

PLANEADOR:

- * Sin viento. Descenso rectilíneo no estacionario (Integrales). Descenso curvilíneo no estacionario $\dot{\gamma} = cte$
Vuelo invertido. \rightarrow (1)
- * Sin viento. Vuelo horizontal no estacionario - Descenso rectilíneo estacionario. $V_d \ll 1 \rightarrow$ (2)
- * Sin viento. Vuelo en picado no estacionario. Descenso curvilíneo no estacionario $\dot{\gamma} \neq cte$
Ascenso rectilíneo (VIENTO ASCENDENTE) estacionario. Ángulos peq. \rightarrow (3)
- * Sin viento. Descenso rectilíneo. Ecs. adimensionalizable con V_d no pequeño \rightarrow (4)
- * Sin viento. Ecs. con h como parámetro indep. Adimensionalización \rightarrow (5) y (6)
- * Viento horizontal cte de cara/cola. Descenso rectilíneo estacionario. $V_d \ll 1 \rightarrow$ (7) y (8) [4]
- * Viento horizontal $f(h)$. Descenso rectilíneo estacionario. Uso de $\dot{\gamma}$. Descenso rectilíneo no estacionario \rightarrow (9)
- * Viento horizontal cte con ángulo φ sobre la horizontal. Ladera rectilínea. Uso de $\dot{\gamma}$
Proyección en ejes $x_w - z_w$ y $x_h - z_h \rightarrow$ (10)
- * Viento \perp al radiovector. Ladera circular \rightarrow (11)
- * Viraje simétrico en ascensión (viento ascendente) Hélice \rightarrow (12)
- * Viraje simétrico en descenso. Hélice. N° vueltas \rightarrow (13)
- * Planeador unido al origen por un cable. Ejes intrínsecos \rightarrow (14) [4.1]
- * Planeador. Actuaciones + Estabilidad \rightarrow (15)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow is cast below the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONAUTICOS

CATEDRA DE MECANICA DEL VUELO - 1º E. Parcial - A + B + CD

04.12.99

PROBLEMA 1º

Un planeador efectúa un vuelo simétrico contenido en el plano vertical con las alas a nivel descompuesto en los tres tramos siguientes (ver figura adjunta):

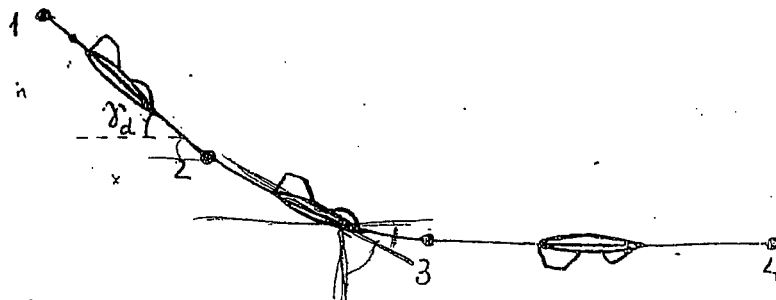
- Tramo 1-2: Descenso rectilíneo con ángulo de descenso (γ_d) no pequeño y conocido, desde una velocidad V_1 , igual a la de mínima resistencia en esta condición de vuelo, hasta una velocidad V_2 conocida ($V_2 > V_1$).
- Tramo 2-3: Vuelo curvilíneo no estacionario, con velocidad angular ($\dot{\gamma}$) constante y conocida, desde el punto 2 en el que la velocidad es V_2 y el ángulo de descenso es γ_d , hasta el punto 3 donde $\gamma_d = 0$.
- Tramo 3-4: Vuelo horizontal rectilíneo invertido, desde el punto 3 hasta el punto 4 en donde se alcanza la velocidad de pérdida.

Suponiendo además que:

- a) Se conocen todas las características geométricas, aerodinámicas y másicas del planeador necesarias para la resolución del problema (por ejemplo, el peso es W , $C_L = C_L(\alpha)$ con $C_{Lmax} > 0$ y $C_{Lmin} < 0$, la polar es parabólica de coeficientes constantes, etc).
- b) La velocidad alcanzada en el punto 3 es superior a la de pérdida del tramo 3-4 y las transiciones entre los tres tramos pueden despreciarse.
- c) La densidad del aire ρ y la constante de gravedad g son constantes conocidas.

Se pide:

- 1º) Para el tramo 1-2, plantear dos integrales que permitan determinar el tiempo de vuelo t_{12} y la altura descendida Δh_{12} .
- 2º) Para el tramo 2-3, plantear una ecuación diferencial cuya solución proporcionaría $V = V(t)$ y determinar el tiempo de vuelo t_{23} .
- 3º) Para el tramo 3-4, razonar si es posible el vuelo. En el caso de que sea posible, determinar el tiempo de vuelo t_{34} .



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The text is set against a light blue, arrow-shaped background that points to the right. Below the text, there is a horizontal orange bar with a slight gradient.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

①

$$1) \quad -D - W \cos \theta = m \dot{v} ; \quad -D + W \sin \theta d = \frac{W}{g} \dot{v} \quad (\text{I})$$

$$L - W \cos \theta = 0 ; \quad L - W \sin \theta d = 0 \quad (\text{II})$$

$$x_e = v \cos \theta ; \quad x_e = v \cos \theta d \quad (\text{III})$$

$$h = v_a = v \sin \theta ; \quad h = v_d = -v \sin \theta d \quad (\text{IV})$$

$$L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L \sim C_L = \frac{2 W \cos \theta d}{\rho v^2 S}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_D = \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{D0} + k C_L^2) = \frac{1}{2} \rho v^2 S \left(C_{D0} + \frac{4 k W^2 \cos^2 \theta}{\rho^2 S^2 v^4} \right)$$

$$(\text{I}) \rightarrow -\frac{1}{2} \rho v^2 S \left(C_{D0} + \frac{4 k W^2 \cos^2 \theta}{\rho^2 S^2 v^4} \right) + W \sin \theta d = \frac{W}{g} \frac{dv}{dt}$$

$$\boxed{t_{12} = \int_{t_1}^{t_2} dt = \int_{v_1}^{v_2} \frac{W}{-\frac{1}{2} \rho v^2 S \left(C_{D0} + \frac{4 k W^2 \cos^2 \theta}{\rho^2 S^2 v^4} \right) + W \sin \theta d} dv} \rightarrow t_{12} = f(v_2) \rightarrow v = f(t_{12})$$

$$\frac{dD}{dv} = 0 \Rightarrow v_{\text{min}} = v_e = v_1 = \sqrt{\frac{2 W \cos \theta d}{\rho S}} \sqrt{\frac{k}{C_{D0}}}$$

$$(\text{IV}) \rightarrow \frac{dh}{dt} = -v \sin \theta d ; \quad \boxed{\Delta h_{12} = \int_{h_1}^{h_2} dh = \int_{t_1}^{t_2} -v(t_{12}) \sin \theta d dt}$$

$$2) \quad -L + W \sin \theta d = \frac{W}{g} \dot{v} \quad (\text{I})$$

$$-L + W \cos \theta d + \frac{W}{g} v \dot{\theta} = 0$$

$$x_e = v \cos \theta$$

$$h = -v \sin \theta d$$

$$L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L \rightarrow C_L = \frac{2 W \cos \theta d}{\rho v^2 S} + \frac{2 W \dot{\theta}}{g \rho v S}$$

$$\frac{d\dot{\theta}}{dt} = cte \Rightarrow \ddot{\theta} = 0 \quad \gamma \quad \dot{\theta} = \dot{\theta}_0 + \ddot{\theta} t = \dot{\theta}_0 + \ddot{\theta} t \rightarrow \theta = \theta_0 + \dot{\theta}_0 t + \frac{1}{2} \ddot{\theta} t^2$$

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**

Cartagena99

$$3) \quad T \cos \epsilon - D - W \cos \alpha - m \dot{v} = 0 \quad ; \quad -D = \frac{W}{g} \dot{v} \quad (\text{I})$$

$$-T \sin \epsilon + L + W \sin \alpha + m \dot{v} = 0 \quad ; \quad L = -W$$

$\epsilon_{\text{min}} < 0 \Rightarrow$ se permite el vuelo invertido

$$v_e = \sqrt{c_{\text{min}}} \cdot v$$

$$L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L \leadsto C_L = \frac{-2W}{\rho S v^2}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho v^2 S \left(C_{D0} + \frac{4KW^2}{\rho^2 S v^4} \right)$$

$$(\text{I}) \leadsto \frac{W}{g} \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{2} \rho v^2 S \left(C_{D0} + \frac{4KW^2}{\rho^2 S v^4} \right)$$

$$t_{34} = \int_{t_3}^{t_4} dt = \int_{v_3}^{v_4} \frac{-2W}{g \rho v^2 S \left(C_{D0} + \frac{4KW^2}{\rho^2 S v^4} \right)} dv$$

$$\epsilon_{\text{min}} = \frac{-2W}{\rho S v_3^2} \Rightarrow v_4 = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{\text{MIN}}}}$$

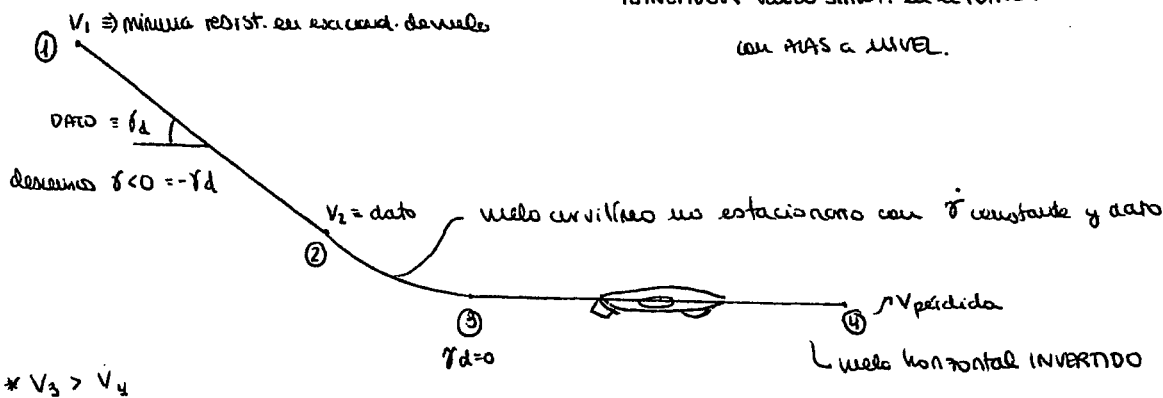
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

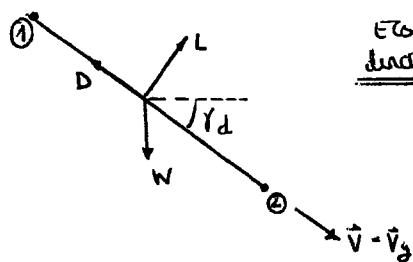
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

PROBLEMA DIC-99

PLANEADOR VUELO SIMÉT. en el PUNTO VERTICAL
con alas a NIVEL.



