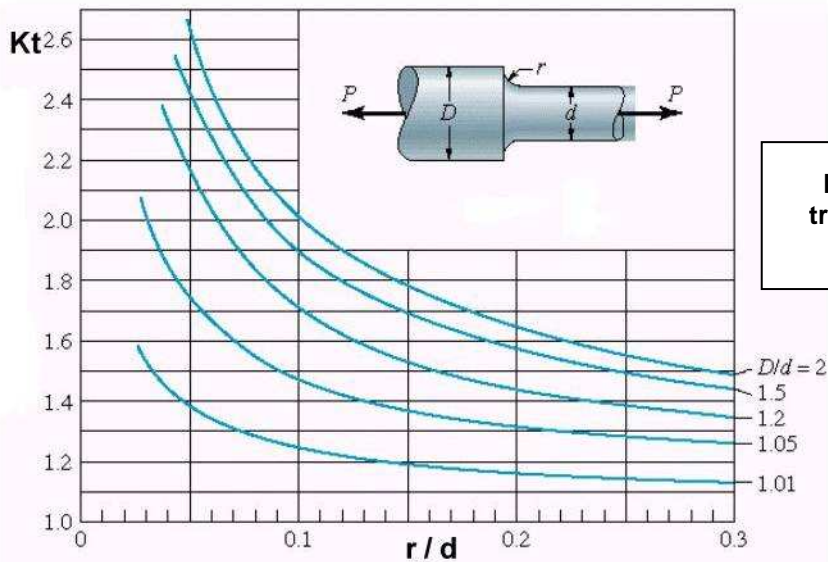
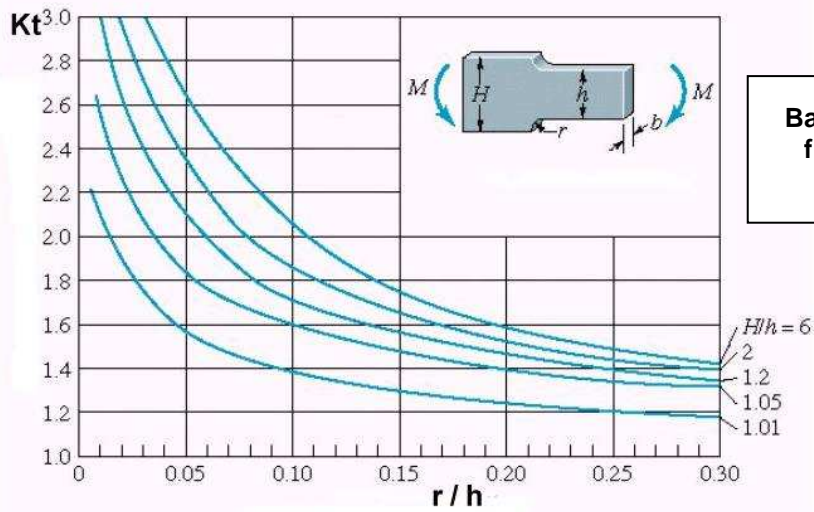
Barra de sección rectangular en tensión o compresión simples con dos muescas o recortes circulares

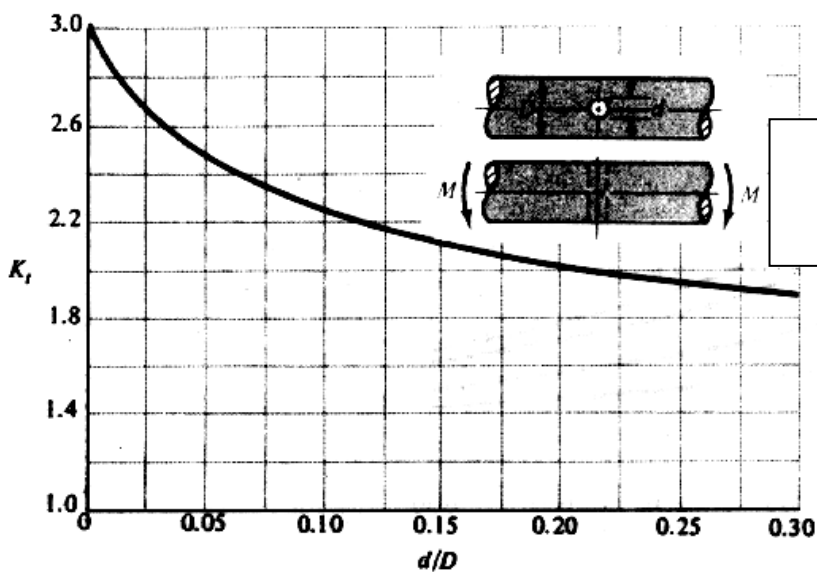
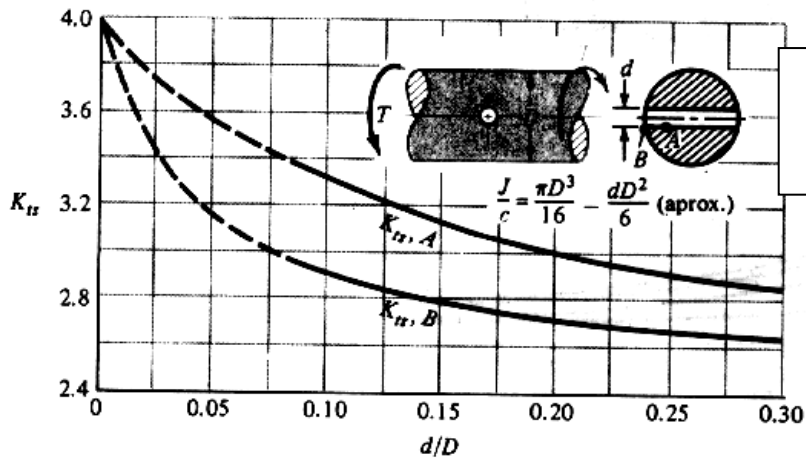
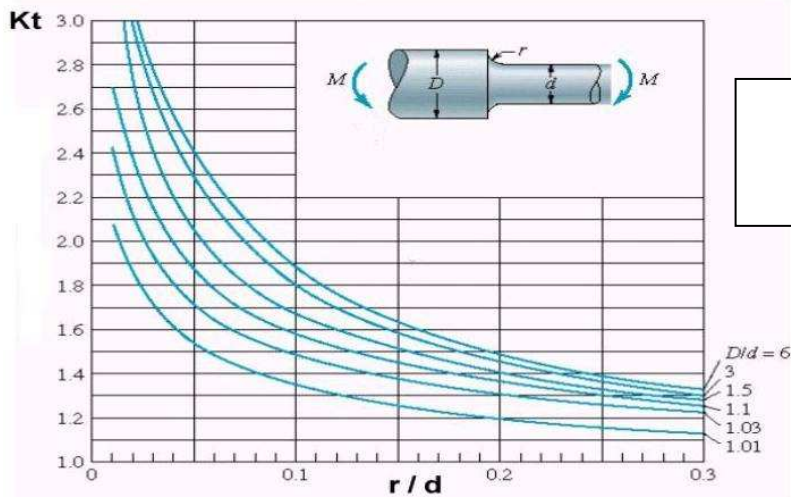


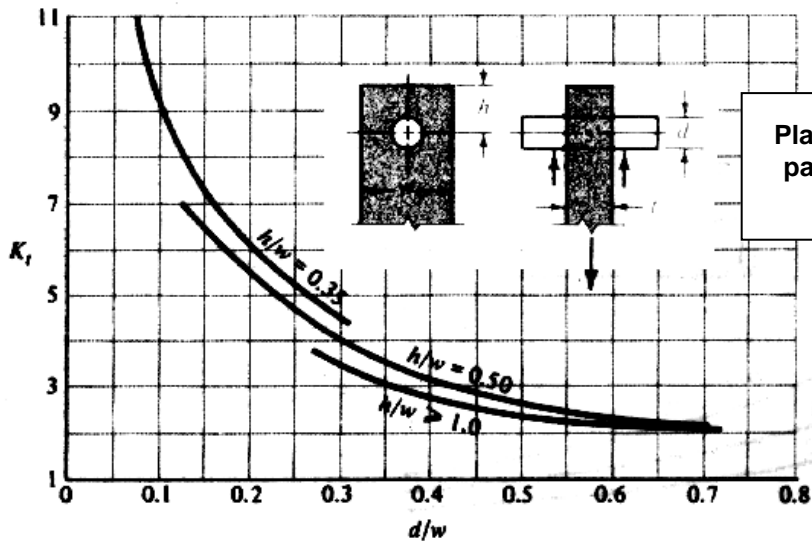
Barra de sección rectangular en flexión con dos muescas o recortes circulares



Barra de sección rectangular en tensión o compresión simples con estrechamiento y entalles







Ke para chaveteros

	Chaveta (o cuña) con talón		Chaveta (o cuña) extremos fresados	
	Factor de concentración de esfuerzos por fatiga o reducido K_f			
Acero	Flexión	Torsión	Flexión	Torsión
Aleados (< 200 HB)	1.3	1.3	1.6	1.3
Templado y revenido (≥ 200 HB)	1.6	1.6	2.0	1.6

