

FRENOS Y EMBRAGUES



Elementos mecánicos relacionados con la rotación

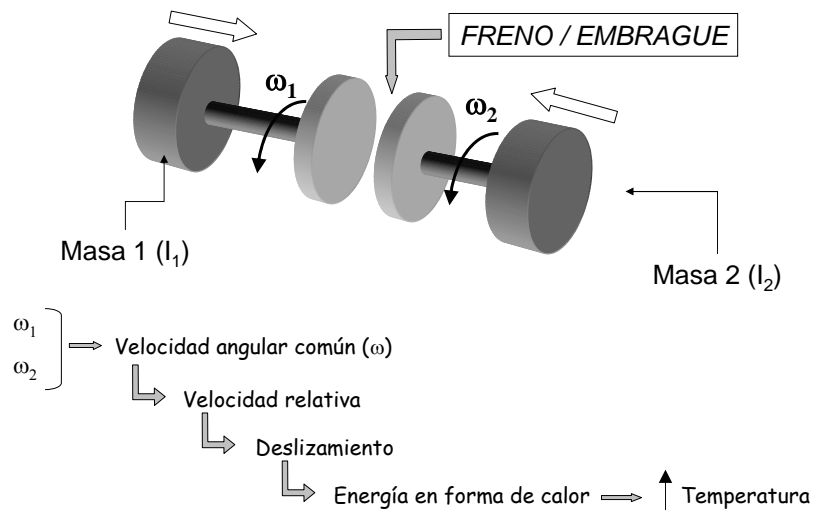
FUNCIÓN →

- *Transmitir*
- *Absorber*
- *Almacenar*

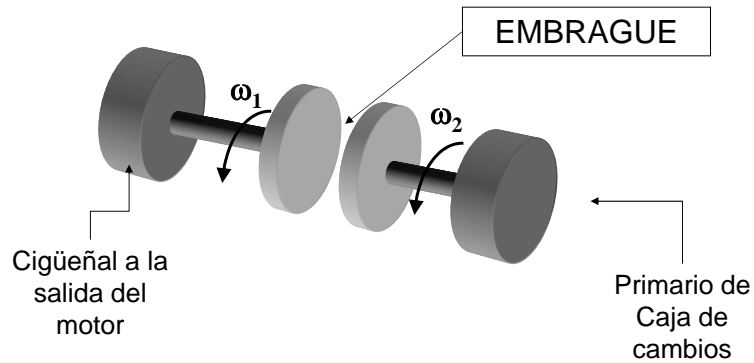
ENERGÍA MECÁNICA DE ROTACIÓN



FRENOS Y EMBRAGUES. PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO



ESQUEMA DEL EMBRAGUE



EMBRAGUE. FUNCIONES

Permite acoplar o desacoplar la salida del par motor (cigüeñal) con la entrada de la caja mecánica de velocidades (primario)

- Al ralentí: El régimen de vueltas del motor es distinto de cero, en el arranque y en las paradas hay que desacoplarlo para que no se detenga
- El par transmitido a la caja de velocidades en el arranque debe ser progresivo
- Permite filtrar y amortiguar vibraciones no deseadas



EMBRAGUE. COMPOSICIÓN

- ❑ COJINETE DE DESEMBRAGUE
- ❑ CONJUNTO DE PRESIÓN
 - ✓ Carcasa
 - ✓ Diafragma (resortes en vehículos industriales)
 - ✓ Plato de presión
 - ✓ Arandela Belleville
 - ✓ Remaches
 - ✓ Tirantes
- ❑ DISCO DE EMBRAGUE
 - ✓ Forros de fricción
 - ✓ Sistema de progresividad
 - Disco de conducción
 - Unión Forros-Disco de conducción
 - ✓ Sistema de amortiguación
 - Sistema elástico torsional
 - Parte conductora
 - Parte conducida
 - Resortes
 - Sistema de histéresis torsional

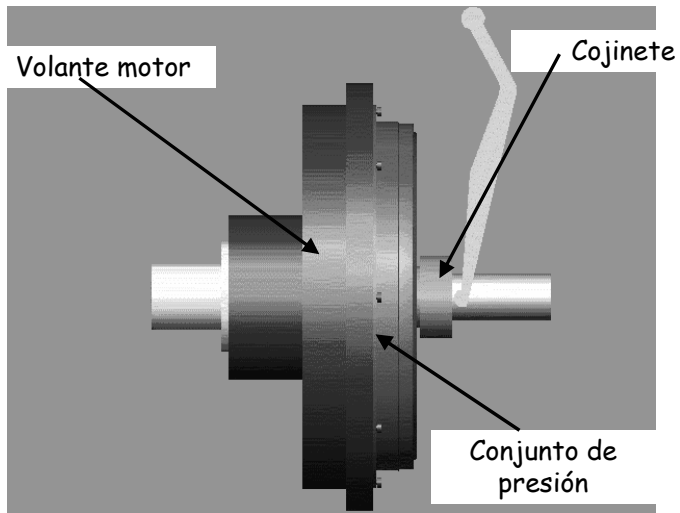


Elementos del embrague

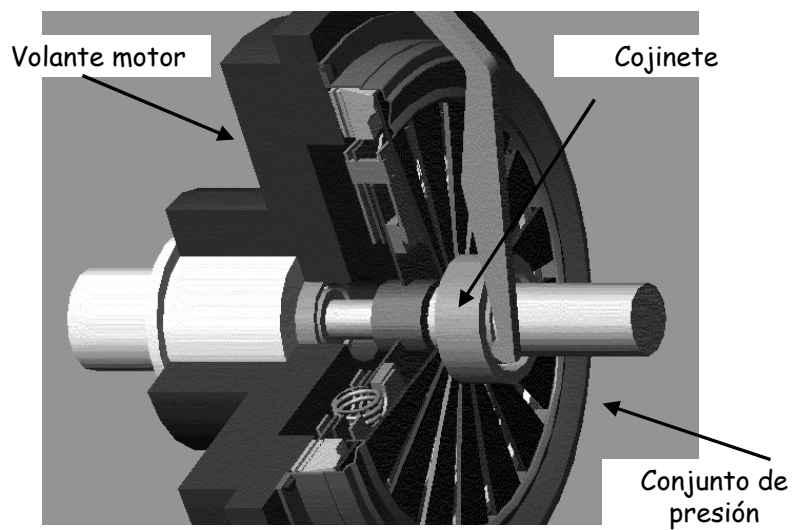
- ❑ CONJUNTO DE PRESIÓN: Atornillado al volante motor y perfectamente centrado sobre él
- ❑ DISCO DE EMBRAGUE: Solidario en rotación al árbol de entrada de la caja de velocidades y prensado entre el plato de presión y el volante motor
- ❑ COJINETE DE DESEMBRAGUE: Desliza sobre una guía tubular denominada "trompeta", que está fijada a la caja de velocidades y por cuyo interior pasa el árbol primario



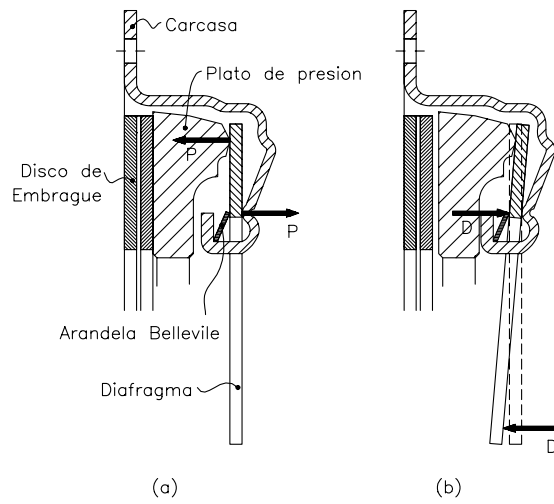
Elementos del embrague



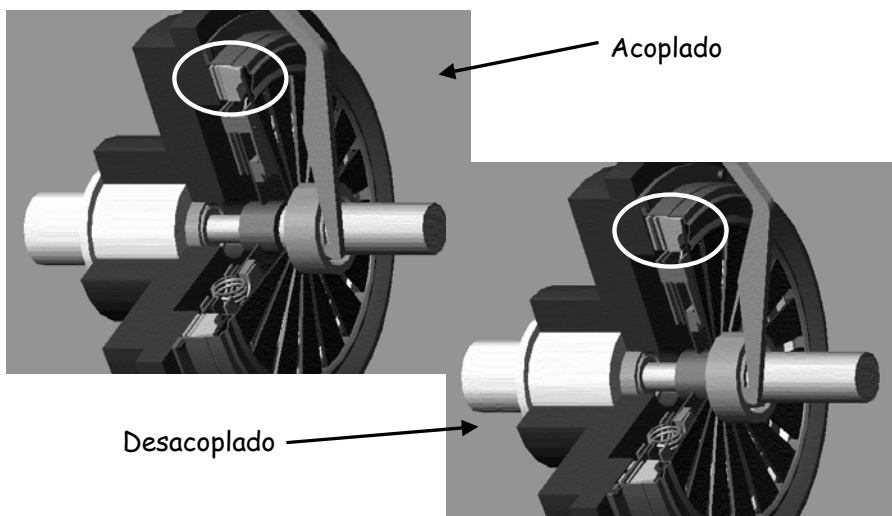
Elementos del embrague



Embrague y desembrague



Embrague y desembrague



Conjunto de presión

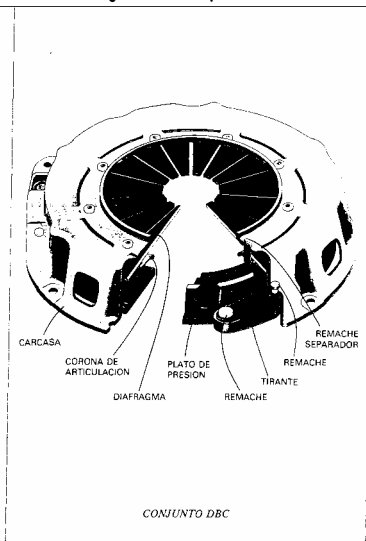
- ✓ Carcasa
- ✓ Diafragma (resortes en vehículos industriales)
- ✓ Plato de presión
- ✓ Arandela Belleville
- ✓ Remaches
- ✓ Tirantes

Funciones del conjunto de presión

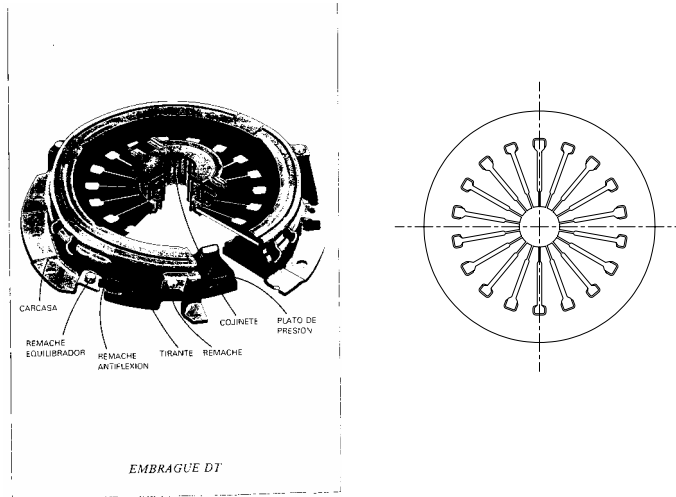
- ✓ Aportar la carga necesaria para la transmisión del par a través de la cara de fricción del plato de presión
- ✓ Embragar y desembragar
- ✓ Disipar energía