1 TRAMO 1-2 plantear 2 INTEGRALES que permitan DETERMINAR el tiempo de vuelo t_{12} y la altura descendida Δh_{12}



Ecs. dinámicas:

$$\begin{cases} -L + W \cos \gamma_d = 0 \rightarrow -\frac{1}{2} \rho V^2 S C_L + W \cos \gamma_d = 0 \\ -D + W \sin \gamma_d = m \dot{V} \end{cases}$$

(1) $C_L = \frac{2 W \cos \gamma_d}{\rho S V^2}$

(2) $W \sin \gamma_d - \frac{1}{2} \rho S V^2 (C_{D0} + k C_L^2) = \frac{W}{g} \frac{dV}{dt}$

$$\int_0^{t_{12}} dt = \int_{V_1}^{V_2} \frac{W/g dV}{W \sin \gamma_d - \frac{1}{2} \rho S V^2 (C_{D0} + k (\frac{2W \cos \gamma_d}{\rho S V^2})^2)}$$

Necesito V_1 pero me dicen que es la de mínima

resistencia:

$$D = \frac{1}{2} \rho S V^2 (C_{D0} + k (\frac{2W \cos \gamma_d}{\rho S V^2})^2) \rightarrow \frac{dD}{dV} = 0 = \rho S V C_{D0} + k \frac{2W^2}{\rho S} \cos^2 \gamma_d \cdot \frac{-2}{V^3} = 0$$

$$\rho S V^4 C_{D0} = k \frac{4W^2}{\rho S} \cos^2 \gamma_d ;$$

$$V_1^4 = \frac{k}{C_{D0}} \frac{4W^2}{\rho^2 S^2} \cos^2 \gamma_d \rightarrow V_{1 \min} = \sqrt[4]{\frac{k}{C_{D0}}} \sqrt{\frac{2W \cos \gamma_d}{\rho S}}$$

Ecs. cinemáticas: $\dot{h} = -V \sin \gamma_d = \frac{dh}{dt}$

$$\Delta h = \int_0^{t_{12}} -V(t) \sin \gamma_d dt$$

2 TRAMO 2-3, EC. DIF. que proporcione $V = V(t)$, y t_{23}

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \dot{\alpha} \rightarrow \gamma_d = \gamma_{d0} + \dot{\gamma}_d t \quad \left. \begin{array}{l} \gamma_d = \gamma_d^{-1/2} + \dot{\gamma}_d t \\ \alpha t = 0 \rightarrow \gamma_{d0} = \gamma_d^{-1/2} \end{array} \right\}$$

$$t_{23} = \frac{\gamma_{d3} - \gamma_d^{-1/2}}{\dot{\gamma}_d} = \frac{0 - \gamma_d^{-1/2}}{(\dot{\gamma}_d) < 0} > 0$$

Resultado es $\dot{\gamma} !! \dot{\gamma} = -\dot{\gamma}_d$
Así que $t_{23} = \gamma_d^{-1/2} / \dot{\gamma}_d$

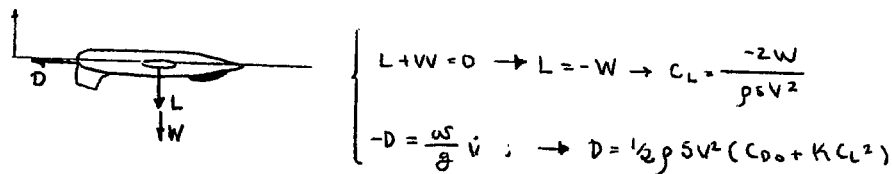
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**



3) TRAMO 3-4. ¿ES POSIBLE EL VUELO? t34 -----

$C_{Lmin} < 0$ luego si es posible el vuelo invertido.



$$\frac{W}{g} \dot{v} = -\frac{1}{2} \rho S V^2 C_{D0} - \frac{2K W^2}{\rho S V^2}$$

$$\int_0^{t_{34}} dt = \int_{V_3}^{V_4} \frac{-W}{g} \frac{dV}{\left(\frac{1}{2} \rho S V^2 C_{D0} + \frac{2K W^2}{\rho S V^2} \right)}$$

Se necesita $V_4 =$ velocidad de pérdida $\frac{1}{2} \rho S V_4^2 C_{Lmin} = -W$

$$V_4 = V_{pérdida} = \sqrt{\frac{-2W}{\rho S C_{Lmin}}}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

✓

ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONAUTICOS

CATEDRA DE MECANICA DEL VUELO
E. Final Febrero - A + B + CD

11.02.00

PROBLEMA 1°

(T8)

Un avión se encuentra en vuelo simétrico horizontal rectilíneo estacionario a una altura h_0 y velocidad V_0 ambas conocidas (punto 0 de la figura adjunta), cuando se produce la parada de motores. Inmediatamente el piloto actúa sobre los mandos de forma que el avión sigue una trayectoria descompuesta en dos tramos:

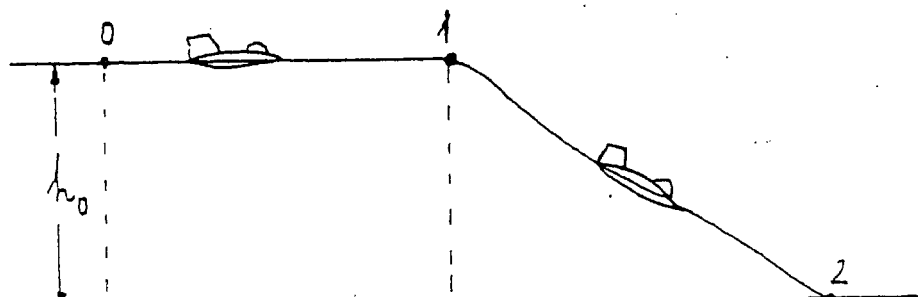
- Tramo 0-1: Vuelo simétrico horizontal rectilíneo desde V_0 ($V_0 > V_s$) hasta V_1 ($V_1 \geq V_s$).
- Tramo 1-2: Descenso en planeo con velocidad constante e igual a V_1 hasta tocar tierra.

Suponiendo además que:

- a) Se conocen las características geométricas aerodinámicas y máxicas necesarias para la resolución del problema (por ejemplo: el peso W , la superficie alar S , el coeficiente de sustentación máximo, los coeficientes de la polar parabólica supuestos constantes para el margen de velocidades considerado, etc).
- b) En el tramo 1-2, el ángulo de descenso es muy pequeño y la aceleración normal a la trayectoria es despreciable.
- c) La densidad atmosférica ρ y la constante de la gravedad son constantes conocidas para el margen de alturas considerado.

Se pide:

1. Determinar la distancia horizontal recorrida en el tramo 0-1, x_{01} , en función de la velocidad V_1 y representarla gráficamente de forma esquemática.
2. Determinar la distancia horizontal recorrida en el tramo 1-2, x_{12} , en función de la velocidad V_1 y representarla gráficamente de forma esquemática.
3. Plantear un polinomio que permitiría obtener la velocidad V_1 para máxima distancia horizontal total x_{02} .



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

1)

Vuelo horizontal, rectilíneo y simétrico

$$\dot{x} = v$$

$$\dot{h} = 0 \Rightarrow h = \text{cte}$$

$$-D = m \dot{v}$$

$$L = W = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L \Rightarrow C_L = \frac{2W}{\rho v^2 S}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{D0} + k C_L^2) = \frac{1}{2} \rho S v^2 C_{D0} + \frac{2kW^2}{\rho S v^2}$$

$$m \frac{dv}{dt} = m v \frac{dv}{dx} = -\left(\frac{1}{2} \rho S v^2 C_{D0} + \frac{2kW^2}{\rho S v^2}\right)$$

$$\int_0^1 dx = - \int_{v_0}^{v_1} \frac{m \frac{1}{2} \rho S v^3 dv}{\left(\frac{1}{2} \rho S v^2\right)^2 C_{D0} + kW^2} \Rightarrow x_{01} = \frac{m}{2\rho S C_{D0}} \ln \frac{\frac{1}{4} \rho^2 S^2 C_{D0} v_0^4 + kW^2}{\frac{1}{4} \rho^2 S^2 C_{D0} v_1^4 + kW^2}$$

2)

$$\dot{x} = v_1$$

$$\dot{h} = -v \gamma_d$$

$$-D - W \gamma_d = 0 \Rightarrow D = W \gamma_d$$

$$L = W = \frac{1}{2} \rho S v^2 C_L$$

$$D = \frac{1}{2} \rho S v^2 (C_{D0} + k C_L^2)$$

$$\Rightarrow \gamma_d = \frac{\frac{1}{2} \rho S v_1^2 C_{D0} + \frac{kW}{\frac{1}{2} \rho S v_1^2}}{W}; \quad \text{tg} \gamma_d = \frac{h_0}{x_{12}}$$

$$x_{12} = \frac{h_0}{\gamma_d} = \frac{h_0 W}{\frac{1}{2} \rho S v_1^2 C_{D0} + \frac{kW}{\frac{1}{2} \rho S v_1^2}}$$

3)

$$x_{02} = x_{01} + x_{12} \Rightarrow \frac{dx_{02}}{dv_1} = 0 \Rightarrow v_1 \Big|_{x_{02 \max}}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

2

1) $-D - W \cos \theta - m \dot{v} = 0$; $-D = \frac{W}{g} \dot{v}$ (I)

$-L + W \sin \theta + m v \dot{\theta} = 0$; $L = W$ (II)

$\dot{x}_e = v \cos \theta \Rightarrow \frac{dx_e}{dt} = v$ (III) $\rightarrow dt = \frac{dx_e}{v}$

$L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L \rightarrow C_L = \frac{2W}{\rho S v^2}$

$D = \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{D0} + k C_L^2) = \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{D0} + \frac{4kW^2}{\rho^2 S^2 v^4})$

(I) $\rightarrow \frac{W}{g} \cdot \left(\frac{dv}{dx_e} \right) + \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{D0} + \frac{4kW^2}{\rho^2 S^2 v^4}) = 0$

$\frac{W}{g} \cdot \frac{dv}{dx_e} + \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{D0} + \frac{4kW^2}{\rho^2 S^2 v^4}) = 0$

$$x_{01} = \int_{x_0}^{x_1} dx_e = \int_{v_0}^{v_1} \frac{-2W}{\rho v^2 S (C_{D0} + \frac{4kW^2}{\rho^2 S^2 v^4})} dv$$

2) $-D + W \cos \theta - m \dot{v} = 0$; $-D = -W \cos \theta$ (I)

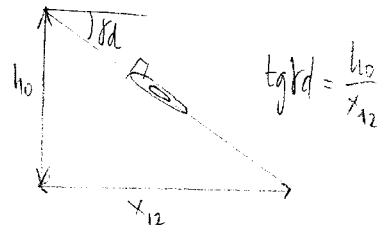
$-L + W \sin \theta + m v \dot{\theta} = 0$; $L = W$ (II)

$\dot{x}_e = v \cos \theta \Rightarrow \frac{dx_e}{dt} = v$ (III) $h = -v \dot{\theta}$ (IV)

$L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L \rightarrow C_L = \frac{2W}{\rho S v^2}$

$D = \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{D0} + k \frac{4W^2}{\rho^2 S^2 v^4})$

(I) $\rightarrow -\frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{D0} + \frac{4kW^2}{\rho^2 S^2 v^4}) = -W \cos \theta$



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow is cast beneath the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh} \cdot \frac{dh}{dt}$$

C-146

Planeador.