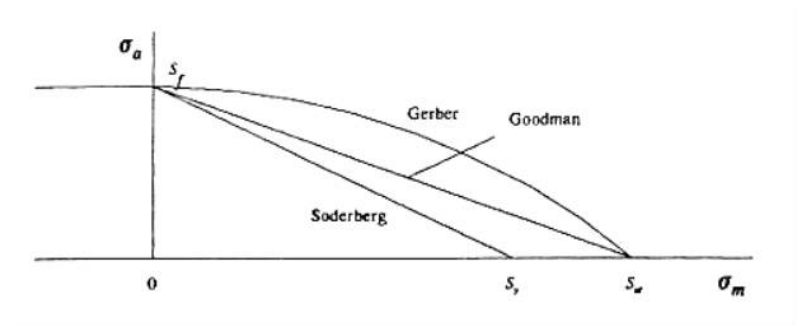
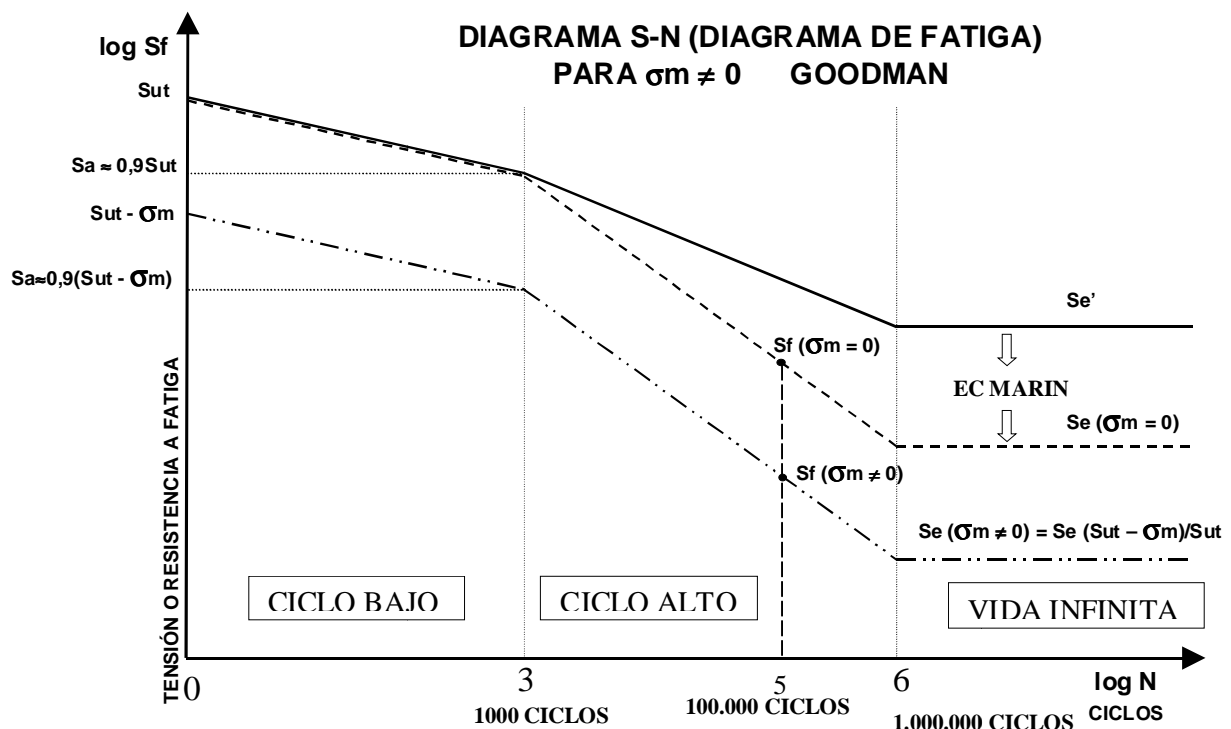
Chaveteros. $K_e = 1 / K_f$

! CRITERIOS DE FALLO PARA TENSIONES FLUCTUANTES

$$n = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_f} + \frac{\sigma_m}{S_{ut}}} \quad \text{Criterio de Goodman}$$

$$n = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{S_f} + \frac{\sigma_m}{S_{yt}}} \quad \text{Criterio de Soderberg}$$

$$\frac{n \cdot \sigma_a}{S_f} + \left(\frac{n \cdot \sigma_m}{S_{ut}} \right)^2 = 1 \quad \text{Criterio de Gerber}$$


 ! LÍMITE DE FATIGA PARA TENSIONES FLUCTUANTES (GOODMAN)




3. EJES DE TRANSMISIÓN

! CÁLCULO DE UN EJE A CARGAS ESTÁTICAS

- Sometido a un momento flector M:

$$\sigma_x = \frac{M \cdot d / 2}{I} = \frac{32 \cdot M}{\pi \cdot d^3}$$

- Sometido a un par torsor T:

$$\tau_{xy} = \frac{T \cdot d / 2}{J} = \frac{16 \cdot T}{\pi \cdot d^3}$$

σ_x : Tensión de flexión (tensión normal según la dirección x).

τ_{xy} : Tensión de torsión (tensión tangencial en el plano xy).

I: Momento de inercia transversal del eje

J: Momento de inercia polar del eje

d : Diámetro del eje.

- Teoría de E.C.M.

$$S_{sy} = S_Y / 2 \quad n = S_{sy} / \tau_{\max}$$

$$d = \left[\frac{32 \cdot n}{\pi \cdot S_y} (M^2 + T^2)^{1/2} \right]^{1/3}$$

- Teoría de V.M.

$$S_{sy} = 0.577 \cdot S_Y \quad n = S_{sy} / \tau_{\max}$$

$$d = \left[\frac{27.7 \cdot n}{\pi \cdot S_y} (M^2 + T^2)^{1/2} \right]^{1/3}$$



! CÁLCULO DEL EJE SOMETIDO A FATIGA

1. TEORÍA BÁSICA O DE SINES

$$d = \left[\frac{32 \cdot n}{\pi \cdot S_e} (M) \right]^{\frac{1}{3}}$$

Válida cuando en esfuerzo medio a torsión es menor de 1.5 S_{Sy}.

2. TEORÍAS DE SODERBERG Y GOODMAN

	TEORÍA DE SODERBERG	TEORÍA DE GOODMAN
EXPRESION GENERAL	$d = \left[\frac{16 \cdot n}{\pi} \left(\left(\frac{T}{S_{sy}} \right)^2 + \left(\frac{M}{S_{se}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$	$d = \left[\frac{16 \cdot n}{\pi} \left(\left(\frac{T}{S_{su}} \right)^2 + \left(\frac{M}{S_{se}} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$
T.C.M. (S_{sy} = 0,5 Sy) (S_{se} = 0,5 Se)	$d = \left[\frac{32 \cdot n}{\pi} \left(\left(\frac{T}{S_y} \right)^2 + \left(\frac{M}{S_e} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$	$d = \left[\frac{32 \cdot n}{\pi} \left(\left(\frac{T}{S_u} \right)^2 + \left(\frac{M}{S_e} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$
T.V.M. (S_{sy} = 0,577 Sy) (S_{se} = 0,577 Se)	$d = \left[\frac{27.7 \cdot n}{\pi} \left(\left(\frac{T}{S_y} \right)^2 + \left(\frac{M}{S_e} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$	$d = \left[\frac{27.7 \cdot n}{\pi} \left(\left(\frac{T}{S_u} \right)^2 + \left(\frac{M}{S_e} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{3}}$

Eje sometido a esfuerzos variables combinados

$$\text{FLEXIÓN} \left(\begin{array}{l} \text{Medio } (M_m) \\ \text{Alternante } (M_a) \end{array} \right) \quad \text{TORSIÓN} \left(\begin{array}{l} \text{Medio } (T_m) \\ \text{Alternante } (T_a) \end{array} \right)$$

$$\frac{T}{S_y} \equiv \frac{T_a}{S_e} + \frac{T_m}{S_y}$$

$$\frac{M}{S_e} \equiv \frac{M_a}{S_e} + \frac{M_m}{S_y}$$

4. LUBRICACIÓN

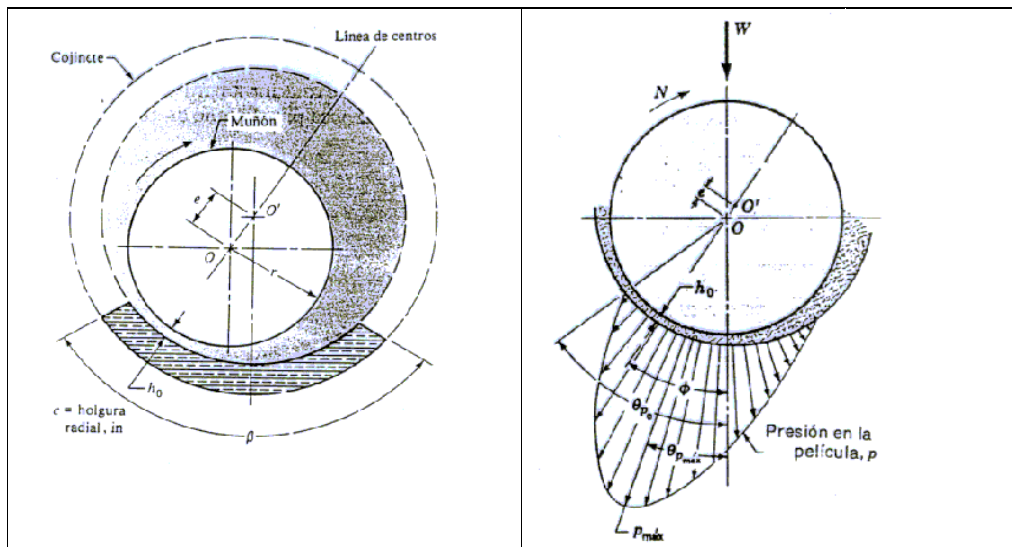
NÚMERO DE SOMMERFELD O NÚMERO CARACTERÍSTICO DEL COJINETE:

$$S = \left[\frac{r}{c} \right]^2 \frac{\eta N}{P}$$

DONDE:

- S: N° Característico del cojinete
 r: radio del muñón
 c: holgura radial
 η : viscosidad absoluta
 N: velocidad relativa entre muñón y cojinete
 P: carga por unidad de área proyectada.