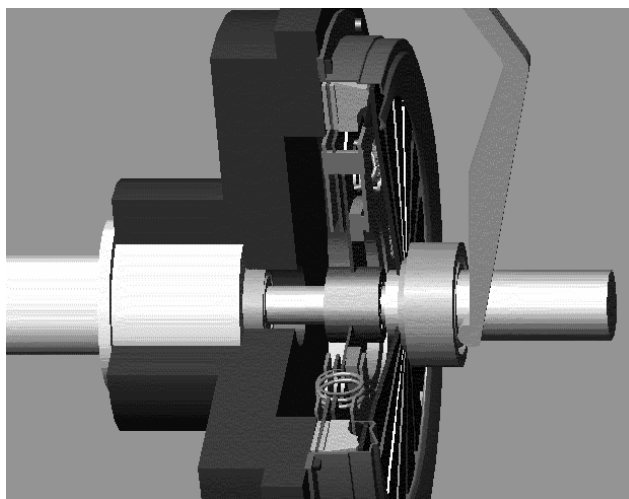
Conjunto de presión



Conjunto de presión



Cojinete de desembrague



DISCO DE EMBRAGUE

Funciones del disco de embrague

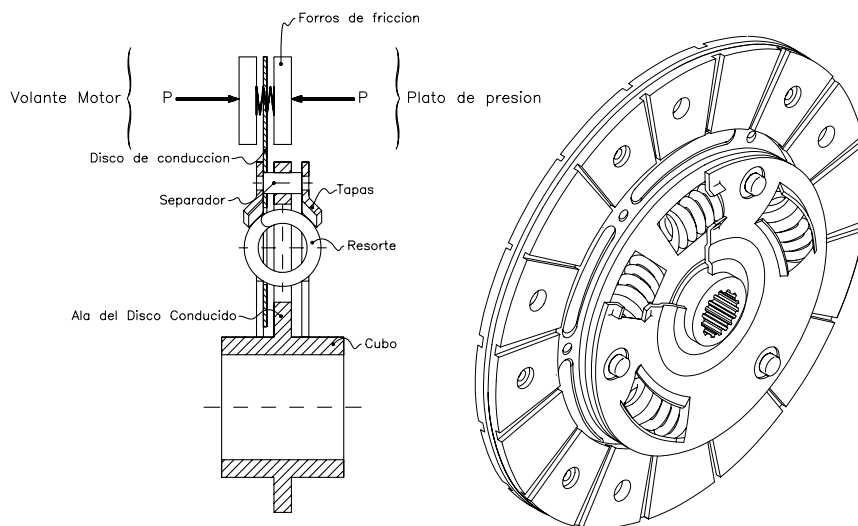
- ✓ Transmitir el par motor de manera progresiva
- ✓ Filtrado y amortiguación de las vibraciones torsionales no deseadas
- ✓ Modulación de las arrancadas, haciéndolas suaves y progresivas

Composición de un disco de embrague

- ✓ Forros de fricción
- ✓ Sistema de amortiguación
- ✓ Sistema de progresividad

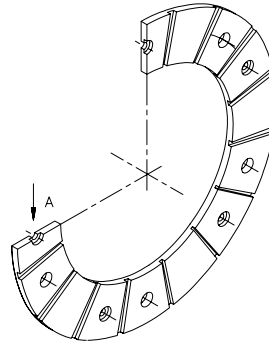


Disco de embrague



FORROS DE FRICCIÓN

- Verdaderos receptores del par motor
- Cada disco de embrague porta dos forros
- Uno a cada lado del disco de conducción al que están unidos mediante remaches
- Uno fricciona con el volante motor y el otro con el plato de presión
- Corona circular de pequeño espesor



PROPIEDADES DE LOS FORROS DE FRICCIÓN MECÁNICAS Y TÉRMICAS

- Coeficiente de rozamiento elevado y estable, sea cual sea la temperatura de trabajo
- Alta resistencia mecánica (centrifugación y deformación térmica)
- Alta resistencia térmica: Resistencia hasta 350 - 400 °C
- Resistencia al desgaste
- Baja densidad para obtener un peso y una inercia lo más bajos posible



**PROPIEDADES DE LOS FORROS DE FRICCIÓN
DIMENSIONES GEOMÉTRICAS NORMALIZADAS**

DIAMETRO (mm)		ESPESOR (mm)
EXTERIORES	INTERIORES	
120	80	3,2
130	90	
145	100	
160	110	
180	124	
200	130	
215	145	3,2
225	150	
250	155	
280	165	3,5
310	175	
350	195	



**FORROS DE FRICCIÓN
MATERIALES CERÁMICOS**

LOS **MATERIALES CERÁMICOS** POSEEN FORMA DE "PASTILLAS" TRAPEZOIDALES SINTERIZADAS DE POLVO DE COBRE, ESTAÑO Y COMPONENTES CERÁMICOS.

ENTAJAS DE LOS FORROS CERÁMICOS.

TIENEN **MAYOR COEFICIENTE DE ROZAMIENTO**. (MAYOR PAR TRANSMITIDO).

TIENEN UN **DESGASTE MENOR**. (DURACIÓN 3 VECES MAYOR).

MAYOR RESISTENCIA A LA TEMPERATURA.

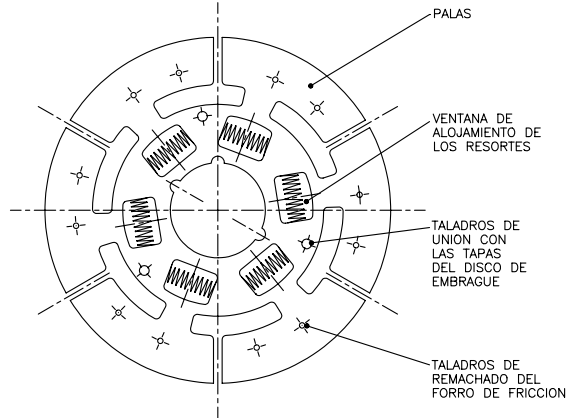
MENOR MANTENIMIENTO.



SISTEMA DE PROGRESIVIDAD

- DISCO DE CONDUCCIÓN
- UNIÓN DISCO DE CONDUCCIÓN - FORROS

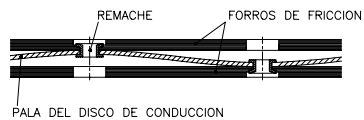
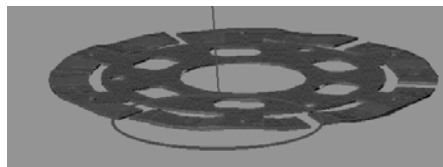
Disco de conducción



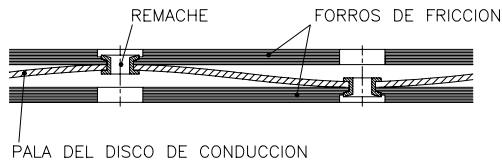
FUNCIONES DEL DISCO DE CONDUCCIÓN

- ✓ Soporte de los forros de fricción
- ✓ Unión con las tapas del disco de embrague a través de unos resortes dispuestos en dirección radial (unión con el sistema amortiguador)
- ✓ Elasticidad progresiva

↓
Ondulaciones del disco de conducción



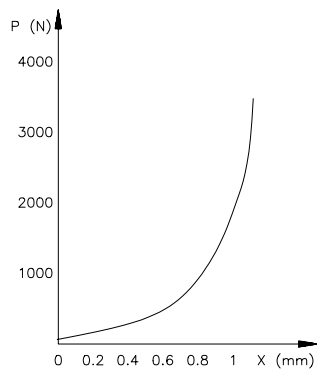
UNIÓN DISCO DE CONDUCCIÓN / FORROS



- ✓ Soportan los forros, manteniéndolos en posición concéntrica con la parte metálica del disco
- ✓ Permiten su desplazamiento axial en el momento de producirse el "prensado" del disco



FUNCIÓN DE PROGRESIVIDAD



$$k = \frac{dP}{dx}$$

Rigidez variable

Variación de la carga necesaria para prensar el disco en función de la variación de espesor de éste



SISTEMA DE AMORTIGUACIÓN

- **Formado por dos dispositivos:**

1. Un sistema elástico torsional, cuyas características son:
 1. Rigidez torsional (N/grado)
 2. Giro total
 3. Par máximo
2. Un sistema de histéresis torsional, que depende del par de roce interno (Nm)

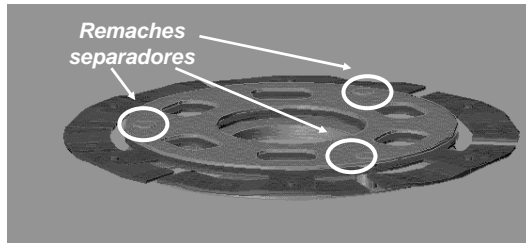


SISTEMA ELÁSTICO TORSIONAL

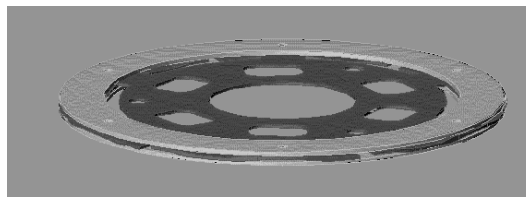
- Parte conductora
 - Forros
 - Disco de conducción
 - Tapas
- Parte conducida
 - Ala
 - Cubo
- Resortes



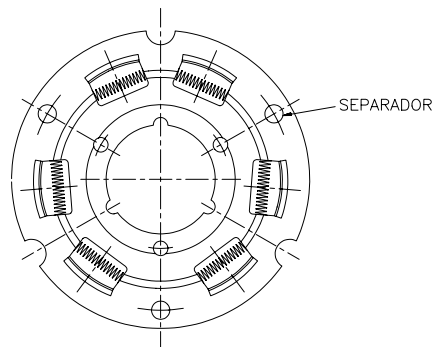
SISTEMA ELÁSTICO TORSIONAL. PARTE CONDUCTORA



Tapas y disco de conducción



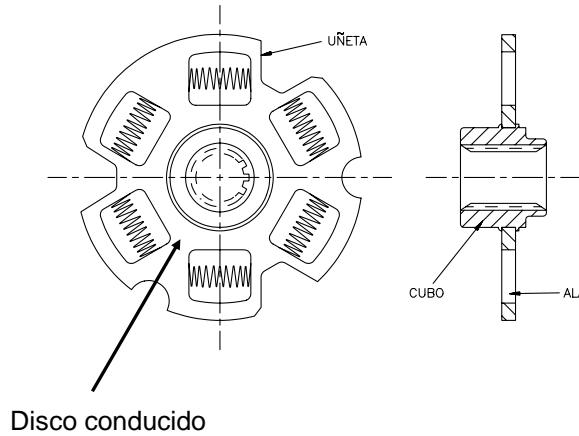
TAPAS DEL DISCO DE EMBRAGUE



- ✓ Unir el disco de conducción con el disco conducido mediante los resortes
- ✓ Ambas tapas están unidas rígidamente