PROBLEMA 9

Un planeador cuyas características geométricas, aerodinámicas y másicas son conocidas está efectuando una maniobra simétrica contenida en un plano vertical, que puede descomponerse en los tres tramos siguientes:

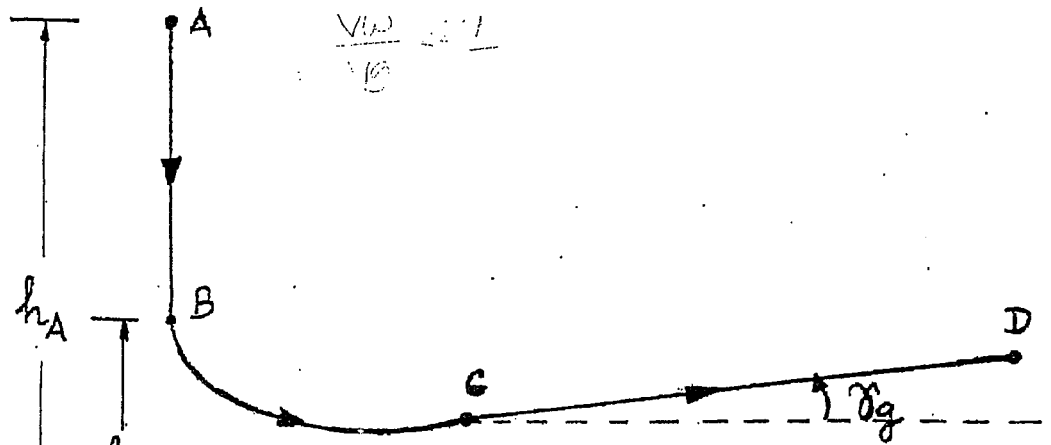
- Tramo AB: Picado vertical con velocidad inicial nula desde h_A hasta h_B .
- Tramo BC: Vuelo no estacionario desde $B(\gamma_B = -\pi/2)$ hasta $C(|\gamma_C| \ll 1)$.
- Tramo CD: Vuelo rectilíneo estacionario en presencia de una corriente ascendente de módulo V_w constante y conocido.

Suponiendo además que:

- a) La polar del planeador es parabólica de coeficientes constantes y su coeficiente de sustentación es una función lineal del ángulo de ataque.
- b) ρ y g son constantes conocidas para el margen de alturas considerado.
- c) Todos los ángulos que intervienen en el tramo CD son pequeños:

Se pide:

- 1º) Determinar la velocidad del planeador en el punto B, V_B , y el tiempo que tarda en alcanzarla, t_B .
- 2º) Plantear para el tramo BC el sistema de ecuaciones diferenciales que permitiría obtener $\alpha(t), V(t), \gamma(t), h(t)$ para una ley de control $\delta_e(t)$ conocida.
- 3º) Para el tramo CD,
 - 3.1) plantear el sistema de ecuaciones cinemáticas y dinámicas,
 - 3.2) determinar el ángulo de asiento de velocidad respecto a tierra, γ_g , en función de C_L
 - 3.3) y determinar el C_L que maximiza γ_g . ¿Coincide con el valor correspondiente para el caso de que no exista ascendencia?



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



PROBLEMA 10

Se considera un planeador, cuyas características geométricas, aerodinámicas y másicas son conocidas, volando en una atmósfera en calma.

Suponiendo que el ángulo de descenso, γ_d , no es pequeño, se pide:

- 1º) Determinar la velocidad adimensional para ángulo de descenso mínimo, $\hat{V}_{\gamma_{dmin}}$, y el ángulo de descenso mínimo γ_{dmin} , en función de la eficiencia aerodinámica máxima, E_m .
- 2º) Determinar la velocidad adimensional para velocidad de descenso adimensional mínima, $\hat{V}_{\dot{\gamma}_{dmin}}$, en función de E_m .
- 3º) Determinar la distancia horizontal máxima, x_{max} , que puede recorrer el planeador si se suelta a una altura h_0 conocida, así como la ley de deflexión del timón de profundidad en función de la altura necesaria para efectuar este descenso.
- 4º) Particularizar los apartados anteriores para el caso $E_m \rightarrow \infty$, comentando los resultados obtenidos.

$$\cos^2 \gamma = 1 - \sin^2 \gamma$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

3

$$1) -D - W \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) - m\dot{v} = 0 ; -D + W = \frac{W}{g} \dot{v} \quad (I)$$

$$-L + W \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + m v \dot{\theta} = 0 \rightarrow L = 0 \rightarrow \Sigma = 0$$

$$\dot{h} = v \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -v \rightarrow \frac{dh}{dt} = -v ; dt = \frac{dh}{-v}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_D = \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{D0} + K C_L^2) = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_{D0}$$

$$(I) \rightarrow \frac{W}{g} \left(\frac{dv}{dt}\right) + \frac{1}{2} \rho v^2 S C_{D0} - W = 0$$

$$\frac{dv}{dh} (-v)$$

$$\frac{W}{g} (-v) \cdot \frac{dv}{dh} = W - \frac{1}{2} \rho v^2 S C_{D0} \Rightarrow (h_B - h_A) g = \int_0^{v_B} \frac{-W/v}{W - \frac{1}{2} \rho v^2 S C_{D0}} dv$$

$$(h_B - h_A) g = \int_0^{v_B} \frac{-v}{1 - \frac{1}{2W} \rho v^2 S C_{D0}} dv = W \cdot \frac{1}{\rho S C_{D0}} \int_0^{v_B} \frac{-\rho S C_{D0} v}{1 - \frac{1}{2W} \rho v^2 S C_{D0}} dv =$$

$$\frac{W}{\rho S C_{D0}} \cdot \text{Ln} \left(1 - \frac{1}{2W} \rho v^2 S C_{D0} \right) = \frac{W}{\rho S C_{D0}} \text{Ln} \left[1 - \frac{1}{2W} \rho v_B^2 S C_{D0} \right]$$

$$(h_B - h_A) \frac{\rho S C_{D0}}{W} = \text{Ln} \left[1 - \frac{\rho v_B^2 S C_{D0}}{2W} \right] \Rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{D0}} \left(1 - e^{\frac{(h_B - h_A) \rho S C_{D0}}{W}} \right)}$$

$$(I) \rightarrow \frac{W}{g} \cdot \frac{dv}{dt} = W - \frac{1}{2} \rho v^2 S C_{D0} \Rightarrow \left[t_B = \frac{1}{g} \int_0^{v_B} \frac{1}{1 - \frac{1}{2W} \rho S C_{D0} v^2} dv = \frac{1}{g} \text{arctanh} \left(\sqrt{\frac{\rho S C_{D0}}{2W}} v_B \right) \right]$$

$$2) -D + W \sin(\theta) = \frac{W}{g} \dot{v} \quad (I)$$

$$-L + W = -\frac{W}{g} \dot{\theta} \quad (II)$$

$$L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L = \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{L0} + C_{L0} v^2 + C_{D0} \delta_0) \quad (III)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$\delta_e(t) \in \text{BATO}$

(III) $\delta_a(t)$
(IV)

3)

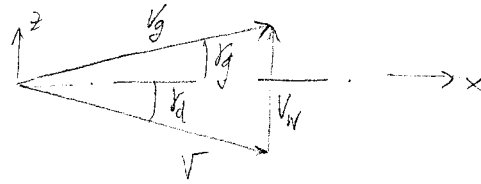
1)

$$-D + W \cdot \delta_d = 0 \quad (\text{I})$$

$$-L + W = 0 \quad (\text{II})$$

$$\dot{x}_e = v \cos \delta_g^{-1} \quad (\text{III})$$

$$h = v \cdot \delta_g \quad (\text{IV})$$



$$\vec{V} = v_g \cos \delta_g \vec{i} + (v_w - v_g \sin \delta_g) \vec{j}$$

$$\vec{V} = v_g \vec{i} + (v_w - v_g \delta_g) \vec{j}$$

$$\tan \delta_d = \frac{v_w - v_g \delta_g}{v_g} \rightarrow \delta_d = \frac{v_w - v_g \delta_g}{v_g}$$

$$v_g = \frac{v_w}{v_g} - \delta_d$$

2)

$$L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L$$

$$D = \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{D0} + K C_L^2)$$

$$(\text{I}) \rightarrow \delta_d = \sqrt{\frac{\rho S v^2}{2W}} (C_{D0} + K C_L^2)$$

$$v_g = \frac{v_w}{v_g} - \frac{\rho S v^2}{2W} (C_{D0} + K C_L^2)$$

$$|\vec{V}| = \sqrt{v_g^2 + (v_w - v_g \delta_d)^2} = \sqrt{v_g^2 + v_w^2 - 2v_w v_g \delta_d + v_g^2 \delta_d^2} \approx \sqrt{v_g^2}$$

$$\boxed{v_g = \frac{v_w}{\sqrt{\frac{\rho S C_L}{2W}}} - \frac{\rho S v^2}{2W} (C_{D0} + K C_L^2) = \frac{v_w}{\sqrt{\frac{\rho S C_L}{2W}}} - \frac{C_{D0} + K C_L^2}{C_L}}$$

3)

$$\frac{d\delta_g}{dC_L} = \frac{-v_w \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\rho S}{2W}} \frac{1}{C_L}}{\sqrt{\frac{\rho S C_L}{2W}}} - \frac{-C_{D0}}{C_L^2} + K = \frac{-2W^{1/2} v_w \sqrt{\rho S}}{2 \rho S^2 C_L \sqrt{C_L} \sqrt{2W}} + \frac{C_{D0}}{C_L^2} + K =$$

$$= \frac{-v_w}{C_L} \sqrt{\frac{W}{2 \rho S}} + \frac{C_{D0}}{C_L^2} + K = 0 \Rightarrow -v_w C_L \sqrt{\frac{W}{2 \rho S}} + C_{D0} + K C_L^2 = 0 ;$$

$$-v_w \sqrt{\frac{W C_L}{2 \rho S}} + C_{D0} + K C_L^2 = 0$$

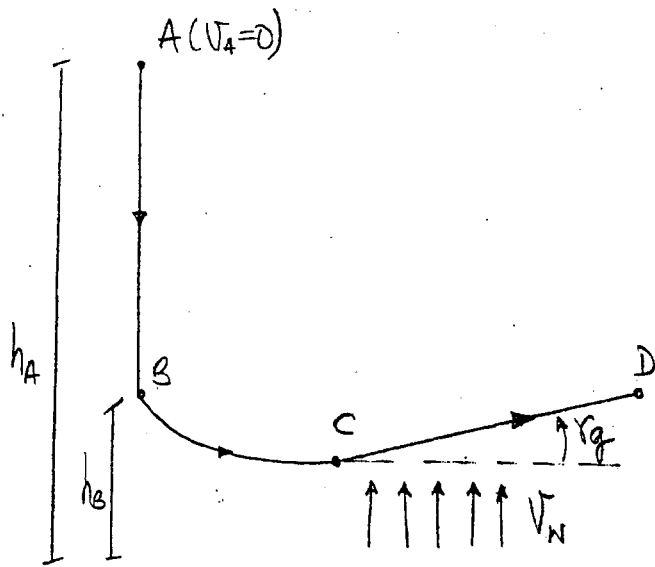
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