GRÁFICOS DE RAIMONDI Y BOYD



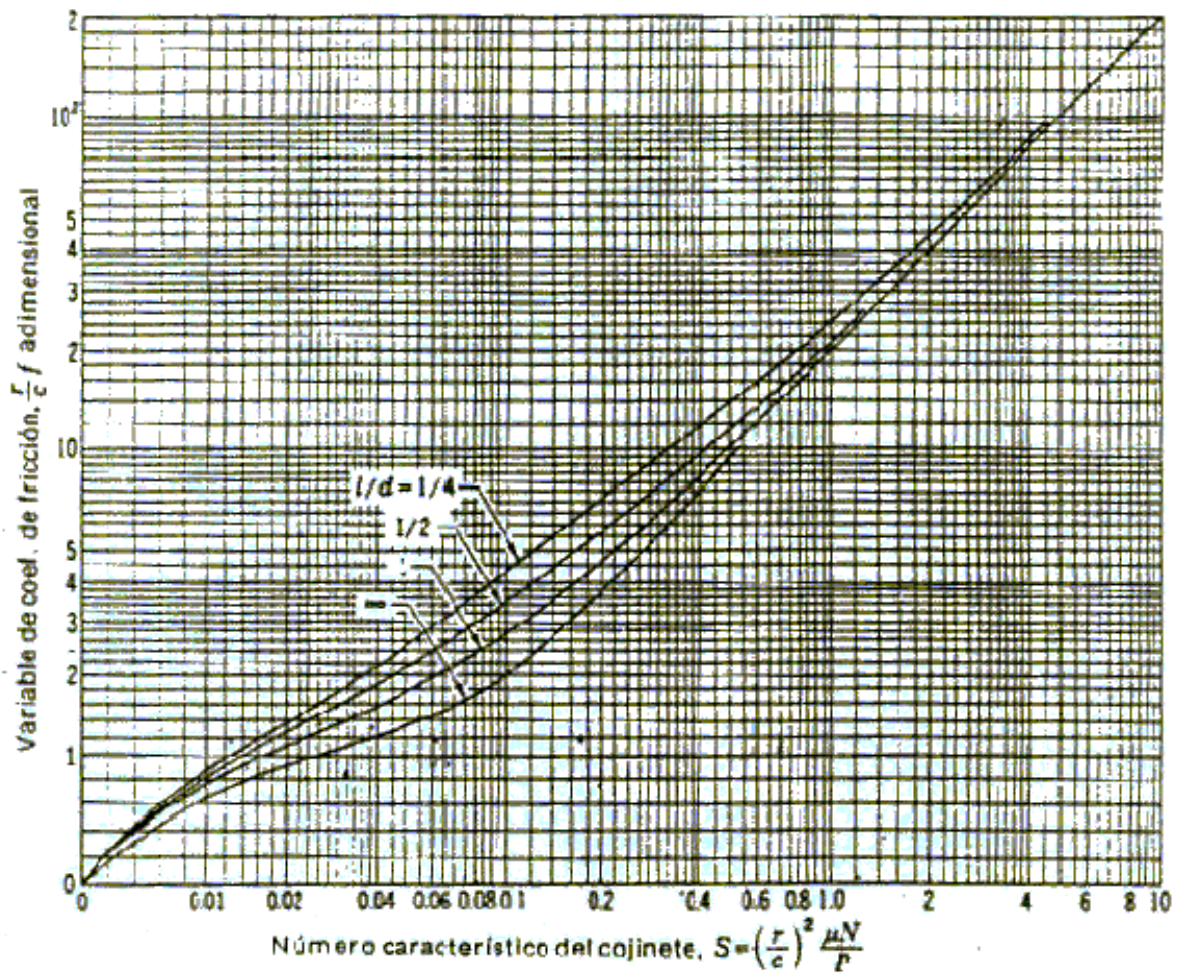
1. Variable de fricción $f(r/c)$:

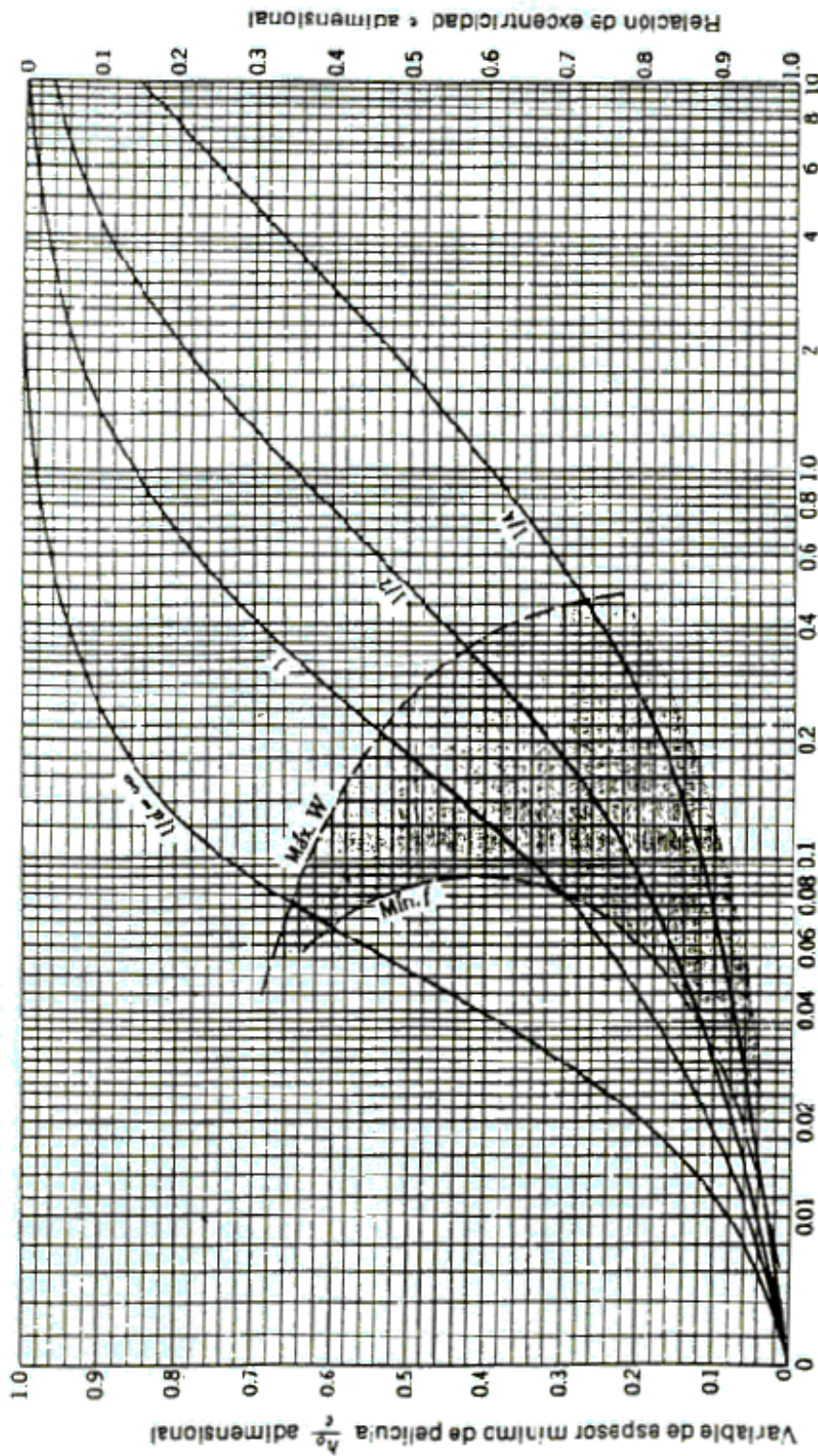
- a. Par de rozamiento de la carga (
- W
- es la carga total sobre el cojinete):

$$T = f \cdot W \cdot r$$

- b. Potencia perdida:

$$N_p = T \cdot N$$



2. Variable de espesor mínimo de película h_0/c :


Número característico del cojinete, $S = \left(\frac{r}{\epsilon}\right)^2 \frac{\mu N}{P}$

Diagrama de la variable de espesor mínimo de la película y la relación de excentricidad. El límite izquierdo de la zona sombreada define la h_0 óptima para fricción mínima; el límite derecho es la h_0 óptima para carga máxima. (Raimondi y Boyd.)