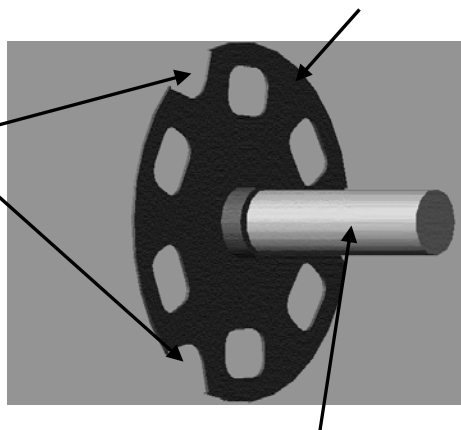
SISTEMA ELÁSTICO TORSIONAL. PARTE CONDUCTIDA



SISTEMA ELÁSTICO TORSIONAL. PARTE CONDUCTIDA

El ala recibe el movimiento amortiguado por los muelles

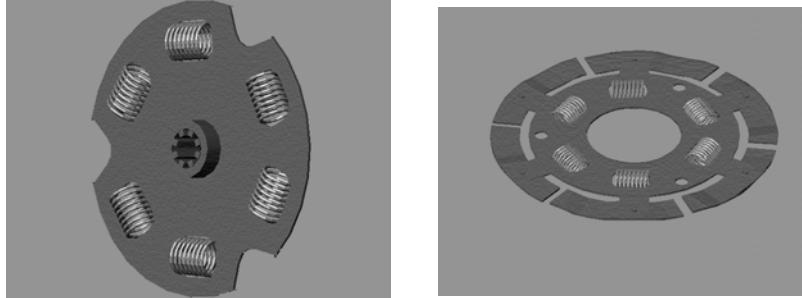
Las uñetas permiten el desplazamiento de los remaches separadores (que unen las dos tapas entre sí y alojan a los discos conductor y conducido) en su interior, desplazamiento angular relativo entre parte conductora y parte conducida



El cubo transmite el movimiento al eje primario de a caja de velocidades



SISTEMA ELÁSTICO TORSIONAL. RESORTES



- Combinando la geometría y distribución de las ventanas de los muelles y la tapa se obtiene la curva de amortiguación
- Pueden trabajar todos los muelles al mismo tiempo o por grupos

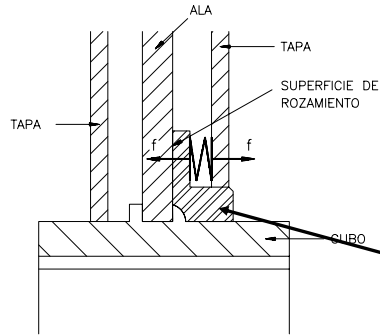


SISTEMA DE HISTÉRESIS TORSIONAL

ROZAMIENTO INTERNO ENTRE LA
PARTE CONDUCTORA Y LA PARTE
CONDUCTIDA



SISTEMA DE HISTÉRESIS (AMORTIGUAMIENTO DE COULOMB)



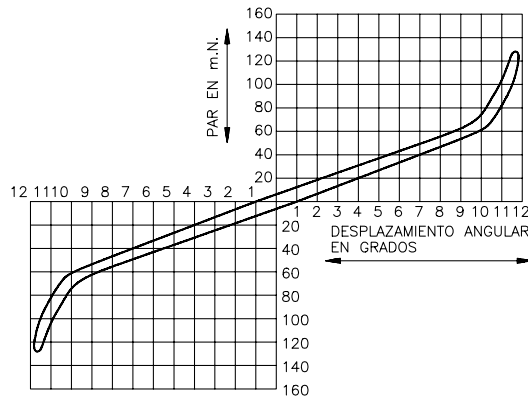
Dispositivo filtrante de vibraciones a torsión, garantizado por un elemento elástico que provoca un esfuerzo axial

Casquillo presionado por el elemento elástico

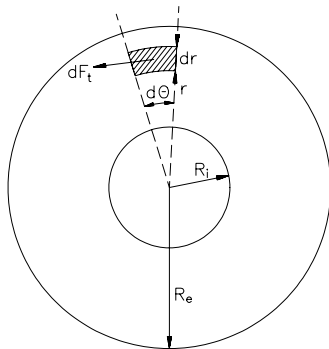


SISTEMA DE HISTÉRESIS

CURVA DE HISTÉRESIS DE UN DISCO DE EMBRAGUE



EMBRAGUE. PARÁMETROS DE DISEÑO



Hipótesis de cálculo

1. Presión variable (Desgaste constante)

$$p r = p_a R_i$$

2. Presión constante (Desgaste variable)



EMBRAGUE. CÁLCULO DE LA FUERZA TOTAL DE ROZAMIENTO

Presión variable

$$dF_t = \mu p ds$$

$$F_t = \pi \cdot \mu \cdot p (R_e^2 - R_i^2)$$

$$F_t = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_e} \mu p r dr d\theta$$

$$p r = p_a R_i$$

$$F_t = 2\pi \mu p_a R_i (R_e - R_i)$$

Presión constante

$$dF_t = \mu p ds$$

$$ds = r dr d\theta$$

$$F_t = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_e} \mu p r dr d\theta$$

$$F_t = \pi \mu p (R_e^2 - R_i^2)$$



EMBRAGUE. PAR TRANSMITIDO POR EL DISCO

Presión variable $p r = p_a R_i$

$$dN = r dF_t$$

$$dN = \mu p r^2 dr d\theta$$

$$N = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_e} \mu p r^2 dr d\theta$$

$$N = \pi \mu p_a R_i (R_e^2 - R_i^2)$$

$$N = 2\pi \mu p_a R_i (R_e^2 - R_i^2)$$

Presión constante

$$N = \frac{4}{3} \cdot \mu \cdot \frac{(R_e^3 - R_i^3)}{R_e^2 - R_i^2} \cdot F_n$$

$$dN = \mu p r^2 dr d\theta$$

$$N = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_e} \mu p r^2 dr d\theta$$

$$N = \frac{2\pi \mu p}{3} (R_e^3 - R_i^3)$$

$$N = \frac{4\pi \mu p}{3} (R_e^3 - R_i^3)$$

Dos superficies rozantes simultáneas

EMBRAGUE. RELACIÓN ENTRE EL PAR Y LA FUERZA NORMAL

Presión variable $p r = p_a R_i$

$$dF_n = p \cdot dS = p \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$

$$F_n = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_e} p \cdot r \cdot d\theta \cdot dr$$

$$F_n = p_a \cdot 2\pi \cdot R_i (R_e - R_i)$$

$$N = 2\pi \mu p_a R_i (R_e^2 - R_i^2)$$

$$N = \mu (R_e + R_i) \cdot F_n$$

Presión constante

$$dF_n = p \cdot dS = p \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$

$$F_n = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_e} p \cdot r \cdot d\theta \cdot dr$$

$$F_n = p \cdot \pi (R_e^2 - R_i^2)$$

$$N = \frac{4\pi \mu p}{3} (R_e^3 - R_i^3)$$

$$N = \frac{4}{3} \cdot \mu \cdot \frac{(R_e^3 - R_i^3)}{R_e^2 - R_i^2} \cdot F_n$$



EMBRAGUE. PARÁMETROS DE DISEÑO

RELACIÓN ENTRE LOS RADIOS INTERIOR Y EXTERIOR DEL FORRO DE EMBRAGUE

$$\frac{R_i}{R_e} \approx 0.7$$

COEFICIENTE DE SEGURIDAD
EL PAR TRANSMITIDO POR EL EMBRAGUE ES DEL
ORDEN DE 1.3 A 1.5 VECES EL PAR MOTOR MÁXIMO.

$$N = 1.3 N_{mmax} = \frac{4 \pi}{3} \mu p (1 - 0.7^3) R_e^3$$

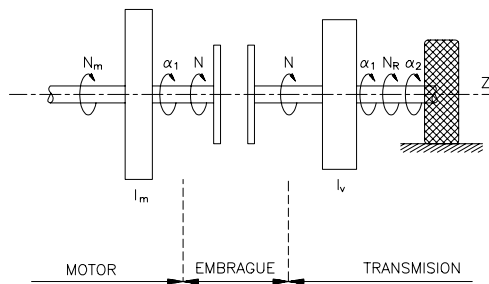
$$R_e \approx \sqrt[3]{\frac{3,9 N_{mm} \times}{4 \pi \mu p (1 - 0.7^3)}}$$



ECUACIONES DE LA DINÁMICA. VELOCIDAD DE SINCRONISMO

$$N_z = I_z \frac{d\omega}{dt} = I_z \alpha$$

Dinámica de un sólido rígido con un eje fijo



$$N_m - N = I_m \cdot \alpha_1$$

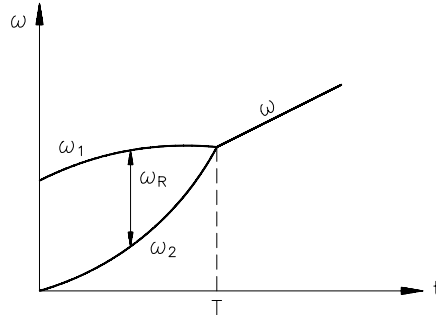
$$\alpha_1 = \frac{d\omega}{dt} = \frac{N_m - N}{I_m}$$

$$\omega_1 - \omega_{10} = \int_0^t \frac{N_m - N}{I_m} dt$$

$$\omega_2 - \omega_{20} = \int_0^t \frac{N - N_R}{I_v} dt$$



ECUACIONES DE LA DINÁMICA. TIEMPO DE SINCRONISMO



$$\omega_R = \omega_1 - \omega_2 = \omega_{10} - \omega_{20} - \int_0^T \left(\frac{N - N_m}{I_m} + \frac{N - N_R}{I_v} \right) dt$$

$$\omega_{10} - \omega_{20} = \int_0^T \left(\frac{N - N_m}{I_m} + \frac{N - N_R}{I_v} \right) dt$$

Fin de la fase de sincronismo
VELOCIDAD DE SINCRONISMO



ENERGÍA DE EMBRAGUE

DURANTE LA **FASE DE SINCRONISMO** EL **EMBRAGUE** DEBE **ABSORBER LA DIFERENCIA DE VELOCIDADES** EXISTENTE ENTRE EL MOTOR Y LA TRANSMISIÓN. ESTA DIFERENCIA DE VELOCIDADES PRODUCE UN **DESLIZAMIENTO DEL DISCO DE EMBRAGUE** QUE SE ENCUENTRA PRESIONADO ENTRE EL VOLANTE DEL MOTOR Y EL PLATO DE PRESIÓN. ESTE DESLIZAMIENTO **SE TRANSFORMA EN CALOR, QUE EL PROPIO EMBRAGUE DEBE DISIPAR.**

$$\begin{array}{l} \text{ÉNERGÍA QUE} \\ \text{CEDE EL MOTOR} \end{array} = \begin{array}{l} \text{ÉNERGÍA QUE} \\ \text{ABSORBE LA} \\ \text{CAJA DE} \\ \text{VELOCIDADES} \end{array} + \begin{array}{l} \text{ENERGÍA} \\ \text{CALORÍFICA} \\ \text{PRODUCIDA EN EL} \\ \text{EMBRAGUE POR} \\ \text{DESLIZAMIENTO} \end{array}$$