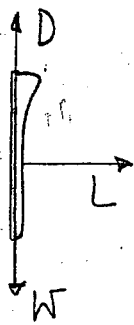
PROBLEMA 7 (6-11-1990)

problema 9



- ρ, g constantes y conocidas
- $\theta_B = -\frac{\pi}{2}$; $\theta_C \ll -1$
- $G = G_0 + KQ^2$
- $Q = Q_0 \alpha$
- TRAMO CD: ángulos pequeños

1) TRAMO AB



$$L=0 \rightarrow Q = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho V^2 S} = 0$$

$$D-W = \frac{W}{g} \frac{dV}{dt} \quad (1) \rightarrow W-D = \frac{W}{g} \frac{dV}{dt}$$

seamos que $D = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_D = \frac{1}{2}\rho V^2 S (C_{D0} + KQ^2) = \frac{1}{2}\rho V^2 S C_{D0} \quad (2)$

Sustituyendo (2) en (1) $\rightarrow \frac{1}{2}\rho V^2 S C_{D0} - W = \frac{W}{g} \frac{dV}{dt} \quad (3)$

$$\frac{\rho V^2 S C_{D0}}{2W} - 1 = \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} = \frac{1}{g} \frac{dV}{dh} \left(\frac{dh}{dt} \right) = \frac{V}{g} \frac{dV}{dh}$$

$$\int_{h_A}^{h_B} dh = \frac{1}{g} \int_{V_A=0}^{V_B} \frac{V}{\left(\frac{\rho V^2 S C_{D0}}{2W} - 1 \right)} dV \rightarrow (h_B - h_A) = \frac{W}{g \rho S C_{D0}} \ln \left(\frac{\frac{\rho V_B^2 S C_{D0}}{2W} - 1}{(-1)} \right)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

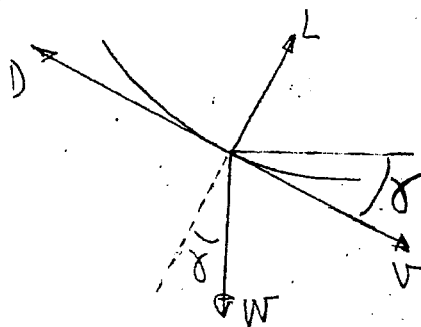


De la ecuación (3): $\frac{\rho V^2 S C_D}{2W} - 1 = \frac{1}{g} \frac{dV}{dt}$ integrando ahora en dt .

$$\int_0^{t_B} dt = \frac{1}{g} \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{\left(\frac{\rho V^2 S C_D}{2W} - 1\right)} \rightarrow (t_B - 0) = \frac{1}{g} (-1) \int_0^{V_B} \frac{dV}{1 - \left(\sqrt{\frac{\rho S C_D}{2W}} V\right)^2}$$

$$t_B = -\frac{1}{g} \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_D}} \cdot \operatorname{arctg} \left(\sqrt{\frac{\rho S C_D}{2W}} V_B \right)$$

2) TRAMO BC



• Ecuaciones cinemáticas

$$\frac{dx}{dt} = V \cos \delta$$

(δ es negativo)

$$\frac{dh}{dt} = -V \sin \delta$$

• Ecuaciones dinámicas

$$L - W \cos \delta = \frac{W}{g} V \cdot \ddot{\delta}$$

$$A_n = \frac{V^2}{R} = \frac{V^2}{g \tan \delta}$$

($\delta < 0$)

$$-D - W \sin \delta = \frac{W}{g} \frac{dV}{dt}$$

¡¡¡ojo! (Al incluir en las ecuaciones un $\delta < 0$ ya se ponen los signos correctos)

Suponemos que $L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L$; $C_L = C_{L\alpha}$
 $D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D$; $C_D = C_{D0} + K C_L^2$

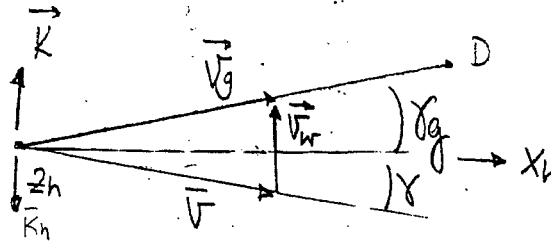
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

3) TRAMO CD

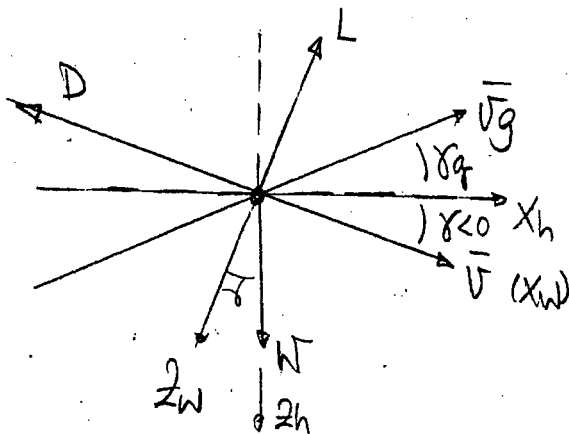
3.1) $\vec{V}_g = \vec{V} + \vec{V}_w$



$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{V} = \vec{V}_g - \vec{V}_w \\ \vec{V}_g = (\cos \delta_g \vec{L}_h - \sin \delta_g \vec{K}_h) V_g \\ \vec{V}_w = -V_w \vec{K}_h \end{array} \right\} \rightarrow \vec{V} = (V_g \cos \delta_g) \vec{L}_h + (V_w - V_g \sin \delta_g) \vec{K}_h$$

lo damos la vuelta puesto que al meter un $\delta < 0$ volvería a tomar su signo.

$$\sin \delta = \frac{V_g \sin \delta_g - V_w}{\sqrt{(V_g \cos \delta_g)^2 + (V_g \sin \delta_g - V_w)^2}} \quad (1)$$



$$\tan \delta = \frac{V_g \sin \delta_g - V_w}{V_g \cos \delta_g}$$

Como el enunciado dice que en el tramo CD los ángulos son

pequeños :

$$\left. \begin{array}{l} \delta \ll 1 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \cos \delta \approx 1 \\ \sin \delta \approx \delta \end{array} \right. \\ \delta_g \ll 1 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \cos \delta_g \approx 1 \\ \sin \delta_g \approx \delta_g \end{array} \right. \end{array} \right\} \xrightarrow{(1)} \delta \approx \frac{V_g \delta_g - V_w}{\sqrt{(V_g)^2 + (V_g \delta_g - V_w)^2}} \quad (1^*)$$

• Proyectando las fuerzas en ejes viento:

$$\text{Ecuaciones dinámicas} = \left\{ \begin{array}{l} L - W \cos \delta = 0 \\ -D - W \sin \delta = 0 \end{array} \right\} \xrightarrow{\delta \ll 1} \left\{ \begin{array}{l} L = W \quad (2) \\ -D - W \delta = 0 \quad (3) \end{array} \right.$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

32) Si en la ecuación (1*) eliminamos los infinitesimos de 2º orden ($\gamma, \gamma_g \ll 1 \rightarrow v_w \ll 1$) tenemos:

$$\gamma \sim \frac{v_g \gamma_g - v_w}{v_g} = \gamma_g - \frac{v_w}{v_g} \quad (*)$$

De la ecuación (13) $\gamma = -\frac{D}{W} = -\frac{D}{L} = -\frac{\frac{1}{2} \rho v_w^2 C_D (C_{os} + K u^2)}{\frac{1}{2} \rho v_g^2 a}$

$$\gamma = -\frac{C_{os} + K u^2}{a} \quad (**)$$

Iguando las expresiones (*) y (**)

$$\gamma_g - \frac{v_w}{v_g} = -\frac{C_{os} + K u^2}{a} \rightarrow \gamma_g = -\frac{C_{os} + K u^2}{a} + \frac{v_w}{v_g}$$

Para calcular v_g : $|\vec{v}| = \sqrt{(v_g \cos \gamma_g)^2 + (v_g \sin \gamma_g - v_w)^2} =$

$$= \sqrt{v_g^2 + v_w^2 - 2 v_g v_w \sin \gamma_g} \approx \sqrt{v_g^2} \approx |v_g|$$

Se desprecian por ser infinitesimos de 2º orden

Sustituyendo $\gamma_g = -\frac{C_{os} + K u^2}{a} + \frac{v_w}{v} = -\frac{C_{os} + K u^2}{a} + v_w \sqrt{\frac{\rho a}{2W}}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

3.3) Maximizar γ_g

$$\frac{\partial \gamma_g}{\partial a} = 0 \rightarrow -\frac{2Ka \cdot a - C_{a0} - Ka^2}{a^2} + v_w \sqrt{\frac{ps}{2W}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} = 0$$

$$-\frac{Ka^2 - C_{a0}}{a^2} + \frac{1}{2} v_w \sqrt{\frac{ps}{2W}} \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} = 0$$

$$\frac{C_{a0}}{a^2} - K + \frac{1}{2} v_w \sqrt{\frac{ps}{2W}} \cdot \frac{1}{\sqrt{a}} = 0$$

$$\frac{C_{a0} - Ka^2 + \frac{v_w}{2} \sqrt{\frac{ps}{2W}} \cdot a^{3/2}}{a^2} = 0 ; \quad \frac{v_w}{2} \sqrt{\frac{ps}{2W}} a^{3/2} - Ka^2 + C_{a0} = 0 \rightarrow$$

→ De aquí obtendremos $a) \gamma_{gmax}$

* En el caso de que no hubiese ascendencia $v_w = 0 \rightarrow a) \gamma_{gmax} = \sqrt{\frac{C_{a0}}{K}}$
que no coincidiría con el valor obtenido antes.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue, arrow-shaped background that points to the right. Below the text, there is a horizontal orange gradient bar.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

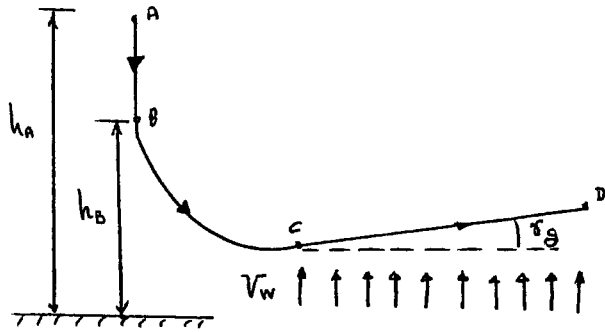
PROBLEMA 9 CLASE

PLANEADOR (T=0) Caract. geom, aerod, mósicos, conoos
 manobra SIMÉTRICA EN EL PLANO VERTICAL

Suposiciones

- POLAR PARABOLICA de $K, C_{D0} = \text{const}$
- $C_D = C_{D0} + K C_L^2$
- $C_L = C_{L0} + C_{L\alpha} \cdot \alpha$
- ρ y g des DATO
- Ángulos en CD pequeños