3. Localización del espesor mínimo de película:

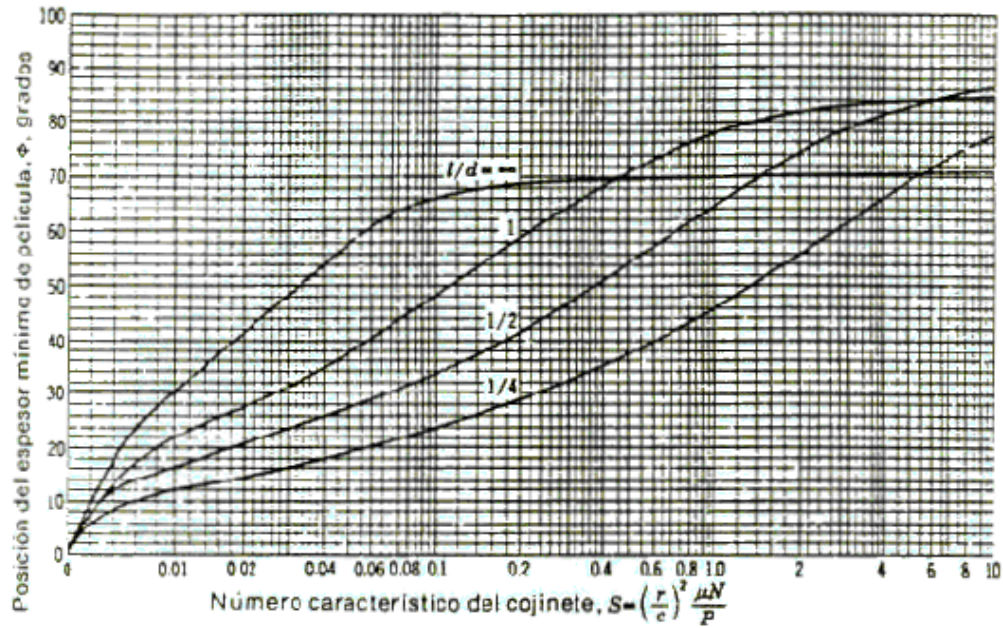
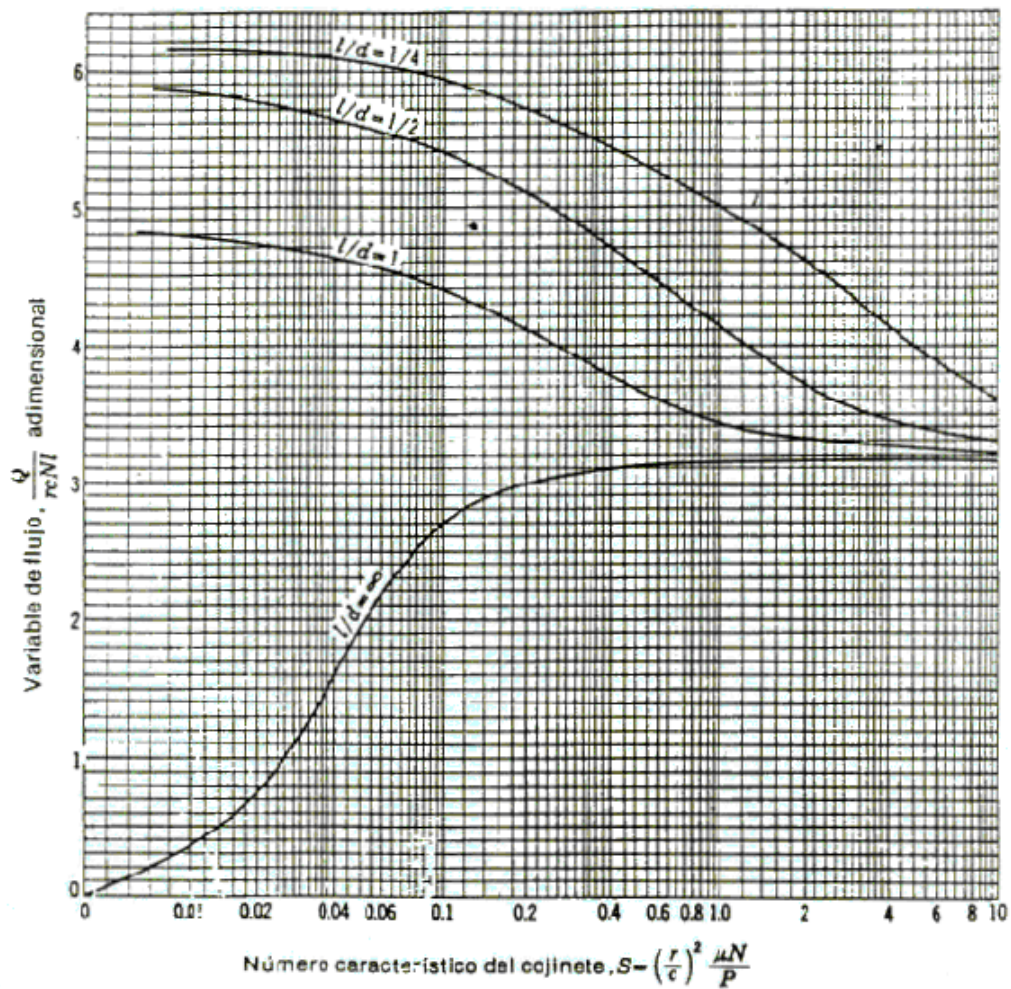
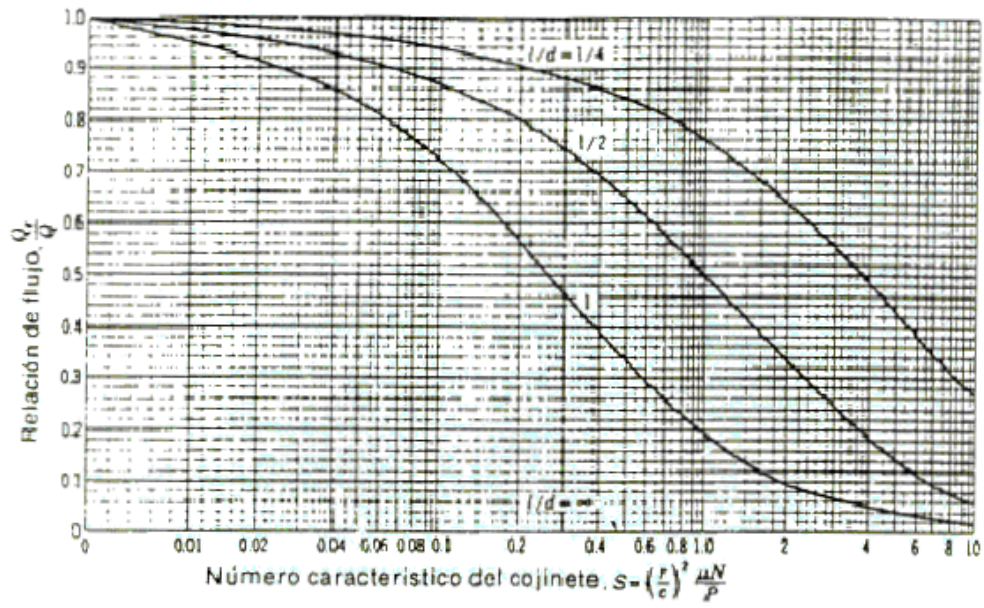
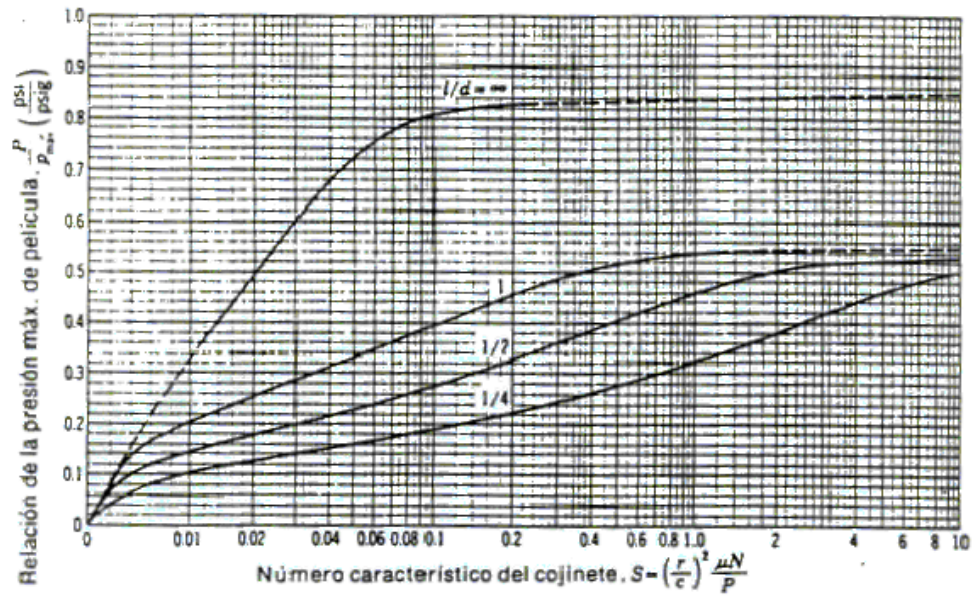
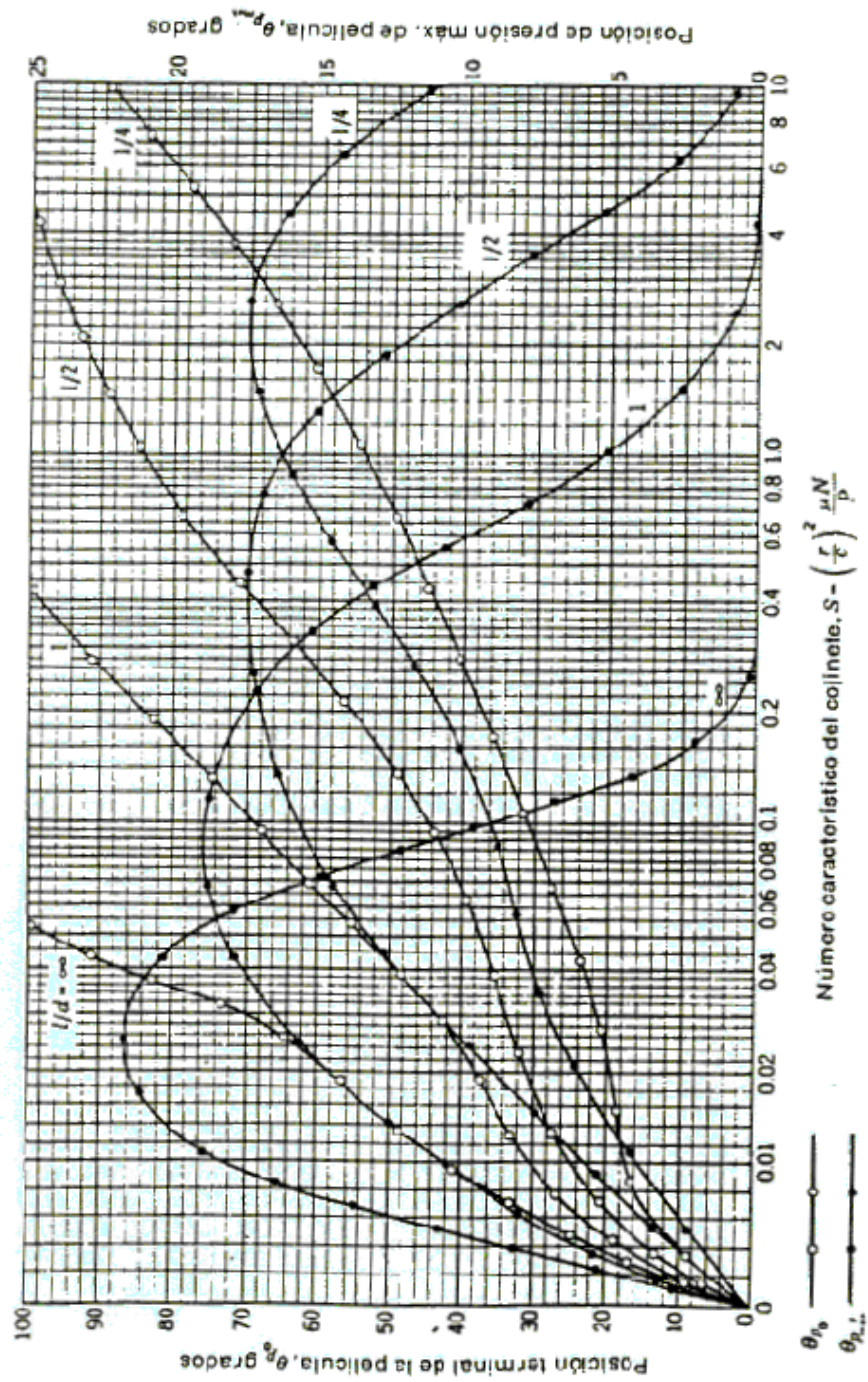


Diagrama para determinar la posición del espesor mínimo de película h_0 . Para la localización del origen vea la figura 10-20. (Raimondi y Boyd.)