ENERGÍA DE EMBRAGUE

$\text{ÉNERGÍA QUE CEDE EL MOTOR} = \text{ÉNERGÍA QUE ABSORBE LA CAJA DE VELOCIDADES} + \text{ENERGÍA CALORÍFICA PRODUCIDA EN EL EMBRAGUE POR DESLIZAMIENTO}$

$$E_m = E_v + E_\varphi$$

$$E_m = N_m \cdot \omega \cdot T$$

$$E_\varphi = \frac{1}{2} \omega T N_m$$

SE TRANSFORMA EN **ENERGÍA CALORÍFICA EL 50% DE LA ENERGÍA APORTADA POR EL CIGÜEÑAL.**



ENERGÍA QUE DEBE DISIPAR EL EMBRAGUE

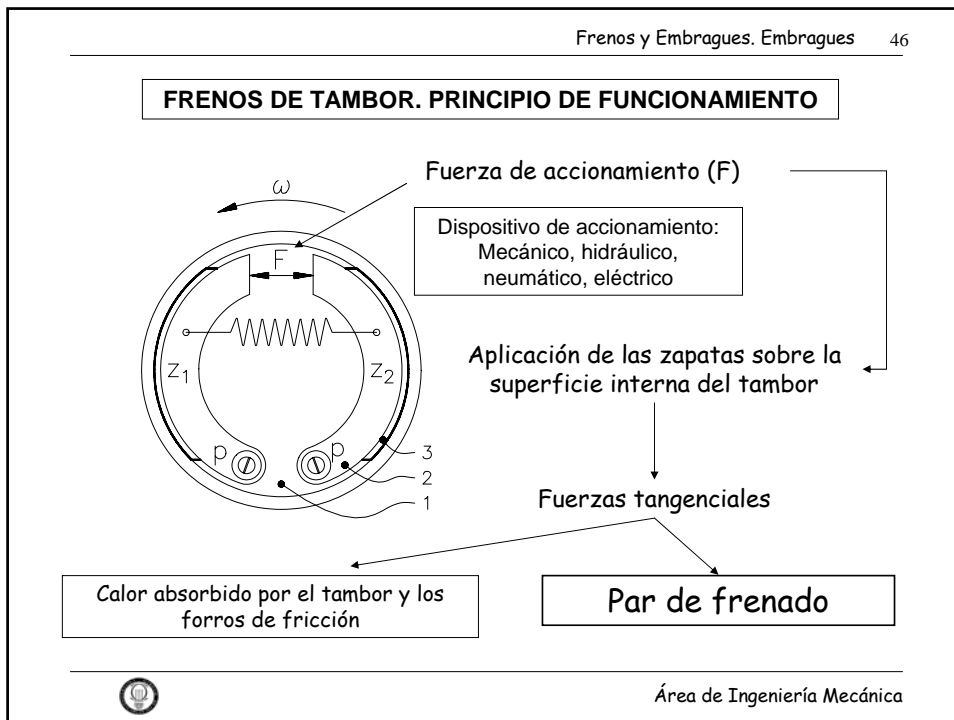
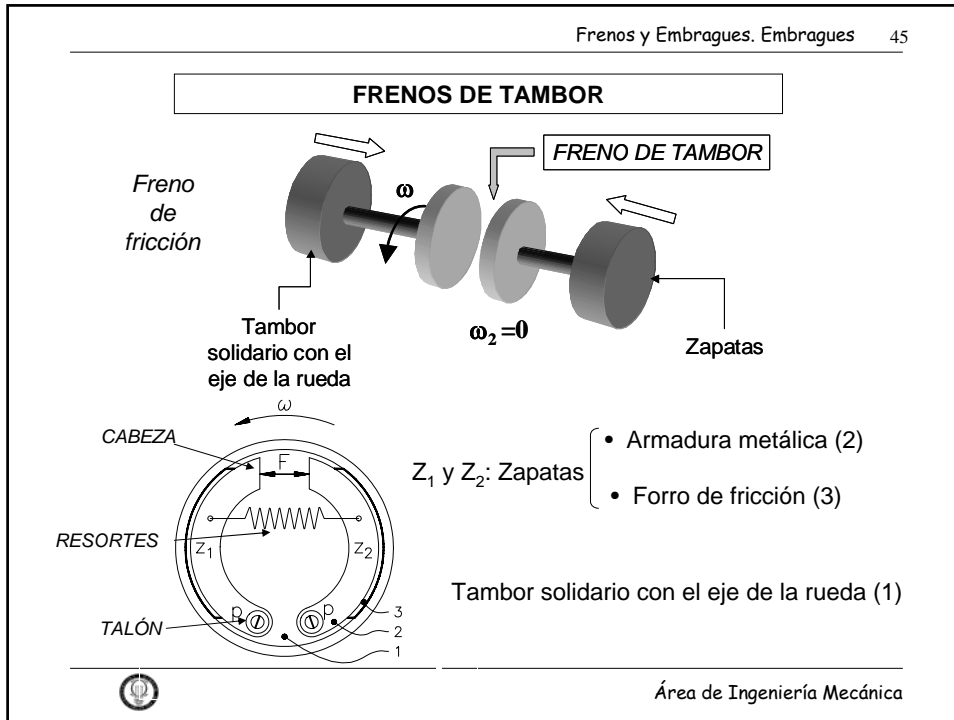
SE HACE LA HIPÓTESIS DE QUE LA ENERGÍA CALORÍFICA PRODUCIDA EN CUALQUIER CAMBIO DE VELOCIDADES ES INFERIOR A LA QUE SE PRODUCE DURANTE EL ARRANQUE DEL VEHÍCULO.

SUPONIENDO QUE EL PAR MOTOR Y EL TRANSMITIDO POR EL EMBRAGUE SE MANTIENEN CONSTANTES EN EL PERÍODO T

$$E_\varphi = \frac{1}{2} \omega^2 I_v \frac{N_m}{N - N_R}$$

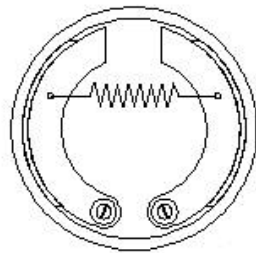
Energía que debe disipar el embrague





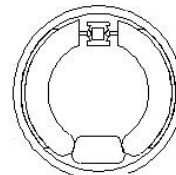
FRENOS DE TAMBOR. TIPOS DE ZAPATAS

ZAPATAS ARTICULADAS

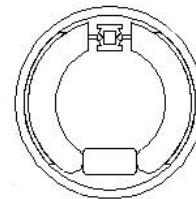


ZAPATAS DESLIZANTES / FLOTANTES

Apoyo oblicuo

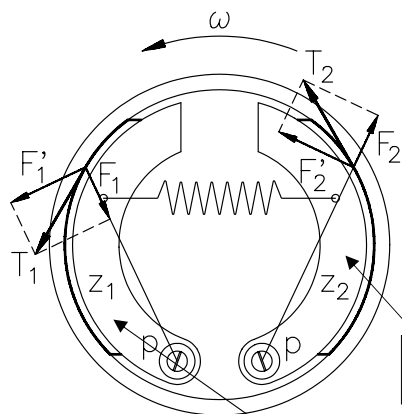


Apoyo recto



EFFECTO DE ARRASTRE Ó AUTOFRENO

Fuerzas sobre las zapatas



- T ⇒ Fuerzas tangenciales
- F ⇒ Componente en la línea de unión con el punto de articulación
- F' ⇒ Perpendicular a F

Zapata secundaria → Disminuye el esfuerzo total de frenado

Zapata primaria → Aumenta el esfuerzo total de frenado

CAMBIA CON EL SENTIDO DE GIRO



DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES

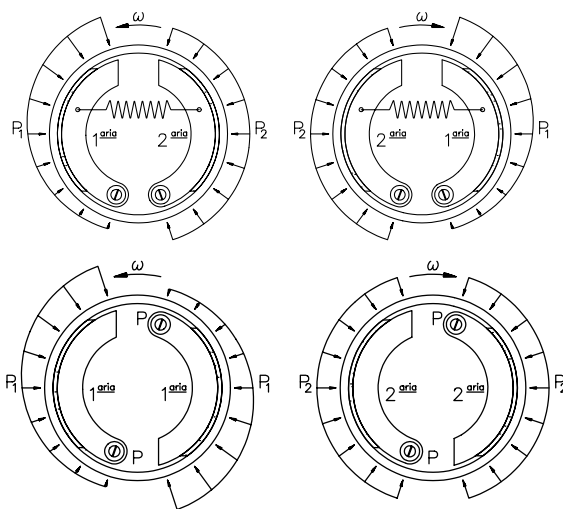
- ✓ Presiones diferentes para las zapatas primaria y secundaria
- ✓ La distancia de un punto cualquiera de la zapata al punto de articulación es variable con la posición
- ✓ La amplitud de las fuerzas F y F' también es variable con la distancia



DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES VARIABLE A LO LARGO DE LA ZAPATA Y DIFERENTE PARA CADA UNA DE ELLAS



DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES. EJEMPLOS



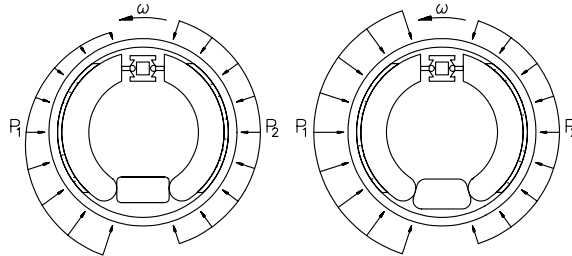
Zapatas articuladas



DISTRIBUCIÓN DE PRESIONES. EJEMPLOS

DESGLIZANTES DE APOYO RECTO

DESGLIZANTES DE APOYO OBLICUO



La distribución de presiones varía con la inclinación del apoyo



Se puede conseguir distribución prácticamente uniforme



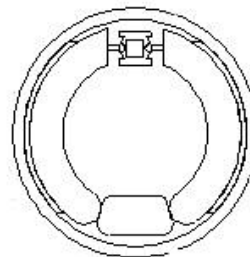
PARÁMETROS DE DISEÑO. ZAPATAS DESGLIZANTES

- ✓ Zapatas simplemente apoyadas
- ✓ Apoyos oblicuos ⇒ Distribución de presiones constante

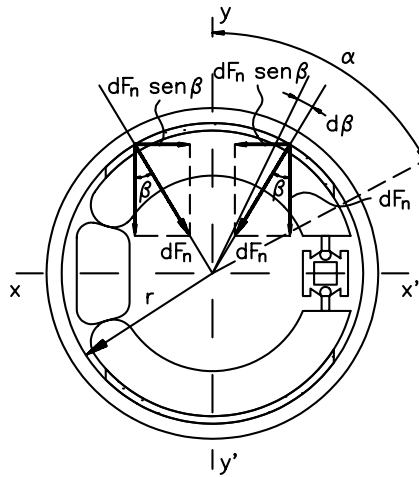
↳ Desgaste de forros constante

↳ Mayor duración

**HIPÓTESIS DE CÁLCULO
PRESIÓN CONSTANTE**



ZAPATAS DESLIZANTES. FUERZAS SOBRE LA ZAPATA



α : Ángulo que abarca medio forro de fricción

F_n : Fuerza normal entre zapata y tambor

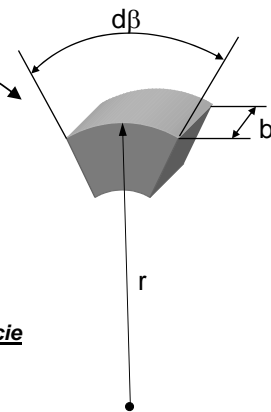
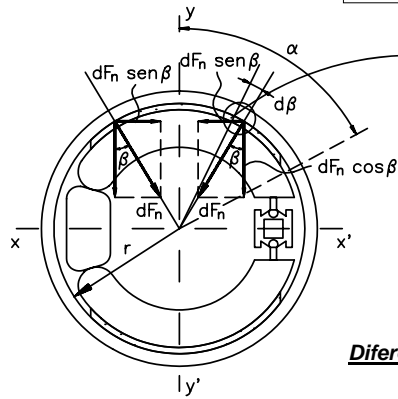
Origen de β : Eje Y