AB: trazo vertical con $V_0 = 0$ de h_A hasta h_B
 BC: vuelo NO ESTACIONARIA desde
 B con $\gamma_B = -\pi/2$
 C con $|\gamma_C| \ll \alpha$
 CD: vuelo rectilíneo estacionario con una corriente ascendente de módulos V_w de y conoosido



1) VELOCIDAD en h_B y tiempo en alcance t_B

TRAMO AB

- sin viento $\vec{V}_g = \vec{V}$
- Rectilíneo + vel // eje del avión $\gamma = \frac{\pi}{2} \rightarrow \dot{\gamma} = 0$
- $L = 0 = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \rightarrow C_L = 0$
- (1) $-W \cos \delta - D = \frac{W}{g} \frac{dV}{dt}$
- (2) $W - D = W - \frac{1}{2} \rho V^2 S [C_{D0} + K C_L^2] = 0$

Vuelo SIMÉT. PLANO VERTICAL [VSPV]
 PLANEADOR (T=0)

$I \cos \epsilon - D - m(g \sin \delta + \dot{V}) = 0$ (1)

$-I \sin \epsilon - L + m(g \cos \delta + \dot{V} \dot{\gamma}) = 0$ (2)

$\ddot{x}_e = V \cos \delta$ (3)

$\dot{h} = V \sin \delta$ (4)

$$\frac{dV}{dt} = \frac{g}{W} [W - \frac{1}{2} \rho V^2 S \cdot C_{D0}]$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{dV}{dh} \cdot \frac{dh}{dt} = \frac{dV}{dh} (-V)$$

ec. (4) $\dot{h} = V \sin \delta = -V$

$$\frac{dV}{dt} = -V \frac{dV}{dh} = \frac{g}{W} [W - \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D0}]$$

$$- \frac{d(V^2/2)}{dh} = \frac{g}{W} [W - \rho S C_{D0} (V^2/2)]$$

CAMBIAMOS LA VARIABLE:

$$V^2/2 = X$$

$$\text{en A} \equiv \frac{V_A^2}{2} = \frac{V_0^2}{2} = 0$$

$$X_A = 0$$

$$\text{en B} \equiv X_B = \frac{V_B^2}{2}$$

$$- \frac{dX}{dh} = \frac{g}{W - \rho S C_{D0} X}$$

Integro: $\int_{h_A}^{h_B} \frac{g}{W} dh = \int_{X_A}^{X_B} \frac{-dX}{W - a \cdot X}$

$$\frac{g}{W} (h_B - h_A) = \frac{1}{a} \cdot \ln [W - aX] \Big|_0^{X_B = \frac{V_B^2}{2}} = \frac{1}{a} [\ln(W - a \frac{V_B^2}{2}) - \ln(W)] = \frac{1}{a} \ln \frac{W - a \frac{V_B^2}{2}}{W}$$

$$1 - \frac{a V_B^2}{2W} = e^{-\frac{g}{W} (h_B - h_A)} \rightarrow V_B = \sqrt{\frac{2W}{\rho S C_{D0}} \left(1 - e^{-\frac{g \rho S C_{D0} (h_B - h_A)}{W}}\right)}$$

$$\frac{W}{g} \frac{dV}{dt} = W - D ; \frac{W}{g} \frac{dV}{dt} = dt$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



J C + ax - y 4ac

2 PARA EL TRAMO BC, sistema de ecuaciones que permite obtener $d(t)$, $V(t)$, $\delta(t)$, $h(t)$ para una LEY de CONTROL $\delta \varepsilon(t)$ conocida

VSPV

$$\begin{cases} \dot{X}_e = V \cos \delta & (3) \\ \dot{h} = V \sin \delta & (4) \end{cases}$$

$$-D - W/g [g \sin \delta + \dot{V}] = 0 \quad (1)$$

$$L - W/g [g \cos \delta + V \cdot \ddot{\delta}] = 0 \quad (2)$$

$$L = 1/2 \rho V^2 S C_L \quad (5)$$

$$D = 1/2 \rho V^2 S C_D \quad (6)$$

$$C_D = C_{D0} + K \cdot C_L^2 \quad (7)$$

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha} \cdot \alpha \quad (8)$$

$$M = q \dot{\delta} C \cdot C_m q = q \dot{\delta} C [C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha + C_{m\delta} \delta \varepsilon + C_{mq} \cdot q] = I_y \ddot{q} \quad (9)$$

$$q = \text{velocidad de cabeceo} = \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi$$

o sea a nivel $\phi = 0$
simétrica $\psi = 0$

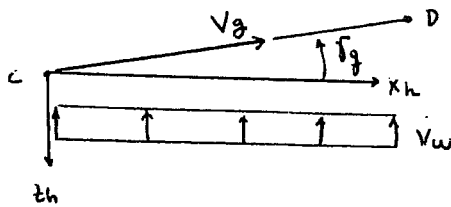
$$\begin{cases} q = \dot{\alpha} + \dot{\gamma} = \dot{\theta} \\ \dot{q} = \ddot{\alpha} + \ddot{\gamma} \end{cases} \quad (10)$$

Var dependientes: $X_e, V, \delta, h, D, L, C_L, C_D, \alpha, \delta \varepsilon, q = 11$

Ecs: 10

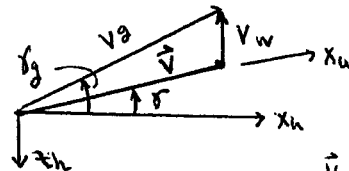
$N = 11 - 10 = 1$ gdl que será $\delta \varepsilon$ por lo que si se conoce $\delta \varepsilon(t)$ podemos obtener todas las variables $\alpha(t), V(t), \delta(t), h(t)$.

3 PARA EL TRAMO CD, PLANTEAR ELS. CINEMÁTICAS y DINÁMICAS



$\delta_g =$ ángulo de ascenso de la velocidad absoluta

*



$$\vec{V}_g = \vec{V} + \vec{V}_w$$

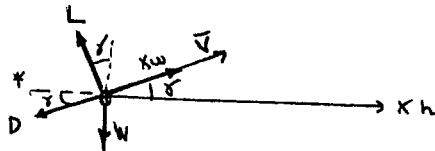
$$\begin{cases} \vec{V}_g = V_g \cos \delta_g \vec{i}_h - V_g \sin \delta_g \vec{k}_h \\ \vec{V}_w = -V_w \vec{k}_h \end{cases}$$

$$\vec{V} = \vec{V}_g - \vec{V}_w = V_g \cos \delta_g \vec{i}_h + (V_w - V_g \sin \delta_g) \vec{k}_h$$

Como todos los ángulos son pequeños

$$\vec{V} \approx V_g \vec{i}_h + (V_w - \gamma_g V_g) \vec{k}_h \quad (1)$$

$$\tan \gamma \approx \gamma = \frac{V_w - V_g \delta_g}{V_g} = \frac{V_w}{V_g} - \delta_g \quad (2)$$



$$* \sum \vec{F} = m \frac{d\vec{V}_g}{dt} = m \left[\frac{d\vec{V}}{dt} + \frac{d\vec{V}_w}{dt} \right] = m \frac{d\vec{V}}{dt} = W \vec{j} \quad \text{ESTACIONARIO}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Ecu1)

$2V_w V_g \delta_g$ (4)*

Ecs. dinámicos (3), (4)

3.2 DETERMINAR $\gamma_g = \gamma_g(C_L)$ -----

2):
$$\gamma = \frac{V_w}{V_g} - \gamma_g \rightarrow \gamma_g = \frac{V_w}{V_g} - \gamma$$

3.4)*
$$W = \frac{1}{2} \rho \delta C_L [V_g^2 + V_w^2 + \underbrace{V_g^2 \gamma_g^2 + 2V_w V_g \gamma_g}] \approx \frac{1}{2} \rho \delta C_L [V_g^2 + V_w^2]$$

$$\gamma_g^2 V_g^2 \ll V_g^2$$

$$V_g(C_L) = \sqrt{\frac{2W}{\rho \delta C_L} - V_w^2}$$

3.3)*
$$\gamma(C_L) = -\frac{C_{D0} + K C_L^2}{C_L}$$

Así
$$\gamma_g(C_L) = \frac{V_w}{\sqrt{\frac{2W}{\rho \delta C_L} - V_w^2}} + \frac{C_{D0} + K C_L^2}{C_L}$$

3.3 DETERMINAR C_L que MAXIMIZA γ_g ¿Coincide con el caso de que no haya ascendencia? -----

$$\frac{\partial \gamma_g}{\partial C_L} = 0 \rightarrow \text{obtener } C_L \text{ opt que da } \gamma_g \text{ máx.}$$

Si no hay ascendencia $V_w = 0 \rightarrow \gamma = \gamma_g = \frac{-C_D}{C_L}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

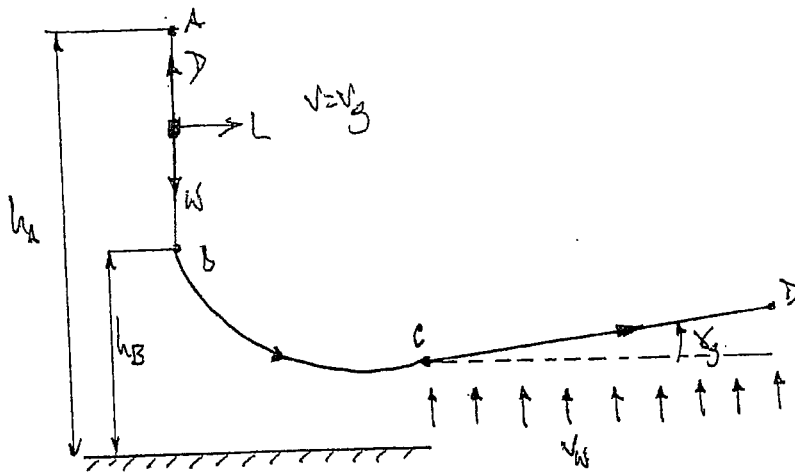
The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue, abstract background that resembles a stylized arrow or a splash of paint pointing to the right.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

PROBLEMA 9

Planchador



v_B, t_B

(A-B) $L=0 \Rightarrow Q=0 \Rightarrow G = G_0 + k \frac{v^2}{L} = G_0$
 $(\omega - \gamma) = \frac{\omega}{g} \frac{dh_B}{dt}$ ACELERACIÓN ABSOLUTA !! $\Rightarrow \omega \frac{1}{2} \frac{d(v^2)}{dt} = \frac{\omega}{g} \frac{dh_B}{dt} \Rightarrow$

$\Rightarrow 1 - \frac{\rho S G_0}{2 \omega} \frac{v^2}{g} = \frac{1}{g} \frac{dh_B}{dt} = \frac{1}{g} \frac{dh_B}{dt} \frac{dh_B}{dh} = -\frac{1}{2g} \frac{d(v^2)}{dh}$
 $\int_{h_A}^{h_B} dh = \int_{v_A=0}^{v_B} \frac{\frac{1}{2g} d(v^2)}{\frac{\rho S G_0}{2 \omega} v^2 - 1} = \frac{\omega}{\rho S G_0} \ln \left(1 - \frac{\rho S G_0}{2 \omega} v_B^2 \right)$