 4. Variable de flujo $Q/rcNI$:


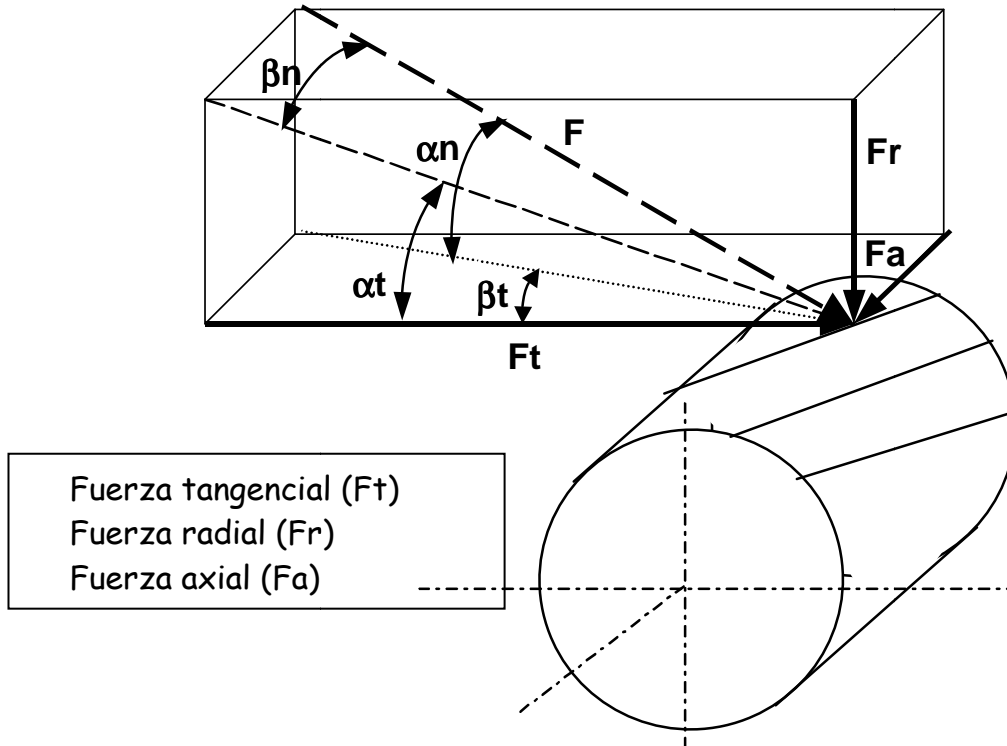
5. Relación de flujos Q_s/Q :

 6. Presión máxima desarrollada en la película P/P_{max} :


7. Localización de la presión máxima en la película:



5. CÁLCULO DE ENGRANAJES

! FUERZAS EN UNA TRANSMISIÓN POR ENGRANAJES



α_n : Ángulo de presión normal ó real
 α_t : Ángulo de presión transversal ó aparente
 β_t : Ángulo de inclinación transversal ó aparente.
 β_n : Ángulo de inclinación normal ó real.

$$W = T \cdot \omega$$

$$T = r \cdot F_t$$

$$\Rightarrow F_t = \frac{W}{\omega \cdot r}$$

r: radio primitivo

F_t : Fuerza tangencial sobre la rueda

T: Par torsor transmitido

ω : Velocidad angular

W: Potencia transmitida por el engranaje

$$r = \frac{m_n \cdot z}{2 \cdot \cos \beta_t}$$

$$F_a = F_t \cdot \operatorname{tg} \beta_a$$

$$F_r = F_t \cdot \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_t}$$

! FALLO POR FATIGA EN LA BASE DEL DIENTE (ENGRANAJES PARALELOS DENTADO RECTO)

(a) Cálculo del esfuerzo por flexión

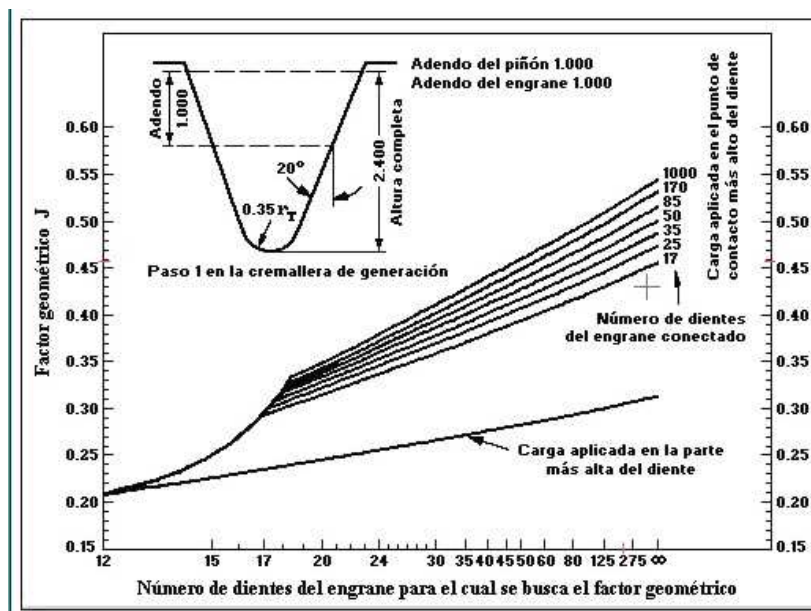
$$\sigma = \frac{K_a \cdot K_m \cdot K_S}{K_V} \cdot \frac{F_t}{b \cdot J \cdot m}$$

b: Ancho del diente

m: Módulo del engrane

F_t : Fuerza tangencial transmitida

J: Factor geométrico. Introduce la influencia de la forma del diente, la posición en la cual es aplicada la carga más dañina potencialmente y los efectos de concentración de tensiones que dependen de la geometría.



K_a : Factor de aplicación. Tiene en cuenta las sobrecargas dinámicas provenientes de fuerzas exteriores al engranaje.

FUENTE DE ENERGÍA	CARGA EN LA MÁQUINA IMPULSADA		
	Uniforme	Choque Moderado	Choque Fuerte
Uniforme	1.00	1.25	1.75 o superior
Choque Ligero	1.25	1.50	2.00 o superior
Choque Mediano	1.50	1.75	2.25 o superior

K_m : Factor de distribución de la carga. Tiene en cuenta la mala distribución de la carga entre parejas de dientes y a lo ancho del diente.

CONDICIÓN DE SOPORTE	ANCHO DE CARA in (mm)			
	≤ 2 (50)	6 (150)	9 (225)	≥ 16 (400)
Montaje exacto, bajas holguras de cojinetes, deflexiones mínimas, engranes de precisión	1.30	1.40	1.50	1.80
Montajes menos rígidos, engranes menos precisos, contacto a todo lo ancho de cara	1.60	1.70	1.80	2.0
Exactitud y montaje de modo que exista contacto incompleto con la cara			>2.0	

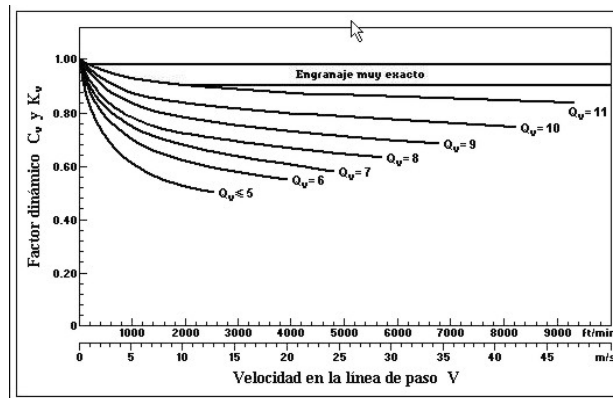
K_s : Factor de tamaño. Tiene en cuenta la posible existencia de discontinuidad en las propiedades del material.

El objetivo del Factor de Tamaño es considerar una posible falta de uniformidad en las propiedades del material.

Siempre que se haga una elección adecuada del acero en función del tamaño de la pieza, del tratamiento térmico y del proceso de templado o endurecimiento, la AGMA recomienda que se utilice un factor de tamaño igual a la unidad.

En caso contrario, se deberá utilizar un factor mayor que la unidad.

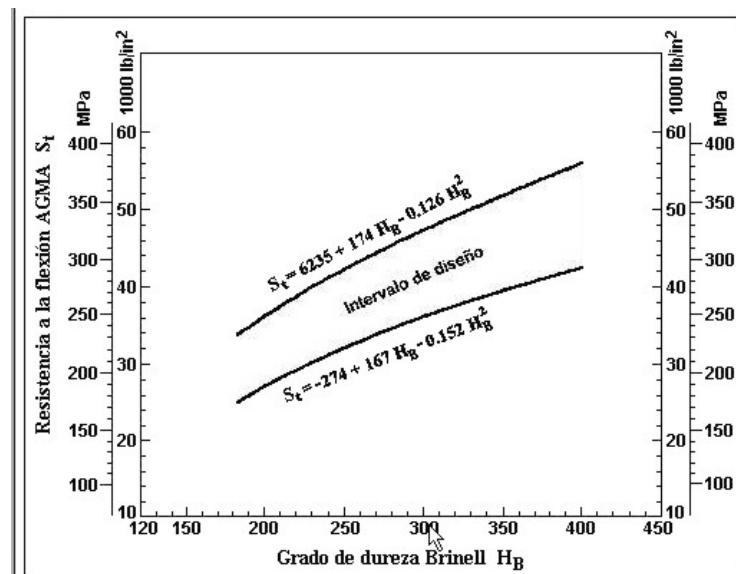
K_v : Factor dinámico. Tiene en cuenta las sobrecargas dinámicas internas producidas por las vibraciones que sufre el engranaje. Depende del número de calidad AGMA QV.