PROCESO DE CÁLCULO

- Fuerza normal entre zapata y tambor (F_n)
- Fuerza tangencial (de fricción) (F_t)
- Fuerza total entre zapata y tambor (F)
- Par total de frenada y punto teórico de aplicación



Elemento diferencial del forro de fricción

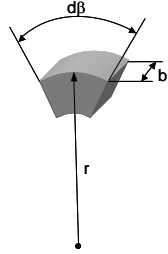


Diferencial de superficie

$$dS = b \cdot r \cdot d\beta$$

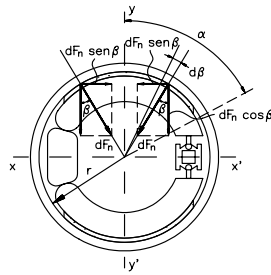


FUERZA NORMAL ENTRE ZAPATA Y TAMBOR



$$dF_n = p \cdot dS \implies dF_n = p \cdot b \cdot r \cdot d\beta$$

- Se toman dos puntos del forro de fricción simétricos respecto al eje Y
- Las componentes horizontales (según el eje x) de F_n de estos dos puntos se anulan
- Para hallar F_n total se integran las componentes verticales en todo el ángulo abarcado por el forro de fricción

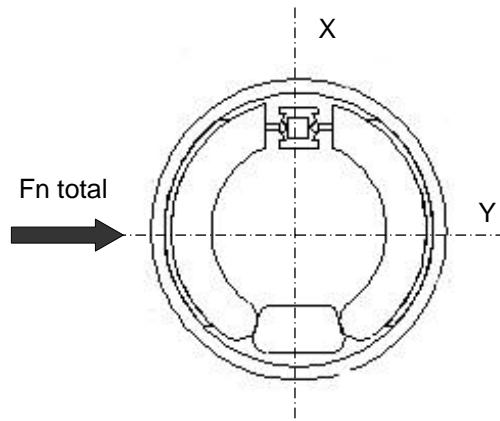


$$F_n = \int_{-\alpha}^{\alpha} dF_n \cdot \cos \beta = 2 \int_0^{\alpha} dF_n \cdot \cos \beta = 2 \int_0^{\alpha} p \cdot b \cdot r \cdot \cos \beta \cdot d\beta$$



FUERZA NORMAL ENTRE ZAPATA Y TAMBOR

$$F_n = 2 \cdot p \cdot b \cdot r \cdot \text{sen} \alpha$$



FUERZA TANGENCIAL O DE ROZAMIENTO ENTRE ZAPATA Y TAMBOR

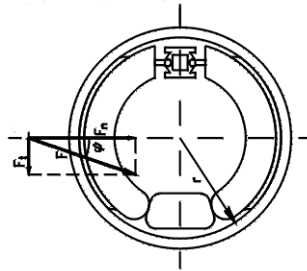
- *F de rozamiento total (Ft)*

$$F_t = \mu \cdot F_n$$

Coeficiente de rozamiento entre forro de fricción y tambor



$$F_t = 2 \cdot \mu \cdot p \cdot b \cdot r \cdot \text{sen} \alpha = 2 \cdot \text{tg} \varphi \cdot p \cdot b \cdot r \cdot \text{sen} \alpha$$



FUERZA TANGENCIAL O DE ROZAMIENTO ENTRE ZAPATA Y TAMBOR

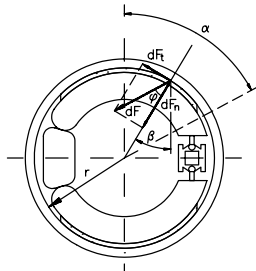
- *Para un elemento diferencial de superficie (dFt)*

$$dF_t = \mu \cdot dF_n = \text{tg} \varphi \cdot dF_n$$

Presión constante

Desgaste de forros constante

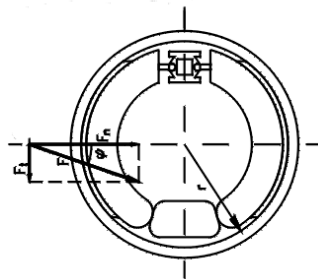
$$\mu = \text{tg} \varphi = \text{Constante}$$



$$dF_t = \text{tg} \varphi \cdot dF_n = \text{tg} \varphi \cdot p \cdot b \cdot r \cdot d\beta$$



FUERZA TOTAL ENTRE ZAPATA Y TAMBOR (F)



$$F = \sqrt{F_n^2 + F_t^2} = \frac{F_n}{\cos \varphi}$$



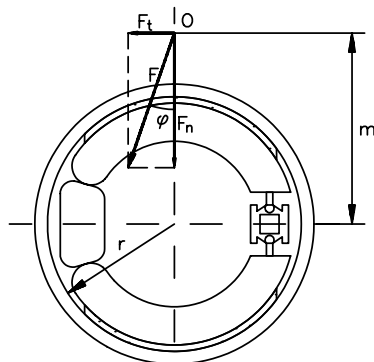
$$F = \frac{2 \cdot p \cdot b \cdot r \cdot \text{sen} \alpha}{\cos \varphi}$$



PAR DE FRENADA RESULTANTE Y PUNTO TEÓRICO DE APLICACIÓN

$$F = \frac{2 \cdot p \cdot b \cdot r \cdot \text{sen} \alpha}{\cos \varphi}$$

F es el resultado de la composición de todos los dF



m: Distancia del centro al punto de aplicación de F para que el par de frenada total sea el real



PAR DE FRENADA RESULTANTE Y PUNTO TEÓRICO DE APLICACIÓN

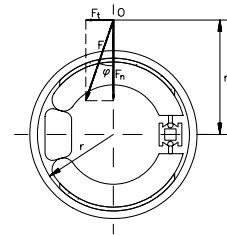
- PAR TOTAL DE FRENADA de una zapata

$$N = \int_{-\alpha}^{\alpha} r \cdot dF_t = \int_{-\alpha}^{\alpha} r \cdot p \cdot b \cdot r \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot d\beta = 2 \cdot \alpha \cdot r^2 \cdot p \cdot b \cdot \operatorname{tg} \varphi \quad (\text{I})$$

Por otro lado

$$N = m \cdot Ft = 2 \cdot p \cdot b \cdot r \cdot m \cdot \operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{sen} \alpha \quad (\text{II})$$

$$(\text{I}) = (\text{II}) \Rightarrow m = \frac{r \cdot \alpha}{\operatorname{sen} \alpha}$$



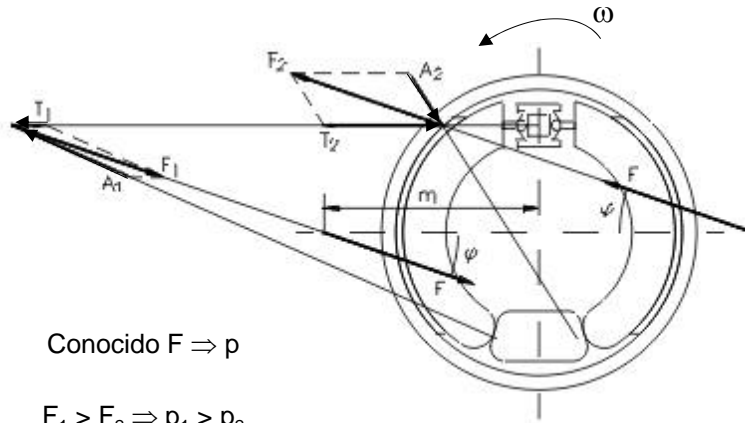
REACCIONES EN LOS APOYOS

- Datos conocidos
 - Punto de aplicación (m) e inclinación ($\operatorname{tg} \varphi$) de F
 - Fuerzas de accionamiento (T)
- Incógnitas
 - Presión (p)
 - Módulo de F
 - Reacciones en los apoyos (A)
- Cálculo de A y F gráficamente
 - Equilibrio de fuerzas aplicadas en cada zapata y las aplicadas en el dispositivo de accionamiento

$$\vec{F} = \vec{A} + \vec{T}$$



REACCIONES EN LOS APOYOS



Conocido $F \Rightarrow p$

$F_1 > F_2 \Rightarrow p_1 > p_2$



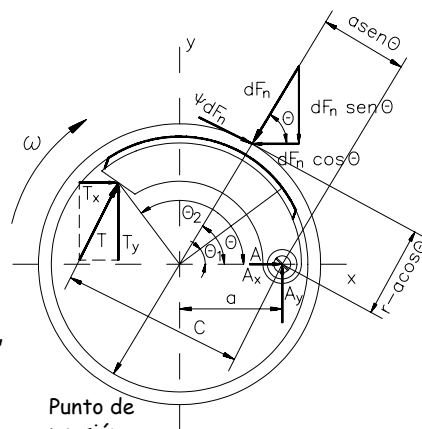
PARÁMETROS DE DISEÑO. ZAPATAS ARTICULADAS

**HIPÓTESIS DE CÁLCULO
PRESIÓN VARIABLE**

"La distribución de presiones que se generan en el contacto zapata-tambor, es tal que la presión en un punto es proporcional a la distancia vertical al punto de articulación"

"Esta distancia es proporcional a θ "

Punto cualquiera $\rightarrow \frac{p}{\text{sen } \theta} = \frac{p_a}{\text{sen } \theta_a} \leftarrow$ Punto de presión máxima



PARÁMETROS DE DISEÑO. ZAPATAS ARTICULADAS

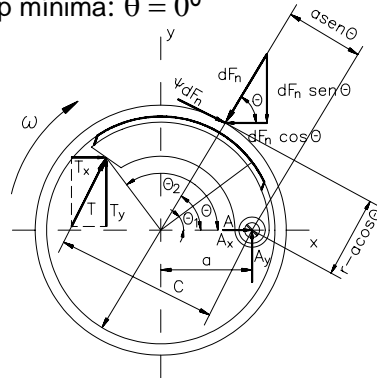
$$p = p_a \frac{\sin \theta}{\sin \theta_a} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \frac{dp}{d\theta} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

p máxima: $\theta = 90^\circ$

p mínima: $\theta = 0^\circ$

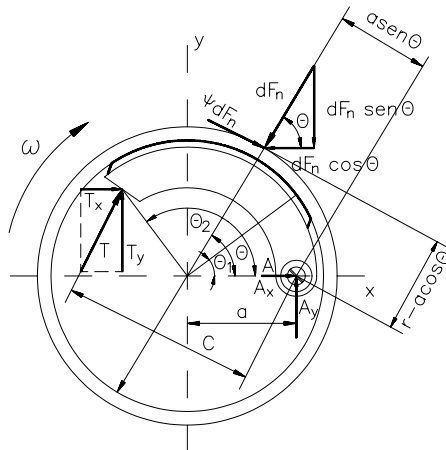
Si $\theta_2 > 90^\circ \Rightarrow \theta_a = 90^\circ$

Si $\theta_2 < 90^\circ \Rightarrow \theta_a = \theta_2$



FUERZAS SOBRE LA ZAPATA

- A_x y A_y : Reacciones en la articulación
- T_x y T_y : Fuerza de accionamiento
- dF_n y dF_t