$h_B - h_A = \frac{\omega/g}{\rho S G_0} \ln \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\rho S G_0}{\omega/g} v_B^2 \right)$

$v_B = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{\omega/g}{\rho S G_0} \left(1 - e^{-\frac{\rho S G_0}{\omega/g} (h_B - h_A)} \right)}$

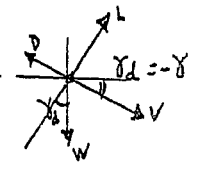


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

2. $x(t), y(t), \alpha(t), h(t)$ para $\delta_e(t)$ conocido (Sist. eos) (3C)

Ecs. 4.7.3 con $T=0$ (plancha)



Cinematicas $\begin{cases} \dot{x} = v \cos \alpha & (1) \\ \dot{h} = v \sin \alpha & (2) \end{cases}$

Dinamicas $\begin{cases} -\rightarrow -m(g \sin \alpha + \ddot{y}) = 0 & (3) \\ -L + m(g \cos \alpha + v \ddot{\alpha}) = 0 & (4) \end{cases}$

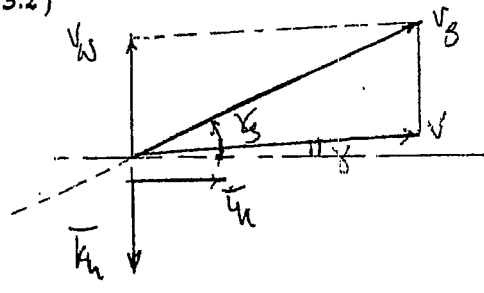
$D = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_D^{(3)}$; $G = G_0 + k G^2^{(4)}$
 $L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L^{(6)}$; $G = G_0 + C_{Lc} \alpha^{(5)}$

$Ea. momento y_i = f(\delta, \alpha, \dot{\alpha}) = 0$
 $\delta = \delta_e(t)$ (10) ← DATO ENUNCIADO

loecs
 Inecuities $(x_e, v, \alpha, h, D, L, G, C, \alpha, \delta) = 0 \Rightarrow 0 \text{ sol}$

3. (C) Trayectoria rectilinea
 Angulos pequeños

3.1) Sist. eos. cinematicas y dinamicas
 3.2)



* $\vec{v} = \vec{v}_3 - \vec{w} = (v_3 \cos \alpha \vec{t}_{kh} - v_3 \sin \alpha \vec{t}_{kv}) - (-w \vec{t}_{kh}) = v_3 \vec{t}_{kh} + (w - v_3 \sin \alpha) \vec{t}_{kv}$

* $\vec{t}_w = \frac{\vec{v}}{|\vec{v}|}$
 $\vec{t}_w \vec{t}_{kh} = \cos(\frac{\pi}{2} + \delta) = -\sin \delta$

$\Rightarrow \sin \alpha = \frac{\delta v_3 - w}{\sqrt{v_3^2 + (v_3 - \delta v_3)^2}}$

$\alpha \approx \frac{\delta v_3 - w}{\sqrt{v_3^2 + v_w^2}} \approx \frac{v_3 - \frac{w}{v_3}}{1}$ (***)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue, abstract background that resembles a stylized arrow or a splash of paint pointing to the right. Below the text, there is a horizontal orange bar with a slight gradient.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

PROBLEMA 10

Se considera un planeador, cuyas características geométricas, aerodinámicas y másicas son conocidas, volando en una atmósfera en calma.

Suponiendo que el ángulo de descenso, γ_d , no es pequeño, se pide:

- 1º) Determinar la velocidad adimensional para ángulo de descenso mínimo, $\hat{V}_{\gamma_{dmin}}$, y el ángulo de descenso mínimo γ_{dmin} , en función de la eficiencia aerodinámica máxima, E_m .
- 2º) Determinar la velocidad adimensional para velocidad de descenso adimensional mínima, $\hat{V}_{i_{dmin}}$, en función de E_m .
- 3º) Determinar la distancia horizontal máxima, x_{max} , que puede recorrer el planeador si se suelta a una altura h_0 conocida, así como la ley de deflexión del timón de profundidad en función de la altura necesaria para efectuar este descenso.
- 4º) Particularizar los apartados anteriores para el caso $E_m \rightarrow \infty$, comentando los resultados obtenidos.

\hat{V}_{dmin} es una constante del planeador que depende únicamente de las características aerodinámicas (k, C_{D0}); $k = \frac{1}{\rho A e}$

$\hat{V}_{dmin} \propto \sqrt{\frac{C_{D0}}{A}}$ $\uparrow C_{D0} \rightarrow \hat{V}_{dmin} \uparrow$
 $\downarrow A \text{ (Alargamiento)} \rightarrow \hat{V}_{dmin} \uparrow$

\hat{V}_{dmin} es una característica aerodinámica del planeador, la velocidad mínima con dimensiones depende de las condiciones del suelo (ρ)

ACTIVACIONES INTEGRALES, lo que condiciona el problema es la

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Generalmente lo que condiciona el problema la cantidad de combustible, pero en el caso de los planeadores ese condicionante es la altura. Tomamos entonces h como variable independiente.

C-146

PROBLEMA 9

Un planeador cuyas características geométricas, aerodinámicas y másicas son conocidas está efectuando una maniobra simétrica contenida en un plano vertical, que puede descomponerse en los tres tramos siguientes:

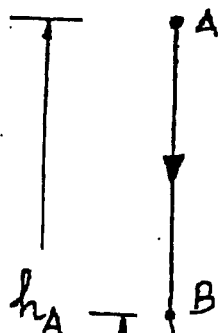
- Tramo AB: Picado vertical con velocidad inicial nula desde h_A hasta h_B .
- Tramo BC: Vuelo no estacionario desde $B(\gamma_B = -\pi/2)$ hasta $C(|\gamma_C| \ll 1)$.
- Tramo CD: Vuelo rectilíneo estacionario en presencia de una corriente ascendente de módulo V_w constante y conocido.

Suponiendo además que:

- a) La polar del planeador es parabólica de coeficientes constantes y su coeficiente de sustentación es una función lineal del ángulo de ataque.
- b) ρ y g son constantes conocidas para el margen de alturas considerado.
- c) Todos los ángulos que intervienen en el tramo CD son pequeños:

Se pide:

- 1º) Determinar la velocidad del planeador en el punto B, V_B , y el tiempo que tarda en alcanzarla, t_B .
- 2º) Plantear para el tramo BC el sistema de ecuaciones diferenciales que permitiría obtener $\alpha(t), V(t), \gamma(t), h(t)$ para una ley de control $\delta_e(t)$ conocida.
- 3º) Para el tramo CD,
 - 3.1) plantear el sistema de ecuaciones cinemáticas y dinámicas,
 - 3.2) determinar el ángulo de asiento de velocidad respecto a tierra, γ_s , en función de C_L
 - 3.3) y determinar el C_L que maximiza γ_s . ¿Coincide con el valor correspondiente para el caso de que no exista ascendencia?



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

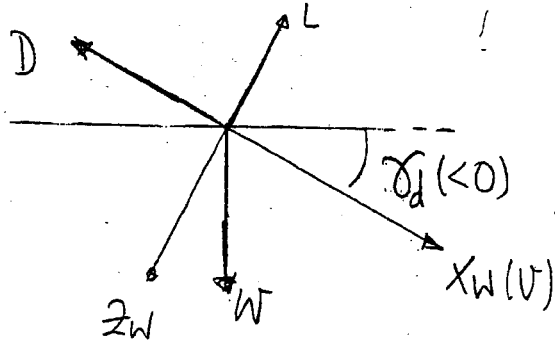
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

PROBLEMA 8 (6-11-1990)

problema 10

- Atmósfera en calma: $V_w = 0 \rightarrow V_g = V$
- Suponemos que γ_d no es pequeño

1)



• Ecuaciones cinemáticas:

$$\begin{cases} \dot{x} - V \cos \gamma = 0 \\ \dot{h} - V \sin \gamma = 0 \end{cases}$$

• Ecuaciones dinámicas

$$\begin{cases} -D - W \sin \gamma = 0 \\ L - W \cos \gamma = 0 \end{cases}$$

Adimensionalizando las ecuaciones con $V_B = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{C_{D0}}}$ y $T_B = 2W \sqrt{\frac{K}{C_{D0}}}$

• Ecuaciones cinemáticas:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\dot{x}}{V_B} - \hat{V} \cos \gamma = 0 \quad (1) \\ \frac{\dot{h}}{V_B} - \hat{V} \sin \gamma = 0 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \hat{V}_a - \hat{V} \sin \gamma = 0 \quad (2)$$

↑
velocidad base.

• Ecuaciones dinámicas

$$-\frac{D E m}{W} - E m \sin \gamma = 0 \rightarrow -\hat{D} - E m \sin \gamma = 0 \quad (3)$$

$$n - \cos \gamma = 0 \rightarrow n = \cos \gamma \quad (4)$$

Sabemos que $\hat{D} = \frac{1}{2} \left(\hat{V}^2 + \frac{n^2}{\hat{V}^2} \right) \quad (5)$

$$n = \hat{V}^2 \frac{C_L}{C_{Dopt}} \quad \text{donde } C_{Dopt} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}} \quad (6)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$$-\frac{1}{2} \left(\hat{v}^2 + \frac{1 - \sin^2 \gamma}{\hat{v}^2} \right) - E_m \sin \gamma = 0$$

Como $-\sin \gamma = \sin(-\gamma) = \sin(\gamma_d) \rightarrow -\frac{1}{2} \left(\hat{v}^2 + \frac{1 - \sin^2 \gamma_d}{\hat{v}^2} \right) + E_m \sin \gamma_d = 0$

$$\sin^2 \gamma_d - (\hat{v}^4 + 1) + 2E_m \hat{v}^2 \sin \gamma_d = 0$$

Teremos una ecuación de 2º orden en $\sin \gamma_d$:

$$\sin \gamma_d = \frac{-2E_m \hat{v}^2 \pm \sqrt{4E_m^2 \hat{v}^4 + 4(\hat{v}^4 + 1)}}{2} = -E_m \hat{v}^2 \pm \sqrt{E_m^2 \hat{v}^4 + \hat{v}^4 + 1} \quad (*)$$

Nos quedamos con \oplus ya que el término de dentro de la raíz es mayor.