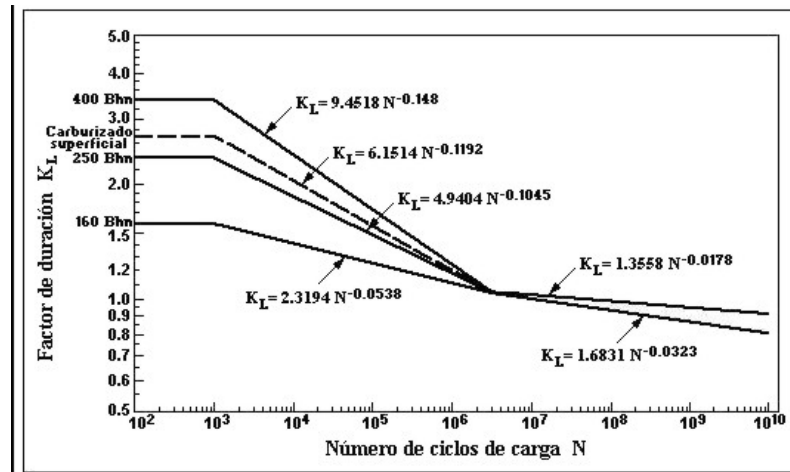
(b) **Cálculo del esfuerzo por flexión admisible**

$$\sigma_{adm} = \frac{S_T \cdot K_L}{K_T \cdot K_R}$$

S_T : Resistencia a la flexión. Es una propiedad del material y se asigna por ensayo. Sólo válida para engranajes (.)



K_L : Factor de duración para la tensión de flexión. Tiene en cuenta el efecto del requerimiento de vida para calcular la máxima tensión permisible.



K_T : Factor de temperatura. Tiene en cuenta el efecto de la temperatura de operación del engranaje.

El Factor de Temperatura se emplea para corregir la variación que sufre el Esfuerzo Admisible considerando la temperatura del aceite de la lubricación.

Para temperaturas hasta de 250° F (121° C), dicho factor es generalmente igual a la unidad. Cuando se tengan temperaturas superiores debe usarse la ecuación:

$$K_T = C_T = \frac{460 + T}{620}$$

donde T es la temperatura pico de operación del aceite en grados Fahrenheit.

Nota: En el caso de engranes con superficie carburizada, la ecuación se deberá emplear a partir de 160° F.

K_R : Factor de fiabilidad. Tiene en cuenta el efecto de la distribución estadística normal de fallos encontrados en los materiales de prueba

CONFIABILIDAD (%)	FACTOR K_R y C_R
90	0.85
99	1.00
99.9	1.25
99.99	1.50

(c) Seguridad ante el fallo por fatiga de flexión en la base del diente

$$n = \frac{\sigma_{adm}}{\sigma}$$

! FALLO POR DETERIORO SUPERFICIAL (ENGRANAJES PARALELOS DENTADO RECTO)

(a) Cálculo del esfuerzo de contacto

$$\sigma_C = C_P \cdot \left[\frac{C_a \cdot C_m \cdot C_S \cdot C_F}{C_V} \cdot \frac{F_t}{b \cdot d_p \cdot l} \right]^{\frac{1}{2}}$$

C_A : Factor de aplicación para esfuerzo de contacto ($C_a = K_a$).

C_P : Coeficiente elástico. Depende de los módulos de Young y de Poisson, y de las superficies de acuerdo curvadas de los dientes.

Coeficiente Elástico: C_p

MATERIAL DEL PIÑÓN	MÓDULO DE ELASTICIDAD DEL PIÑÓN lb/in ² (MPa)	MATERIAL Y MÓDULO DE ELASTICIDAD DEL ENGRANE O RUEDA lb/in ² (MPa)					
		Acero	Hierro Maleable	Hierro Nodular	Hierro Fundido	Bronce de Aluminio	Bronce de Estaño
		30x10 ⁶ (2x10 ⁵)	25x10 ⁶ (1.7x10 ⁵)	24x10 ⁶ (1.7x10 ⁵)	22x10 ⁶ (1.5x10 ⁵)	17.5x10 ⁶ (1.2x10 ⁵)	16x10 ⁶ (1.1x10 ⁵)
Acero	30x10 ⁶ (2x10 ⁵)	2300 (191)	2180 (181)	2160 (179)	2100 (174)	1950 (162)	1900 (158)
Hierro Maleable	25x10 ⁶ (1.7x10 ⁵)	2180 (181)	2090 (174)	2070 (172)	2020 (168)	1900 (158)	1850 (154)
Hierro Nodular	24x10 ⁶ (1.7x10 ⁵)	2160 (179)	2070 (172)	2050 (170)	2000 (166)	1880 (156)	1830 (152)
Hierro Fundido	22x10 ⁶ (1.5x10 ⁵)	2100 (174)	2020 (168)	2000 (166)	1960 (163)	1850 (154)	1800 (149)
Bronce de Aluminio	17.5x10 ⁶ (1.2x10 ⁵)	1950 (162)	1900 (158)	1880 (156)	1850 (154)	1750 (145)	1700 (141)
Bronce de Estaño	16x10 ⁶ (1.1x10 ⁵)	1900 (158)	1850 (154)	1830 (152)	1800 (149)	1700 (141)	1650 (137)

C_m : Factor de distribución de carga. Tiene en cuenta la distribución uniforme de la carga a lo largo de la longitud del diente ($C_m = K_m$).

C_S : Factor de tamaño para esfuerzo de contacto ($C_s = K_s$).

C_V : Factor dinámico. Tiene en cuenta el efecto de la calidad del dentado relacionado con la velocidad y la carga (como generadores de vibraciones) ($C_v = K_v$).

C_F : Factor de estado o condición de superficie.

Se recomienda emplear valores mayores que la unidad para el Factor de Estado o Condición de la Superficie cuando existan defectos evidentes en la misma.

Como valores orientativos pueden utilizarse los

- Defectos de acabado en la superficie: $C_f = 1,25$
- Esfuerzos Residuales: $C_f = 1,25$
- Combinación de ambos: $C_f = 1,5$

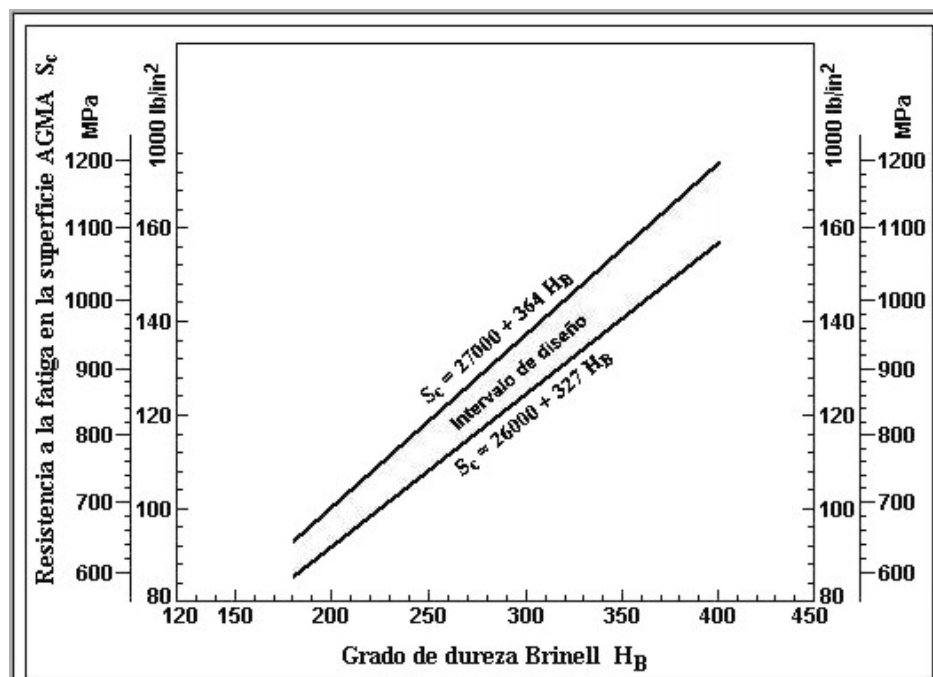
- I: Factor geométrico para esfuerzo de contacto. Tiene en cuenta la geometría del engranaje

$$I = \frac{\text{sen} \alpha \cdot \text{cos} \alpha}{2 \cdot m_n} \cdot \frac{i}{i+1}$$

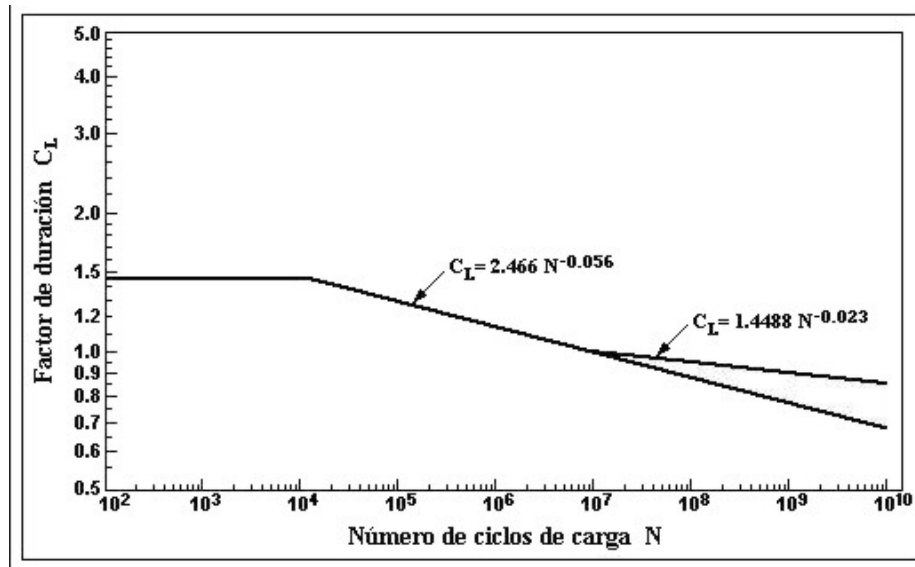
(b) Cálculo del esfuerzo de contacto admisible

$$\sigma_{\text{Cadm}} = \frac{S_C \cdot C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R}$$