FUERZAS SOBRE LA ZAPATA

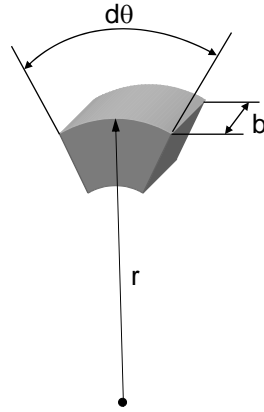
$$dS = b \cdot r \cdot d\theta$$

$$dF_n = p \cdot dS \Rightarrow dF_n = p \cdot b \cdot r \cdot d\theta$$

$$p = p_a \frac{\sin \theta}{\sin \theta_a}$$

$$dF_n = \frac{p_a \cdot b \cdot r \cdot \sin \theta \cdot d\theta}{\sin \theta_a}$$

$$dF_t = \mu \cdot \frac{p_a \cdot b \cdot r \cdot \sin \theta \cdot d\theta}{\sin \theta_a}$$



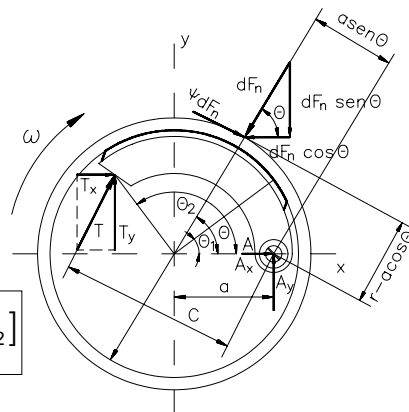
CÁLCULO DEL PAR DE FRENADA

dN: Diferencial de par de frenada

$$dN = r \cdot dF_t = r \cdot \mu \cdot \frac{p_a \cdot b \cdot r \cdot \sin \theta \cdot d\theta}{\sin \theta_a}$$

$$N = \int_{\theta_1}^{\theta_2} r \cdot \mu \cdot \frac{p_a \cdot b \cdot r \cdot \sin \theta \cdot d\theta}{\sin \theta_a}$$

$$N = r^2 \cdot \mu \cdot \frac{p_a \cdot b}{\sin \theta_a} [\cos \theta_1 - \cos \theta_2]$$



CÁLCULO DEL PAR DE FRENADA

$$N = r^2 \cdot \mu \cdot \frac{p_a \cdot b}{\text{sen} \theta_a} [\cos \theta_1 - \cos \theta_2]$$

Para 1 zapata

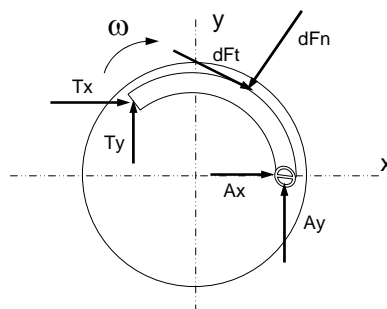
Pa es desconocida !!!

Cálculo de la presión máxima (Pa)

*Equilibrio de momentos en la zapata
(alrededor de su punto de articulación)*



EQUILIBRIO DE MOMENTOS EN UNA ZAPATA



- Par producido por las fuerzas de rozamiento alrededor del punto de articulación
- Par producido por los esfuerzos normales alrededor del punto de articulación
- Par producido por las fuerzas de accionamiento
- Las reacciones en los apoyos no producen par alrededor del punto de articulación



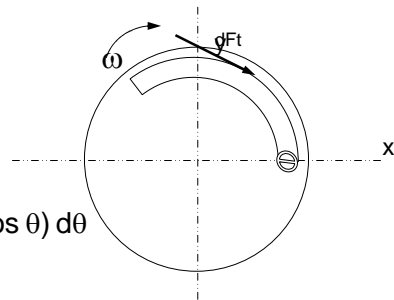
EQUILIBRIO DE MOMENTOS EN UNA ZAPATA

Par producido por las fuerzas de rozamiento (dN_f)

$$dN_f = dF_t \cdot (r - a \cos \theta)$$

$$N_f = \int_{\theta_1}^{\theta_2} dF_t \cdot (r - a \cos \theta)$$

$$N_f = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \mu \frac{p_a b r \sin \theta}{\sin \theta_a} (r - a \cos \theta) d\theta$$



$$N_f = \frac{\mu p_a b r}{\sin \theta_a} \left\{ (-r \cos \theta)_{\theta_1}^{\theta_2} - a \left(\frac{1}{2} \sin^2 \theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2} \right\}$$



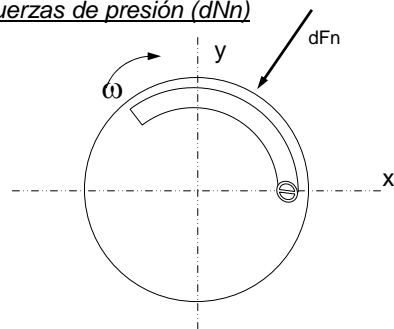
EQUILIBRIO DE MOMENTOS EN UNA ZAPATA

Par producido por las fuerzas de presión (dN_n)

$$dN_n = dF_n (a \sin \theta)$$

$$N_n = \int_{\theta_1}^{\theta_2} dF_n (a \sin \theta)$$

$$N_n = \frac{p_a b r a}{\sin \theta_a} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sin^2 \theta d\theta$$



$$N_n = \frac{p_a b r a}{\sin \theta_a} \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \sin 2\theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$

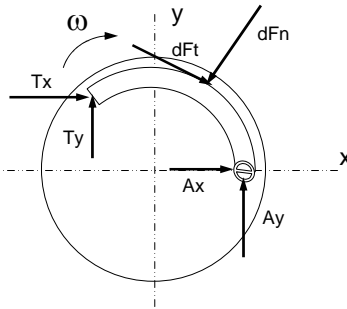


EQUILIBRIO DE MOMENTOS EN UNA ZAPATA

$$T \cdot C = N_n - N_F$$

$$N_F = \frac{\mu p_a b r}{\text{sen } \theta_a} \left\{ (-r \cos \theta)_{\theta_1}^{\theta_2} - a \left(\frac{1}{2} \text{sen}^2 \theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2} \right\}$$

$$N_n = \frac{p_a b r a}{\text{sen } \theta_a} \left(\frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \text{sen } 2\theta \right)_{\theta_1}^{\theta_2}$$



Pa

Par de frenada (N)

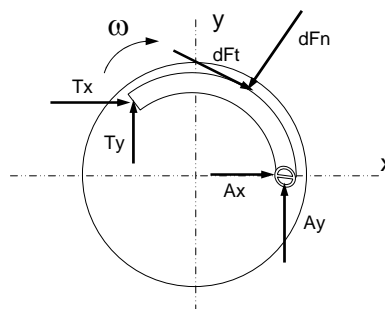
$$N = r^2 \cdot \mu \cdot \frac{p_a \cdot b}{\text{sen } \theta_a} [\cos \theta_1 - \cos \theta_2]$$



REACCIONES EN LOS APOYOS

Zapata primaria

$$T \cdot C = N_n - N_F$$



$$A_x = \int dF_n \cdot \cos \theta - \int \mu \cdot dF_n \cdot \text{sen } \theta - T_x$$

$$A_y = \int dF_n \cdot \text{sen } \theta + \int \mu \cdot dF_n \cdot \cos \theta - T_y$$

$$A_x = \frac{p_a b r}{\text{sen } \theta_a} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen } \theta \cos \theta d\theta - \mu \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen}^2 \theta d\theta \right) - T_x$$

$$A_y = \frac{p_a b r}{\text{sen } \theta_a} \left(\int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen}^2 \theta d\theta + \mu \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen } \theta \cos \theta d\theta \right) - T_y$$

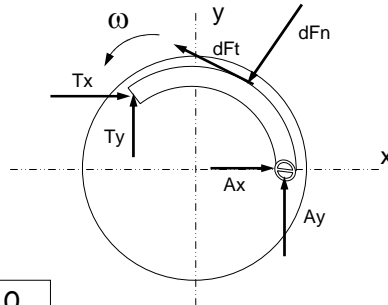


REACCIONES EN LOS APOYOS

Zapata secundaria

$$T \cdot C = N_n + N_F$$

Sumatorio de esfuerzos = 0



$$A_x = \frac{p_a b r}{\text{sen}\theta_a} (\int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen}\theta \cos\theta \, d\theta + \mu \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen}^2\theta \, d\theta) - T_x$$

$$A_y = \frac{p_a b r}{\text{sen}\theta_a} (\int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen}^2\theta \, d\theta - \mu \int_{\theta_1}^{\theta_2} \text{sen}\theta \cos\theta \, d\theta) - T_y$$



ZAPATAS ARTICULADAS. INCONVENIENTES

- FORROS DE FRENO DE IGUAL COEFICIENTE DE ROZAMIENTO
- SUPERFICIES IGUALES
- SE ACCIONAN LAS ZAPATAS POR FUERZAS IDÉNTICAS,
- EFECTO DE ARRASTRE O DE AUTOFRENADO



**DESGASTE MÁS RÁPIDO DEL FORRO DE LA ZAPATA PRIMARIA
NO CONSTANTE (DEBIDO A LA PRESIÓN VARIABLE)**



MEJORAS EN EL DISEÑO



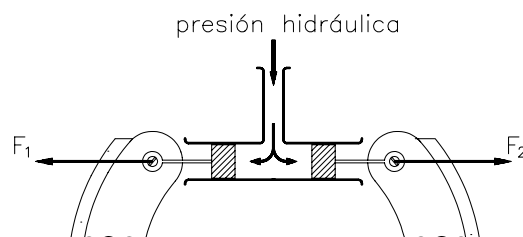
ZAPATAS ARTICULADAS. SOLUCIONES

- UTILIZANDO FORROS DE DIFERENTE COEFICIENTE DE ROZAMIENTO.
- UTILIZANDO FORROS DE DIFERENTES SUPERFICIES.
- ACCIONANDO LAS ZAPATAS POR FUERZAS DESIGUALES.
- AUMENTANDO EL NÚMERO DE ZAPATAS
- MODIFICANDO EL DISPOSITIVO DE FIJACIÓN, DE TAL MANERA QUE SE ASEGURE UN ÓPTIMO CENTRADO DE LAS ZAPATAS RESPECTO AL TAMBOR.
- MODIFICANDO EL DISPOSITIVO DE ACCIONAMIENTO