Minimizar γ_d es lo mismo que minimizar $\sin \gamma_d$

$$\frac{d \sin \gamma_d}{d \hat{v}} = 0 \rightarrow -2E_m \hat{v} + \frac{4\hat{v}^3 E_m^2 + 4\hat{v}^3}{2\sqrt{E_m^2 \hat{v}^4 + \hat{v}^4 + 1}} = 0$$

$$\hat{v}^3 (E_m^2 + 1) = E_m \hat{v} \sqrt{E_m^2 \hat{v}^4 + \hat{v}^4 + 1}$$

$$\hat{v}^2 (E_m^2 + 1) = E_m \sqrt{E_m^2 \hat{v}^4 + \hat{v}^4 + 1}$$

$$\hat{v}^4 (E_m^2 + 1)^2 = E_m^2 (E_m^2 \hat{v}^4 + \hat{v}^4 + 1) = E_m^4 \hat{v}^4 + E_m^2 \hat{v}^4 + E_m^2$$

$$\hat{v}^4 (E_m^4 + 2E_m^2 + 1 - E_m^4 - E_m^2) = E_m^2$$

$$\hat{v}^4 = \frac{E_m^2}{E_m^2 + 1}$$

$$\hat{v}_{d \min} = \sqrt[4]{\frac{E_m^2}{E_m^2 + 1}}$$

Substituyendo en (*): $\sin \gamma_{d \min} = -E_m \frac{E_m^2}{E_m^2 + 1} + \sqrt{\frac{(E_m^2 + 1)E_m^2}{E_m^2 + 1}}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

2) De (2) tenemos : $\hat{V}_a = \hat{V} \cos \gamma$
 Como $\hat{V}_d|_{\min} = -\hat{V}_a|_{\min}$
 $\gamma_d = -\gamma$ } \rightarrow $\hat{V}_d = \hat{V} \cos \gamma_d$
 ↓ del apartado anterior.

$$\hat{V}_d = \hat{V} \left(-E_m \hat{V}^2 + \sqrt{E_m^2 \hat{V}^4 + \hat{V}^4 + 1} \right) = \hat{V} \sqrt{E_m^2 \hat{V}^4 + \hat{V}^4 + 1} - E_m \hat{V}^3$$

$$\hat{V}_{d\min} \rightarrow \frac{\partial \hat{V}_d}{\partial \hat{V}} = 0 ; \sqrt{E_m^2 \hat{V}^4 + \hat{V}^4 + 1} + \frac{\hat{V} (4\hat{V}^3 E_m^2 + 4\hat{V}^3)}{2\sqrt{E_m^2 \hat{V}^4 + \hat{V}^4 + 1}} - 3E_m \hat{V}^2 = 0$$

$$2(E_m^2 \hat{V}^4 + \hat{V}^4 + 1) + 4(\hat{V}^4 E_m^2 + \hat{V}^4) = 6E_m \hat{V}^2 \sqrt{(E_m^2 + 1) \hat{V}^4 + 1}$$

$$(E_m^2 \hat{V}^4 + \hat{V}^4 + 1 + 2E_m^2 \hat{V}^4 + 2\hat{V}^4) = 3E_m \hat{V}^2 \sqrt{(E_m^2 + 1) \hat{V}^4 + 1}$$

$$(3E_m^2 \hat{V}^4 + 3\hat{V}^4 + 1)^2 = 9E_m^2 \hat{V}^4 ((E_m^2 + 1) \hat{V}^4 + 1)$$

$$9(E_m^2 + 1)^2 \hat{V}^8 + 6(E_m^2 + 1) \hat{V}^4 + 1 = 9E_m^2 (E_m^2 + 1) \hat{V}^8 + 9E_m^2 \hat{V}^4$$

$$(9E_m^4 + 18E_m^2 + 9 - 9E_m^4 - 9E_m^2) \hat{V}^8 + (6E_m^2 + 6 - 9E_m^2) \hat{V}^4 + 1 = 0$$

$$9\hat{V}^8 (E_m^2 + 1) + 3(2 - E_m^2) \hat{V}^4 + 1 = 0$$

$$\hat{V}^4 = \frac{-3(2 - E_m^2) \pm \sqrt{9(2 - E_m^2)^2 - 4 \cdot 9(E_m^2 + 1)}}{2 \cdot 9(E_m^2 + 1)} =$$

$$= \frac{3(E_m^2 - 2) \pm 3\sqrt{4 - 4E_m^2 + E_m^4 - 4E_m^2 - 4}}{2 \cdot 9(E_m^2 + 1)} =$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$$3) \begin{cases} (1) \frac{\dot{x}}{v_B} - \sqrt{\cos \gamma} = 0 \\ (2) \frac{\dot{h}}{v_B} - \sqrt{\sin \gamma} = 0 \end{cases} \left\{ \begin{array}{l} \text{Dividiendo las ecuaciones} \\ \frac{dx}{dh} = \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma} = \frac{1}{\tan \gamma} \rightarrow dx = \frac{1}{\tan \gamma} dh \quad (A) \end{array} \right.$$

De las ecuaciones dinámicas

$$\begin{cases} -D - W \sin \gamma = 0 \\ L - W \cos \gamma = 0 \end{cases} \rightarrow \frac{L}{D} = -\frac{\cos \gamma}{\sin \gamma} = -\frac{1}{\tan \gamma} \rightarrow \text{Eficiencia adimensional } E = -\frac{1}{\tan \gamma} \quad (B)$$

Si queremos X_{max} deberemos tener E_m por tanto de (A) y (B)

$$dx = -E_m dh \rightarrow \int_0^{X_{max}} dx = -E_m \int_{h_0}^0 dh = E_m h_0$$

(llegada del péndulo al suelo / $h=0$)

$$\boxed{X_{max} = E_m h_0}$$

Donde $E_m = \frac{1}{2\sqrt{K G_0}}$

$$4) \text{ Si } E_m \rightarrow \infty \left\{ \begin{array}{l} \hat{v}_{\gamma_{dmin}} \rightarrow 1 \\ \sin \gamma_{dmin} = \frac{1}{E_m} \sim \gamma_{dmin} \quad (\gamma_{dmin} \ll 1) \\ \hat{v}_{\gamma_{amin}} \rightarrow \sqrt[4]{\frac{2}{6}} = \frac{1}{\sqrt[4]{3}} \end{array} \right.$$

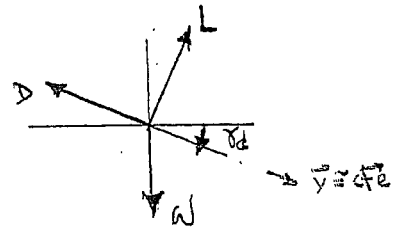
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

PROBLEMA 10

Si vientos
 φ es pequeño



1. Es. generador con $\delta = -\varphi$

Corrientes $\begin{cases} i = \sqrt{2} \cos \varphi \\ i' = -\sqrt{2} \sin \varphi \end{cases}$

Tensiones $\begin{cases} -D + \omega \sin \varphi = 0 \\ -L + \omega \cos \varphi = 0 \end{cases} \Rightarrow$

Adm.

$$\frac{P_{Em}}{\omega} = \frac{D}{L \omega} = \frac{1}{E} = \frac{\sqrt{2}}{\omega E_{Em}}$$

Si $\varphi < 0 \Rightarrow \varphi = \frac{\sqrt{2}}{E_{Em}}$ (solución lo mismo de (*)

$\varphi_{min} \Rightarrow E_{max}$; $\sqrt{\varphi_{min}} = ?$

$n = \frac{L}{\omega} = \cos \varphi$

$\hat{D} = \frac{P_{Em}}{\omega} = \frac{1}{2} \left(\hat{V}^2 + \frac{n^2}{\hat{V}^2} \right)$

$\Rightarrow -\frac{1}{2} \left(\hat{V}^2 + \frac{1 - \sin^2 \varphi}{\hat{V}^2} \right) + E_{Em} \sin \varphi = 0$

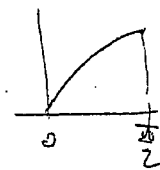
(*) $-\hat{V} + E_{Em} \sin \varphi = 0$

$\sin^2 \varphi + 2 E_{Em} \sin \varphi \cdot \hat{V}^2 - (1 + \hat{V}^4) = 0 \Rightarrow$

si no hay viento \Rightarrow si $\varphi < 0 \Rightarrow$ ascendente

$\Rightarrow \sin \varphi = -E_{Em} \hat{V}^2 \pm \sqrt{E_{Em}^2 \hat{V}^4 + 1 + \hat{V}^4} = \sqrt{1 + \hat{V}^4 (1 + E_{Em}^2)} - E_{Em} \hat{V}^2$

$\varphi \in [0, \frac{\pi}{2}] \Rightarrow$ $\sin \varphi$ monótona creciente



$(\varphi)_{min} \Leftrightarrow (\sin \varphi)_{min}$

$\frac{d \sin \varphi}{d \hat{V}} = 0 \Rightarrow \frac{4 \hat{V} \sqrt{1 + E_{Em}^2}}{2 \sqrt{1 + \hat{V}^4 (1 + E_{Em}^2)}} - 2 E_{Em} \hat{V} = 0 \Rightarrow$

$\hat{V}_{min} = \left(\frac{E_{Em}^2}{1 + E_{Em}^2} \right)^{1/4}$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$2 \quad \hat{V}_{\text{min}} = f(E_m)$$

$$\hat{V}_d = -\hat{h} = \hat{V} \cos \alpha_d = \sqrt{1 + \hat{V}^4 (1 + E_m^2)} - E_m \hat{V}^2$$

$$\frac{d\hat{V}_d}{d\hat{V}} = 0 \Rightarrow \dots \Rightarrow \hat{V}_{\text{min}}^4 = \frac{E_m^2 - 2 \pm E_m \sqrt{E_m^2 - 8}}{6(1 + E_m^2)}$$

$$E_m \rightarrow \infty \Rightarrow \hat{V}_{\text{min}}^4 \approx \frac{E_m^2 \pm E_m E_m (1 - \frac{8}{E_m^2})^{1/2}}{6E_m^2} \approx \frac{E_m^2 \pm E_m^2 (1 - \frac{4}{E_m^2})}{6E_m^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \oplus \rightarrow \frac{1}{3} \\ \ominus \rightarrow \frac{2}{3E_m^2} \end{array} \right\}$$

No tiene sentido

$$3 \quad \frac{\dot{x}}{h} = -\cot \alpha_d = \frac{dx}{dh} \Rightarrow dx = -\cot \alpha_d \cdot dh = -E dh \quad E = \frac{L}{D} = \frac{V \cos \alpha_d}{V \sin \alpha_d} = \cot \alpha_d$$

$$\boxed{x_{\text{max}} \Leftrightarrow \alpha_{\text{min}}} \quad \text{sea } \alpha_{\text{min}} = \frac{1}{\sqrt{1 + E_m^2}} \Rightarrow \cot \alpha_{\text{min}} = \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{1 + E_m^2}}}{\frac{1}{\sqrt{1 + E_m^2}}} = E_m$$

$$x_{\text{max}} = - \int_{h_0}^0 \frac{\sqrt{1 - \frac{1}{1 + E_m^2}}}{\frac{1}{\sqrt{1 + E_m^2}}} dh = \int_0^{h_0} E_m dh = E_m h_0$$

Ley \Rightarrow Ec. de Momentos.