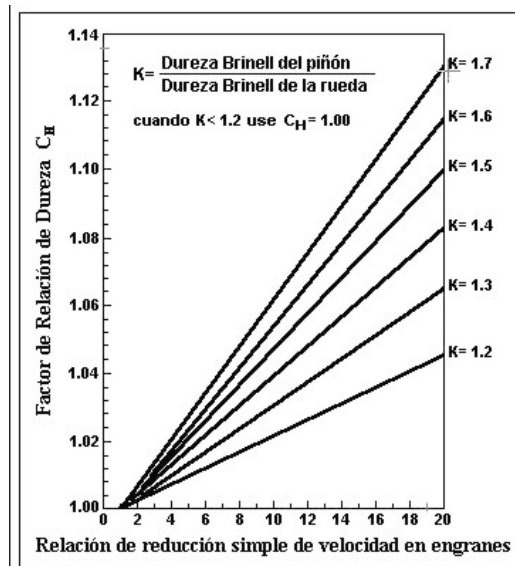
- S_C : Resistencia a la fatiga. Es característica de cada material y se determina por ensayo. Sólo válida para engranajes.



- C_L : Factor de duración.



C_H : Factor de dureza .



C_T : Factor de temperatura ($C_T = K_T$).

C_R : Factor de confiabilidad ($C_R = K_R$).

(c) **Seguridad ante el fallo por fatiga superficial**

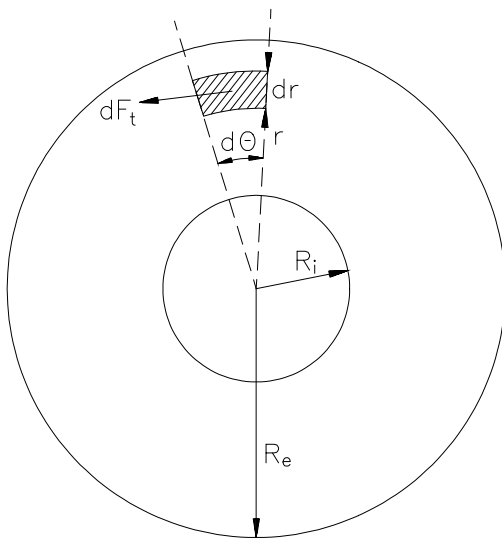
$$n = \frac{\sigma_{\text{Cadm}}}{\sigma_C}$$

6. EMBRAGUES

Dimensiones geométricas normalizadas

DIAMETRO (mm)		ESPESOR (mm)
EXTERIORES	INTERIORES	
120	80	3,2
130	90	
145	100	
160	110	
180	124	
200	130	
215	145	3,2
225	150	
250	155	
280	165	3,5
310	175	
350	195	

Diseño de un embrague



- Hipótesis presión variable (Desgaste constante)

$$p r = p_a R_i$$

- Hipótesis presión constante (Desgaste variable)

$$p = cte$$

Par transmitido por el disco

Presión variable $p r = p_a R_i$

$$dN = r dF_t$$

$$dN = \mu p r^2 dr d\theta$$

$$N = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_e} \mu p r^2 dr d\theta$$

$$N = \pi \mu p_a R_i (R_e^2 - R_i^2)$$

$$N = 2\pi \mu p_a R_i (R_e^2 - R_i^2)$$

Dos superficies rozantes simultáneas

Presión constante

$$dN = r dF_t$$

$$dN = \mu p r^2 dr d\theta$$

$$N = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_e} \mu p r^2 dr d\theta$$

$$N = \frac{2\pi \mu p}{3} (R_e^3 - R_i^3)$$

$$N = \frac{4\pi \mu p}{3} (R_e^3 - R_i^3)$$

Relación entre el par y la fuerza normal

Presión variable $p r = p_a R_i$

$$dFn = p \cdot dS = p \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$

$$Fn = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_e} p \cdot r \cdot d\theta \cdot dr$$

$$Fn = p_a \cdot 2\pi \cdot R_i (R_e - R_i)$$

$$N = \pi \mu p_a R_i (R_e^2 - R_i^2)$$

$$N = \frac{1}{2} \mu (R_e + R_i) \cdot Fn$$

Presión constante

$$dFn = p \cdot dS = p \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$

$$Fn = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_e} p \cdot r \cdot d\theta \cdot dr$$

$$Fn = p \cdot \pi (R_e^2 - R_i^2)$$

$$N = \frac{2\pi \mu p}{3} (R_e^3 - R_i^3)$$

$$N = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot \frac{(R_e^3 - R_i^3)}{R_e^2 - R_i^2} \cdot Fn$$

Parámetros de diseño

- Relación entre los radios interior y exterior del forro de embrague

$$\frac{R_i}{R_e} \approx 0.7$$

- Coefficiente de seguridad (n): El par transmitido por el embrague (N) es del orden de 1.3-1.5 veces el par motor máximo (N_{mmax})

$$N = n N_{mmax} = \frac{4\pi}{3} \mu p (1 - 0.7^3) R_e^3$$

$$R_e = \sqrt[3]{\frac{3 n N_{mmax}}{4 \pi \mu p (1 - 0.7^3)}}$$

7. FRENOS

Frenos de zapata

Parámetros de diseño

$$N = m \cdot Ft = 2 \cdot p \cdot b \cdot r \cdot m \cdot \operatorname{tg} \phi \cdot \operatorname{sen} \alpha$$

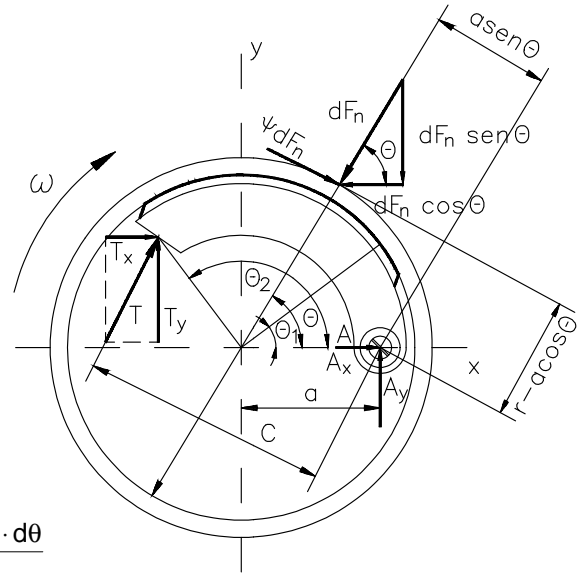
$$m = \frac{r \cdot \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}$$

Fuerzas sobre las zapatas

$$dS = b \cdot r \cdot d\theta \quad p = p_a \frac{\operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} \theta_a}$$

$$dF_n = p \cdot dS \quad dF_n = p \cdot b \cdot r \cdot d\theta$$

$$dF_n = \frac{p_a \cdot b \cdot r \cdot \operatorname{sen} \theta \cdot d\theta}{\operatorname{sen} \theta_a} \quad dF_t = \mu \cdot \frac{p_a \cdot b \cdot r \cdot \operatorname{sen} \theta \cdot d\theta}{\operatorname{sen} \theta_a}$$



Par de frenada

$$dN = r \cdot dF_t = r \cdot \mu \cdot \frac{p_a \cdot b \cdot r \cdot \operatorname{sen} \theta \cdot d\theta}{\operatorname{sen} \theta_a}$$

$$N = \int_{\theta_1}^{\theta_2} r \cdot \mu \cdot \frac{p_a \cdot b \cdot r \cdot \operatorname{sen} \theta \cdot d\theta}{\operatorname{sen} \theta_a}$$

$$N = r^2 \cdot \mu \cdot \frac{p_a \cdot b}{\operatorname{sen} \theta_a} [\cos \theta_1 - \cos \theta_2]$$

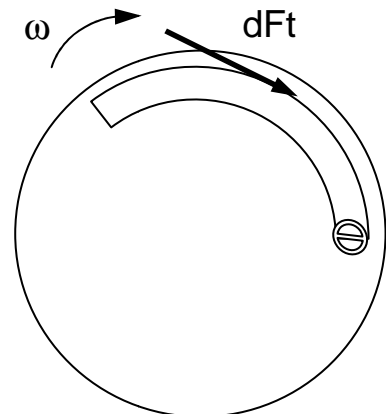
Par producido por las fuerzas de rozamiento

$$dN_F = dF_t \cdot (r - a \cos \theta)$$

$$N_F = \int_{\theta_1}^{\theta_2} dF_t \cdot (r - a \cos \theta)$$

$$N_F = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \mu \frac{p_a b r \operatorname{sen} \theta}{\operatorname{sen} \theta_a} (r - a \cos \theta) d\theta$$

$$N_F = \frac{\mu p_a b r}{\operatorname{sen} \theta_a} \left\{ (-r \cos \theta)_{\theta_1}^{\theta_2} - a \left(\frac{1}{2} \operatorname{sen}^2 \theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2} \right\}$$