SISTEMAS DE ACCIONAMIENTO

✓ DISPOSITIVOS DE ACCIONAMIENTO HIDRÁULICO

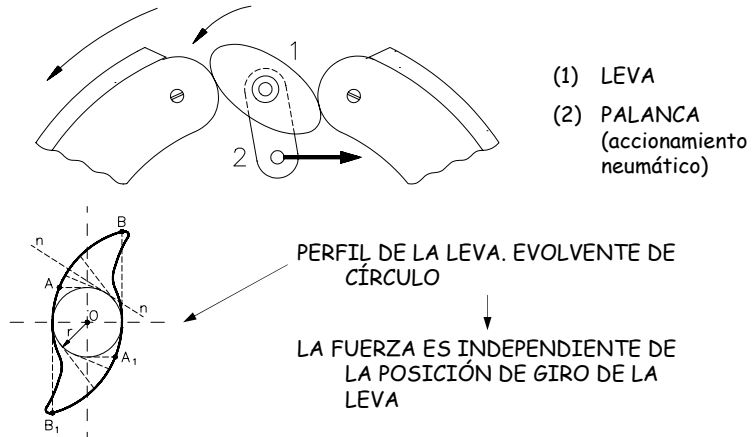


$$F = p s$$

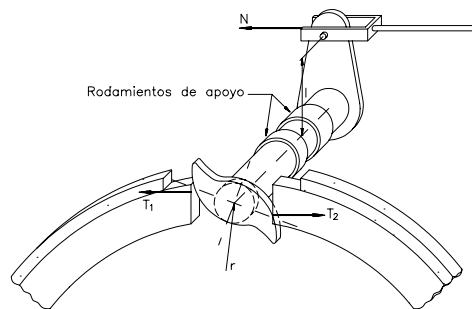


SISTEMAS DE ACCIONAMIENTO

✓ **DISPOSITIVOS DE ACCIONAMIENTO MECÁNICO**



MANDO DE FRENOS POR LEVA

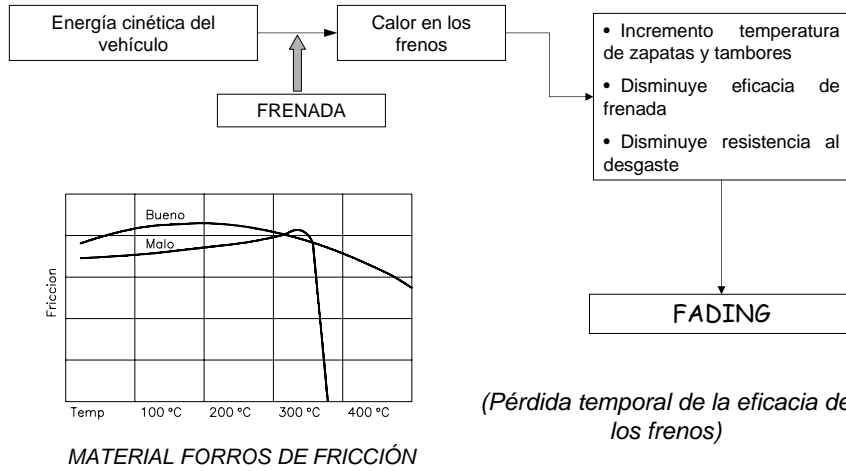


PAR DE ACCIONAMIENTO DE LA LEVA $\rightarrow N_a = r (T_1 + T_2)$

Mismo desplazamiento en ambas zapatas, con diferentes fuerzas de accionamiento

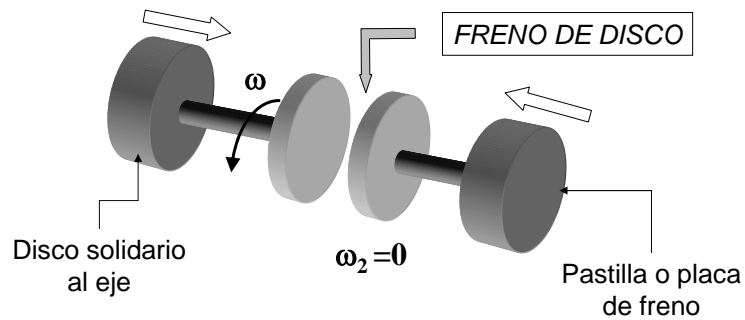


FRENOS DE TAMBOR. PROBLEMAS

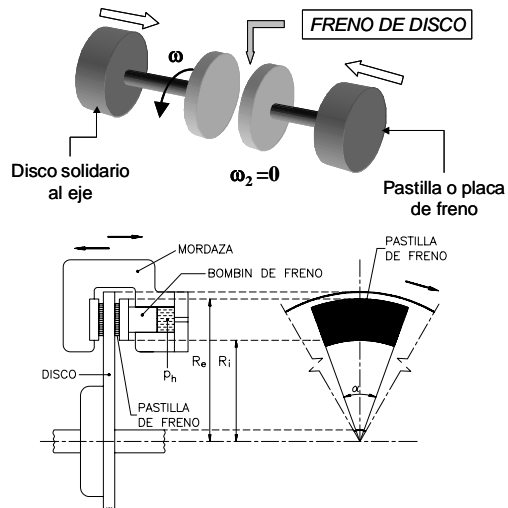


FRENOS DE TAMBOR. SOLUCIONES EVACUACIÓN DE CALOR

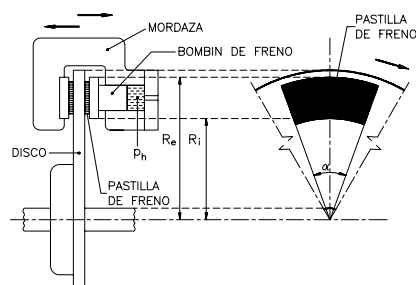
- Nervios en la parte exterior del tambor
- Tambores fabricados con aleaciones de aluminio
- **FRENOS DE DISCO** ⇒ Mayor transferencia de calor



FRENOS DE DISCO. ACCIONAMIENTO HIDRÁULICO



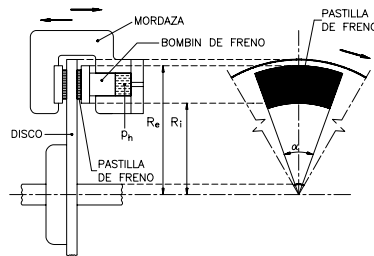
FRENOS DE DISCO. ACCIONAMIENTO HIDRÁULICO



- Contacto plano entre disco y forro \Rightarrow Se utiliza prácticamente toda la superficie
- Se usan forros de fricción pequeños \Rightarrow Mejorar la evacuación de calor
- Presiones más elevadas que en los forros de tambor, a igualdad tamaño



FRENOS DE DISCO. ACCIONAMIENTO HIDRÁULICO



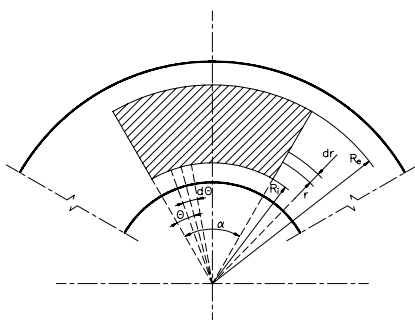
T: Fuerza de accionamiento sobre cada pastilla

$$T = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot P_h$$

d → Diámetro del bombín hidráulico
 Ph → Presión hidráulica



FRENOS DE DISCO. HIPÓTESIS DE CÁLCULO



1. Presión constante (Desgaste variable)

FRENO NUEVO

$$p = \text{cte}$$

2. Presión variable (Desgaste constante)

FRENO VIEJO

$$p r = p_a R_i$$



FRENOS DE DISCO. PRESIÓN EN LA PASTILLA

$p = \text{cte}$

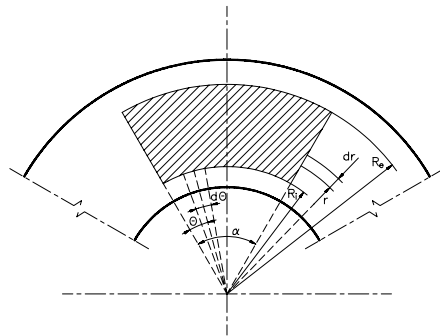
$$p = \frac{T}{S_{\text{PASTILLA}}}$$

$$T = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot P_h$$

$$dS = r \, d\phi \, dr$$

$$S_{\text{PASTILLA}} = \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \int_{R_i}^{R_e} r \, dr \, d\phi = \frac{\alpha(R_e^2 - R_i^2)}{2}$$

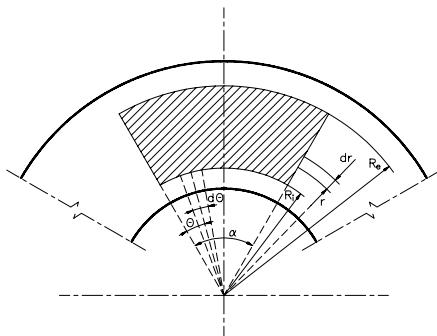
$$p = \frac{\frac{\pi \cdot d^2}{4} P_h}{\frac{\alpha(R_e^2 - R_i^2)}{2}} = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot P_h}{2\alpha(R_e^2 - R_i^2)}$$



FRENOS DE DISCO. FUERZA NORMAL

$p = \text{cte}$

$$F_n = T$$



$$dF_n = p \cdot dS = p \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$

$$F_n = \int_0^\alpha \int_{R_i}^{R_e} p \cdot r \cdot d\theta \cdot dr$$

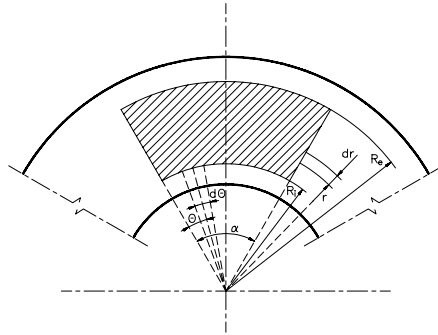
$p = \text{cte}$

$$F_n = \frac{1}{2} p \cdot \alpha (R_e^2 - R_i^2)$$



FRENOS DE DISCO. FUERZA TOTAL DE ROZAMIENTO

p=cte



$$dF_t = \mu p ds$$

$$ds = r dr d\theta$$

$$F_t = \int_0^\alpha \int_{R_i}^{R_e} \mu p r dr d\theta$$

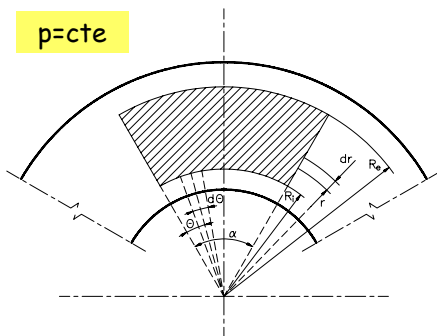
↓ p=cte

$$F_t = \frac{\alpha}{2} \mu p (R_e^2 - R_i^2)$$



CÁLCULO DEL PAR DE FRENADA (N)

p=cte



$$dN = r dF_t$$

$$dN = \mu p r^2 dr d\theta$$

$$N = \int_0^\alpha \int_{R_i}^{R_e} \mu p r^2 dr d\theta$$

↓ p=cte

Una superficie rozante $N = \frac{\alpha \mu p}{3} (R_e^3 - R_i^3)$

Dos superficies rozantes simultáneas $N = \frac{2 \alpha \mu p}{3} (R_e^3 - R_i^3)$



RADIO EQUIVALENTE DEL FRENO DE DISCO (rd)

"Radio teórico de aplicación de las fuerzas de rozamiento para la obtención del par de frenada total"

p=cte

$$r_d = \frac{N}{F_n \mu} = \frac{\alpha \mu p (R_e^3 - R_i^3)}{\frac{\alpha \mu p (R_e^2 - R_i^2)}{2}} = \frac{2(R_e^3 - R_i^3)}{3(R_e^2 - R_i^2)}$$

**CENTRO DE GRAVEDAD DE LA PASTILLA DE FRENO**

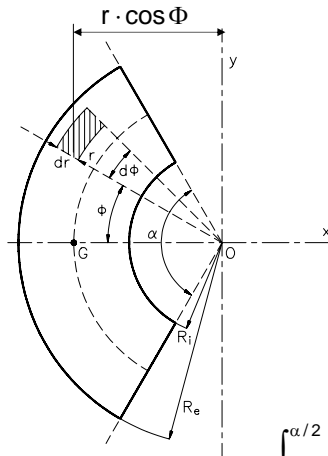
Punto de aplicación del esfuerzo normal del bombín sobre la pastilla → Centro de gravedad (cdg) de la pastilla



Se evita que durante la frenada la pastilla oscile, tienda a despegarse del disco y se salga del plano de contacto



CENTRO DE GRAVEDAD DE LA PASTILLA DE FRENO (G)