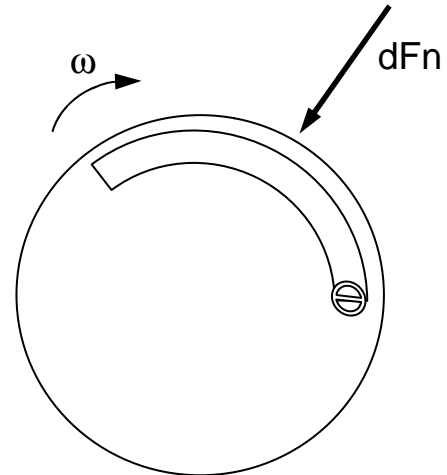
Par producido por las fuerzas de presión

$$dN_n = dF_n (a \operatorname{sen} \theta)$$

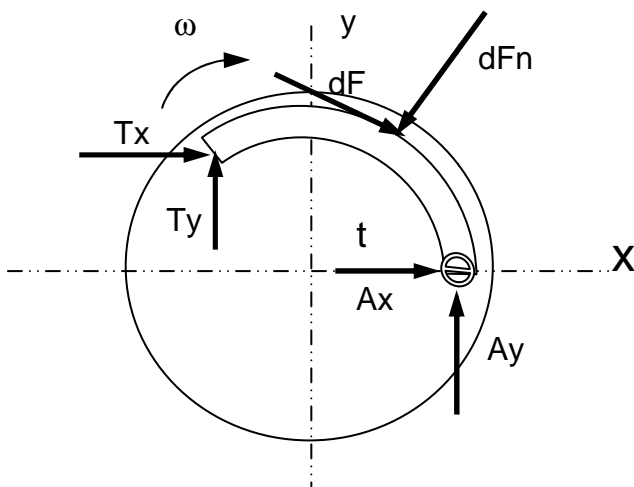
$$N_n = \int_{\theta_1}^{\theta_2} dF_n (a \operatorname{sen} \theta)$$

$$N_n = \frac{p_a b r a}{\operatorname{sen} \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen}^2 \theta d\theta$$

$$N_n = \frac{p_a b r a}{\operatorname{sen} \theta_a} \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \operatorname{sen} 2\theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$



Equilibrio de momentos en una zapata



$$T \cdot C = N_n - N_F$$

$$N_F = \frac{\mu p_a b r}{\operatorname{sen} \theta_a} \left\{ (-r \cos \theta)_{\theta_1}^{\theta_2} - a \left(\frac{1}{2} \operatorname{sen}^2 \theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2} \right\}$$

$$N_n = \frac{p_a b r a}{\operatorname{sen} \theta_a} \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \operatorname{sen} 2\theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

Reacciones en los apoyos

$$T \cdot C = N_n - N_F$$

$$A_x = \int dF_n \cdot \cos \theta - \int \mu \cdot dF_n \cdot \operatorname{sen} \theta - T_x$$

$$A_x = \frac{p_a b r}{\operatorname{sen} \theta_a} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen} \theta \cos \theta d\theta - \mu \int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen}^2 \theta d\theta \right) - T_x$$

$$A_y = \int dF_n \cdot \operatorname{sen} \theta + \int \mu \cdot dF_n \cdot \cos \theta - T_y$$

$$A_y = \frac{p_a b r}{\operatorname{sen} \theta_a} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen}^2 \theta d\theta + \mu \int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen} \theta \cos \theta d\theta \right) - T_y$$

Zapata secundaria

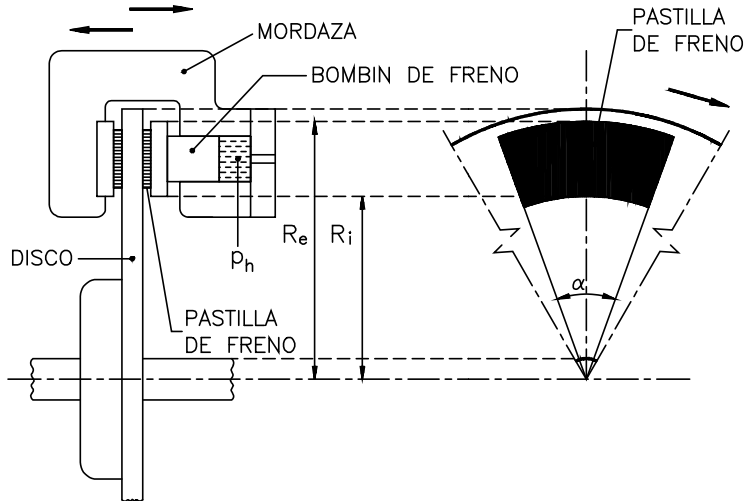
$$T \cdot C = N_n + N_F$$

$$A_x = \frac{p_a b r}{\operatorname{sen} \theta_a} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen} \theta \cos \theta d\theta + \mu \int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen}^2 \theta d\theta \right) - T_x$$

$$A_y = \frac{p_a b r}{\operatorname{sen} \theta_a} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen}^2 \theta d\theta - \mu \int_{\theta_1}^{\theta_2} \operatorname{sen} \theta \cos \theta d\theta \right) - T_y$$

Frenos de disco

Fuerza de accionamiento sobre cada pastilla

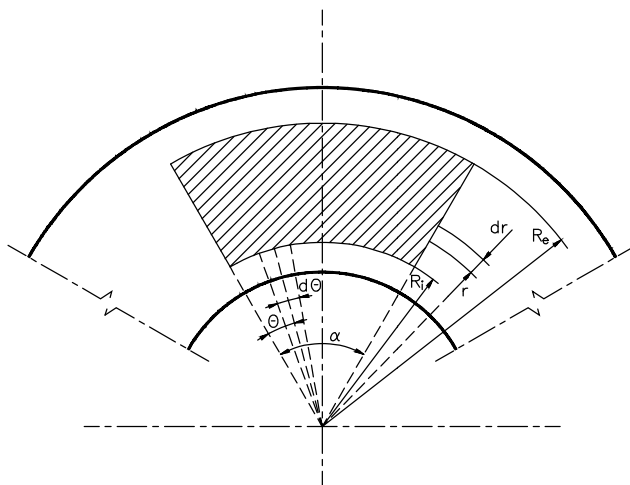


$$T = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot P_h$$

d → Diámetro del bombín hidráulico

P_h → Presión hidráulica

Diferencial de superficie



$$dS = r d\phi dr$$

$$S_{\text{PASTILLA}} = \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \int_{R_i}^{R_e} r dr d\phi = \frac{\alpha(R_e^2 - R_i^2)}{2}$$

Presión en la pastilla

$$p = \frac{\frac{\pi d^2}{4} P_h}{\frac{\alpha(R_e^2 - R_i^2)}{2}} = \frac{\pi d^2 P_h}{2\alpha(R_e^2 - R_i^2)}$$

Par transmitido por el disco

Presión variable $p r = p_a R_i$

$$dN = r dF_t$$

$$dN = \mu p r^2 dr d\theta$$

$$N = \int_0^\alpha \int_{R_i}^{R_e} \mu p r^2 dr d\theta$$

$$N = \frac{\alpha \mu p_a R_i}{2} (R_e^2 - R_i^2)$$

$$\boxed{N = \alpha \mu p_a R_i (R_e^2 - R_i^2)}$$

*Dos superficies
rozantes simultáneas*

Presión constante

$$dN = r dF_t$$

$$dN = \mu p r^2 dr d\theta$$

$$N = \int_0^\alpha \int_{R_i}^{R_e} \mu p r^2 dr d\theta$$

$$N = \frac{\alpha \mu p}{3} (R_e^3 - R_i^3)$$

$$\boxed{N = \frac{2 \alpha \mu p}{3} (R_e^3 - R_i^3)}$$

Relación entre el par y la fuerza normal

Presión variable $p r = p_a R_i$

$$dF_n = p \cdot dS = p \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$

$$F_n = \int_0^\alpha \int_{R_i}^{R_e} p \cdot r \cdot d\theta \cdot dr$$

$$F_n = p_a \cdot \alpha \cdot R_i (R_e - R_i)$$

$$N = \frac{1}{2} \alpha \mu p_a R_i (R_e^2 - R_i^2)$$

$$\boxed{N = \frac{1}{2} \mu \cdot (R_e + R_i) \cdot F_n}$$

Presión constante

$$dF_n = p \cdot dS = p \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$

$$F_n = \int_0^\alpha \int_{R_i}^{R_e} p \cdot r \cdot d\theta \cdot dr$$

$$F_n = \frac{1}{2} p \cdot \alpha (R_e^2 - R_i^2)$$

$$N = \frac{\alpha \mu p}{3} (R_e^3 - R_i^3)$$

$$\boxed{N = \frac{2}{3} \mu \frac{(R_e^3 - R_i^3)}{(R_e^2 - R_i^2)} F_n}$$

Radio equivalente del disco

$$r_d = \frac{N}{F_n \mu} = \frac{\frac{\alpha \mu p (R_e^3 - R_i^3)}{3}}{\frac{\alpha \mu p (R_e^2 - R_i^2)}{2}} = \frac{2 (R_e^3 - R_i^3)}{3 (R_e^2 - R_i^2)}$$

8. RESORTES

FORMULARIO DE MUELLES HELICOIDALES

HILO DE SECCIÓN CIRCULAR

MAGNITUD		VALOR
Límite elástico de cortadura	τ_E	$0,6 R_E$
Diámetro medio de espira	D	
Diámetro de hilo	d	
Índice de curvatura	C	$\frac{D}{d}$
Factor de multiplicación de tensión (*)	K_S	$1 + \frac{1}{2C}$
Constante de WAHL	K_W	$\frac{4C - 1}{4C - 4} + \frac{0,615}{C}$
Tensión cortante máxima del muelle	τ_{MAX}	$\frac{8FDK_S}{\pi d^3}$
Nº de espiras útiles	N	
Nº total de espiras (aproximado)	N_T	$N + 1,65^{+0,15}$
Carga axial	F	
Deformación bajo carga F	Δy	$\frac{8FD^3N}{d^4G}$
Longitud libre	L_0	
Longitud bajo carga F	L	$L_0 - \Delta y$
Longitud a bloque	L_B	$N_T d$
Rigidez = Constante del muelle	k	$\frac{d^4G}{8D^3N}$
Constante de tensión	k_T	$\frac{\tau_{MAX}}{\Delta y} = \frac{dGK_S}{\pi D^2N}$