Teorema de Guldin

$$\overline{OG} = \frac{\text{Momento estático}}{\text{Área de la pastilla}} = \frac{\iint x \cdot dS}{S}$$

Cálculo del momento estático respecto al eje Y

$$\iint x \cdot dS = \iint r \cdot \cos \Phi \cdot r \cdot dr \cdot d\Phi$$

$$\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \int_{R_i}^{R_e} r^2 \cdot \cos \Phi \cdot d\Phi \cdot dr = \frac{2}{3} \cdot (R_e^3 - R_i^3) \cdot \text{sen} \frac{\alpha}{2}$$



CENTRO DE GRAVEDAD DE LA PASTILLA DE FRENO (OG)

$$\overline{OG} = \frac{\text{Momento estático}}{\text{Área de la pastilla}} = \frac{\iint x \cdot dS}{S}$$

Momento estático $\int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} \int_{R_i}^{R_e} r^2 \cdot \cos \Phi \cdot d\Phi \cdot dr = \frac{2}{3} \cdot (R_e^3 - R_i^3) \cdot \text{sen} \frac{\alpha}{2}$

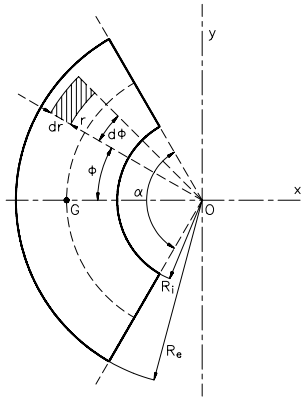
Área de la pastilla $\frac{\alpha(R_e^2 - R_i^2)}{2}$



$$\overline{OG} = \frac{4}{3} \cdot \frac{(R_e^3 - R_i^3)}{(R_e^2 - R_i^2)} \cdot \frac{\text{sen} \frac{\alpha}{2}}{\alpha}$$



FRENOS DE DISCO



Centro de gravedad (G)

$$\overline{OG} = \frac{4}{3} \cdot \frac{(R_e^3 - R_i^3)}{(R_e^2 - R_i^2)} \cdot \frac{\text{sen} \frac{\alpha}{2}}{\alpha}$$

Radio equivalente (rd)

p=cte

$$r_d = \frac{2(R_e^3 - R_i^3)}{3(R_e^2 - R_i^2)}$$



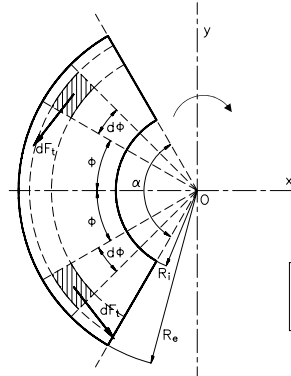
$$\overline{OG} = 2 \cdot r_d \cdot \frac{\text{sen} \frac{\alpha}{2}}{\alpha}$$

El centro de gravedad no coincide con el punto teórico de aplicación de las fuerzas de rozamiento



CENTRO DE ARRASTRE DE LA PASTILLA (OQ)

"Punto teórico de aplicación de los esfuerzos de fricción que la pastilla ejerce sobre el disco para que ésta no se desplace en el sentido de giro del disco arrastrándola"



Pastillas en equilibrio

Par de frenada = Par de las fuerzas de arrastre



CENTRO DE ARRASTRE DE LA PASTILLA

Par de las fuerzas de arrastre (N_a)

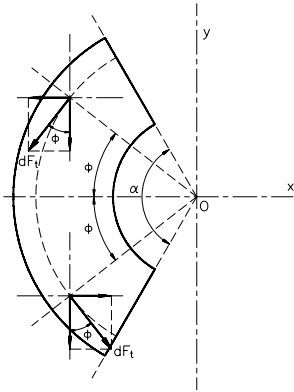
$$N_a = F_t \cdot \overline{OQ}$$

F_t : Las componentes horizontales se anulan
Las componentes verticales se suman

$$p = \text{cte}$$

$$F_t = 2 \int dF_t \cdot \cos \Phi = 2 \int_0^{\alpha/2} \int_{R_i}^{R_e} \mu \cdot p \cdot r \cdot \cos \Phi \cdot d\Phi \cdot dr$$

$$F_t = \mu \cdot p \cdot (R_e^2 - R_i^2) \cdot \text{sen} \frac{\alpha}{2}$$



CENTRO DE ARRASTRE DE LA PASTILLA

$$p = \text{cte}$$

Par de frenada

$$N = \frac{\alpha \mu p (R_e^3 - R_i^3)}{3}$$

Par de las fuerzas de arrastre

$$N_a = F_t \cdot \overline{OQ} = \mu \cdot p \cdot (R_e^2 - R_i^2) \cdot \text{sen} \frac{\alpha}{2}$$

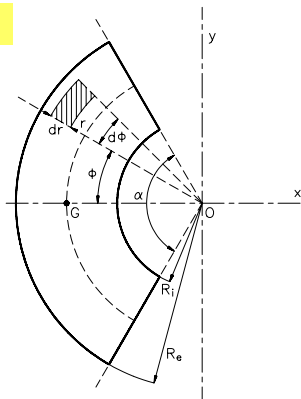
$$N = N_a$$

$$\overline{OQ} = \frac{1}{3} \cdot \frac{\alpha}{\text{sen} \frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{R_e^3 - R_i^3}{R_e^2 - R_i^2}$$



FRENOS DE DISCO. COMPARATIVA

$p = \text{cte}$



Centro de gravedad (G)

$$\overline{OG} = 2 \cdot r_d \cdot \frac{\text{sen} \frac{\alpha}{2}}{\alpha}$$

Centro de arrastre (Q)

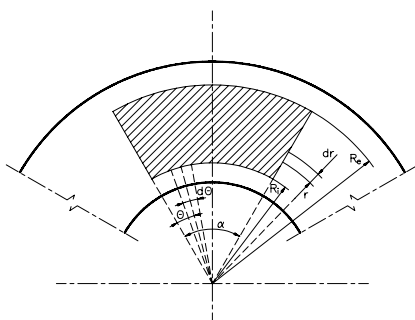
$$\overline{OQ} = r_d \cdot \frac{\alpha}{2 \cdot \text{sen} \frac{\alpha}{2}}$$

$$\frac{\overline{OQ}}{\overline{OG}} = \left(\frac{\alpha}{\text{sen} \frac{\alpha}{2}} \right)^2$$

Siempre aparecerá un par de arrastre que tiende a desplazar la pastilla junto al disco \Rightarrow DIÁMETROS DE ÉMBOLO LO MÁS GRANDE POSIBLE



FRENOS DE DISCO. HIPÓTESIS DE CÁLCULO



1. Presión constante (Desgaste variable)

FRENO NUEVO

$$p = \text{cte}$$

2. Presión variable (Desgaste constante)

FRENO VIEJO

$$p r = p_a R_i$$

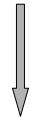


FRENOS DE DISCO. FUERZA NORMAL

p≠cte

$$dF_n = p \cdot dS = p \cdot r \cdot dr \cdot d\theta$$

$$F_n = \int_0^\alpha \int_{R_i}^{R_e} p \cdot r \cdot d\theta \cdot dr$$



$$p \cdot r = p_a \cdot R_i$$

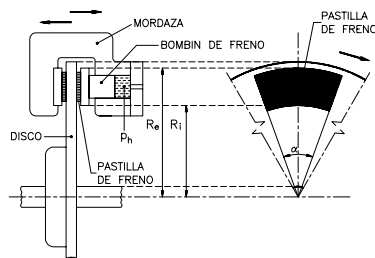
$$F_n = p_a \cdot \alpha \cdot R_i \cdot (R_e - R_i)$$



FRENOS DE DISCO. ACCIONAMIENTO HIDRÁULICO

p≠cte

$$F_n = T$$



$$T = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot p_h$$

$$F_n = p_a \cdot \alpha \cdot R_i \cdot (R_e - R_i)$$

$$p_a = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot p_h}{4 \cdot \alpha \cdot R_i \cdot (R_e - R_i)}$$



FRENOS DE DISCO. FUERZA TOTAL DE ROZAMIENTO

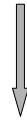
p≠cte

$$dF_t = \mu p ds$$

$$ds = r dr d\theta$$

$$F_t = \int_0^\alpha \int_{R_i}^{R_e} \mu p r dr d\theta$$

$$p r = p_a R_i$$



$$F_t = \alpha \mu p_a R_i (R_e - R_i)$$



CÁLCULO DEL PAR DE FRENADA (N)

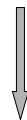
p≠cte

$$dN = r dF_t$$

$$dN = \mu p r^2 dr d\theta$$

$$N = \int_0^\alpha \int_{R_i}^{R_e} \mu p r^2 dr d\theta$$

$$p r = p_a R_i$$



$$N = \frac{\alpha \mu p_a R_i}{2} (R_e^2 - R_i^2) \quad \text{Una superficie rozante}$$

$$N = \alpha \mu p_a R_i (R_e^2 - R_i^2) \quad \text{Dos superficies rozantes simultáneas}$$



SENSIBILIDAD DE UN FRENO

• **ÍNDICE DE FRENADO (c*)**

$$c^* = \frac{\text{Fuerza total de rozamiento}}{\text{Suma de fuerzas exteriores}}$$

Freno de disco

$$c^* = \frac{2\mu F_N}{F_N} = 2\mu$$

Freno de tambor

$$c^* = \frac{A\mu}{-B\mu^2 + C}$$

• **SENSIBILIDAD DEL FRENO (ε)**

$$\varepsilon = \frac{dc^*}{d\mu}$$



SENSIBILIDAD DE UN FRENO

• **SENSIBILIDAD DEL FRENO (ε)**

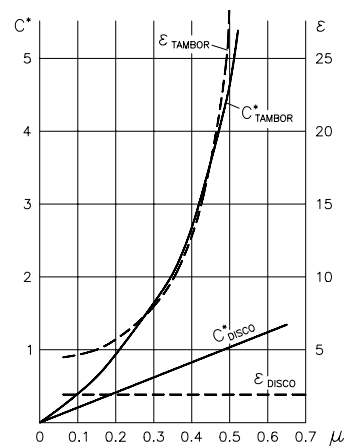
$$\varepsilon = \frac{dc^*}{d\mu}$$

Freno de disco

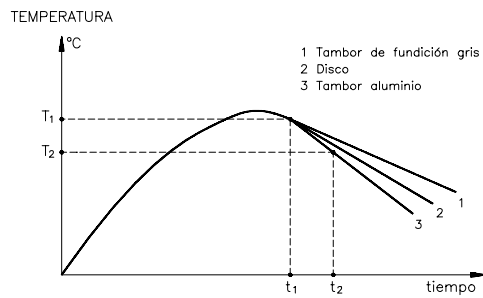
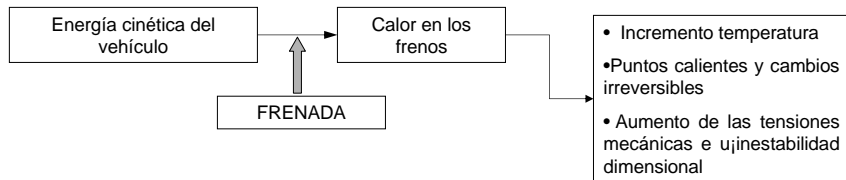
ε = Constante

Freno de tambor

$$\varepsilon = \frac{BA\mu^2 + C}{[C - B\mu^2]^2}$$



COMPORTAMIENTO TÉRMICO DE LOS FRENOS



COMPORTAMIENTO TÉRMICO DE LOS FRENOS. "FADING"