Cartagena99

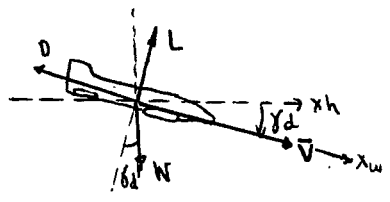
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

PROBLEMA 10 CASE

PLANEADOR
 CONDICIONES CARACTERÍST. GEOMÉTRICAS, AEROD., MASA
 ATMÓSFER. EN CALMA $V_{\infty} = 0$
 γ_d no es pequeño:

1 VELOCIDAD ADIMENSIONAL PARA ANG. de DESCENSO MÍNIMO $\hat{V}_{d\min}$ y ANG. de DESC. MÍNIMO $\gamma_{d\min}$ (Emax) -----



$$\begin{cases} -D + W \text{ sen } \gamma_d = 0 \quad (1) \\ -L + W \text{ cos } \gamma_d = 0 \quad (2) \end{cases} \xrightarrow{\text{despejando con estacionario}} \begin{cases} \tan \gamma_d = \frac{-D}{L} = \frac{1}{E} \\ n = \frac{L}{W} = \text{cos } \gamma_d \end{cases} \quad (2)$$

ecu cinemáticas $\begin{cases} \dot{x}_e = V \text{ cos } \gamma_d \quad (3) \\ \dot{h} = -V \text{ sen } \gamma_d \quad (4) \end{cases}$

Adimensionalito (1) con $T_B = \frac{W}{Em} = \frac{D}{Em}$

$$-\frac{D}{T_B} + \frac{W}{T_B} \text{ sen } \gamma_d = 0 \rightarrow -\hat{D} + Em \text{ sen } \gamma_d = 0 \quad (1)$$

Adimensionalizo (3) y (4) con $V_B = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{C_{D0}}}$ $\begin{cases} \hat{x}_e = \hat{V} \text{ cos } \gamma \quad (3) \\ \hat{h} = -\hat{V} \text{ sen } \gamma \quad (4) \end{cases} \left(\hat{V} = \frac{V}{V_B} \right)$

$$D = \underbrace{\frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D0}}_{\text{parasita}} + \underbrace{\frac{KL^2}{\frac{1}{2} \rho V^2 S}}_{\text{inducida}} \xrightarrow{\text{Adim}} D = \frac{1}{2} \rho V_B^2 S C_{D0} \hat{V}^2 + \frac{n^2 W^2 K}{\frac{1}{2} \rho V_B^2 S \hat{V}^2} \Rightarrow \hat{D} = \frac{DEm}{W} = \frac{1}{2} \left[\hat{V}^2 + \frac{n^2}{\hat{V}^2} \right]$$

$$n = \frac{\hat{V}^2 C_L}{C_{D0}}$$

En (1): $\text{sen } \gamma_d = \frac{\hat{D}}{Em} = \frac{1}{Em} \cdot \frac{1}{2} \left(\hat{V}^2 + \frac{n^2}{\hat{V}^2} \right) = \frac{1}{2Em} \left[\hat{V}^2 + \frac{\text{cos}^2 \gamma_d}{\hat{V}^2} \right]$

$$\text{sen } \gamma_d = \frac{1}{2Em} \left[\hat{V}^2 + \frac{1 - \text{sen}^2 \gamma_d}{\hat{V}^2} \right]; \quad 1 - \text{sen}^2 \gamma_d + \hat{V}^4 - 2Em \hat{V}^2 \text{ sen } \gamma_d = 0$$

$$\text{sen}^2 \gamma_d + 2Em \hat{V}^2 \text{ sen } \gamma_d - (1 + \hat{V}^4) = 0 \quad \text{sen } \gamma_d = \frac{-Em \hat{V}^2 + \sqrt{Em^2 \hat{V}^4 + \hat{V}^4 + 1}}{2Em \hat{V}^2}$$

* $\hat{V}_{d\min} \rightarrow \frac{\partial (\text{sen } \gamma_d)}{\partial \hat{V}} = 0 \dots \begin{cases} \hat{V}_{d\min} = \frac{Em^2}{1+Em^2} = \frac{1}{Em} \\ \text{sen } \gamma_{d\min} = \frac{1}{\sqrt{1+Em^2}} = \frac{1}{Em} \end{cases} \quad (Em \gg 1)$

2 $\hat{V}_{d\min}$ PARA VEL. ADIM. MÍNIMA -----

$$\hat{V}_{descenso} = -\hat{h} = \hat{V} \text{ sen } \gamma_d \rightarrow -Em \hat{V}^2 + \sqrt{Em^2 \hat{V}^4 + \hat{V}^4 + 1} \dots \frac{dV_{desc.}}{d\hat{V}} = 0 \rightarrow$$

$$\hat{V}_{d\min}^4 = \frac{Em^2 - 2Em \sqrt{Em^2 - 8}}{8(1+Em^2)} \xrightarrow{Em \gg 1} \frac{1}{3} \sqrt[4]{6} = 0.76$$

$$\hat{V}_{d\min} = 2 / 3^{3/4} Em$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow is cast beneath the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

C-166

PROBLEMA 16 (27.11.90)

Se considera la entrada en la atmósfera de un planeador a una altura h_i , con un ángulo de asiento de velocidad γ_i ($\gamma_i < 0$ y no necesariamente pequeño) y con una velocidad V_i .

Suponiendo además que:

- Se conocen todas las características geométricas, aerodinámicas y máximas necesarias para la resolución del problema (en concreto C_L y C_D son constantes conocidas positivas en el rango de alturas estudiado).
- La tierra puede considerarse plana.
- Las componentes del peso tangenciales y normales a la trayectoria son despreciables en relación con el resto de fuerzas que intervienen en el problema.
- La densidad atmosférica puede expresarse en función de la altura mediante $\rho/\rho_0 = e^{-h/h_0}$, donde ρ_0 y h_0 son constantes conocidas.

Se pide:

1º) Plantear el sistema de ecuaciones que permiten determinar el movimiento del centro de gravedad en un plano vertical y determinar el número de grados de libertad matemáticos del sistema.

2º) Determinar las funciones $x=x(\gamma)$, $h=h(\gamma)$, $V=V(\gamma)$, utilizando como parámetros, entre otros, la eficiencia aerodinámica, $E=C_L/C_D$, y el coeficiente de sustentación modificado, $\beta = \frac{\rho_0 S C_L}{2m}$ (S representa la superficie alar y m la masa del planeador).

3º) Determinar la condición que deben satisfacer los distintos parámetros del problema para que el planeador remonte el vuelo antes de llegar al suelo.

4º) Representar gráficamente (de forma esquemática) las funciones $\gamma=\gamma(t)$, $V=V(t)$ y $h=h(x)$. Comentar físicamente los resultados obtenidos.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

The logo for Cartagena99 features the word "Cartagena99" in a stylized, blue, serif font. The "99" is significantly larger and more prominent than the rest of the word. The text is set against a light blue, arrow-shaped background that points to the right. Below the logo, there is a horizontal orange gradient bar.

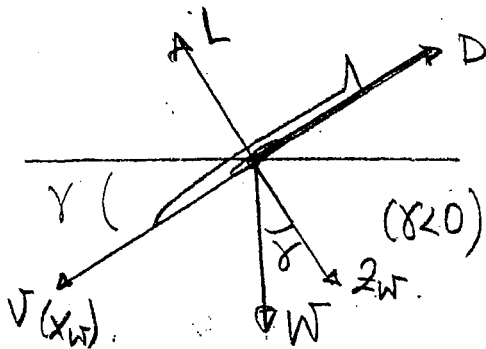
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

PROBLEMA 16 (27-11-1990)

- Reentrada de un planeador a una altura h_i , con V_i y γ_i .
- Tiene que considerarse peso.
- Componentes del peso tangenciales y normales despreciables.
- $\rho/\rho_0 = e^{-h/h_0}$; ρ_0 y h_0 son constantes conocidas.

4)



Ecuaciones Cinemáticas

$$\begin{cases} \dot{x} = V \cos \gamma & (1) \\ \dot{h} = V \sin \gamma & (2) \end{cases}$$

↑ ¡¡¡ojo! Al ser $\gamma < 0$ cambia el signo el sustituir.

Ecuaciones Dinámicas

$$-L + W \cos \gamma = \frac{W}{g} V \dot{\gamma} \quad \rightarrow \quad L = + \frac{W}{g} V \frac{d\gamma}{dt} \quad (3)$$

$$-D - W \sin \gamma = \frac{W}{g} \frac{dV}{dt} \quad \rightarrow \quad D = - \frac{W}{g} \frac{dV}{dt} \quad (4)$$

Enunciado = $\rho/\rho_0 = e^{-h/h_0} \quad (5)$

x, y, z, h, L, D, ρ

Tenemos 5 ecuaciones con 6 incógnitas: $\rho, h, x, V, \gamma, \alpha$.
Por tanto, el sistema tiene un grado de libertad.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$\begin{aligned} \text{De (3)} \quad L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_d = + \frac{W}{g} \frac{dx}{dt} \cdot v \\ \text{De (4)} \quad D = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_d = - \frac{W}{g} \frac{dv}{dt} \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} (3) \\ (4) \end{array} \right. \rightarrow \frac{C_d}{C_u} = \frac{dx \cdot v}{dv}$$

$$\frac{dv}{v} = - \left(\frac{C_d}{C_u} \right) dx = \frac{dx}{E} ; \int_{v_i}^v \frac{dv}{v} = \frac{1}{E} \int_{x_i}^x dx ; \ln \frac{v}{v_i} = \frac{1}{E} (x - x_i)$$

Por tanto:
$$v = v(x) = v_i e^{\frac{1}{E}(x-x_i)}$$

$$\begin{aligned} \text{De (2)} \quad h = v \sin \alpha \rightarrow \frac{dh}{dt} = v \sin \alpha \\ \text{De (3)} \quad \frac{1}{2} \rho v^2 S C_d = + \frac{W}{g} \frac{dx}{dt} \cdot v \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} (2) \\ (3) \end{array} \right. \rightarrow \frac{dh/dt}{\frac{W}{g} \frac{dx}{dt} \cdot v} = \frac{v \sin \alpha}{\frac{1}{2} \rho v^2 S C_d}$$

$$\int_0^h e^{-h/h_0} dh = \frac{2W}{S g C_d} (\sin \alpha) dx ; e^{-h/h_0} dh = \frac{2W}{S g C_d} (\sin \alpha) dx$$

$$\int_{h_i}^h e^{-h/h_0} dh = \frac{1}{h_0} \int_{x_i}^x (\sin \alpha) dx ; -h_0 e^{-h/h_0} \Big|_{h_i}^h = -\frac{1}{h_0} (C_d x) \Big|_{x_i}^x$$

$$1 - e^{-h/h_0} = -h_0 e^{-h/h_0} \left(\frac{1}{C_d} (C_d x - C_d x_i) \right)$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

Por tanto:

$$h = h_i - h_0 \ln \left(1 + \frac{e^{h_i/h_0}}{h_0 L} (\cos \gamma - \cos \gamma_i) \right) \quad \checkmark$$

$$\begin{aligned} \text{De (1)} \quad \dot{x} &= v \cos \gamma & \left\{ \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} = v \cos \gamma \\ \frac{dh}{dt} = v \sin \gamma \end{array} \right. & \left\{ \begin{array}{l} (1) \\ (2) \end{array} \right. \rightarrow \frac{dx}{dh} = \frac{1}{\tan \gamma} \\ \text{De (2)} \quad \dot{h} &= v \sin \gamma \end{aligned}$$

¡¡¡ $\gamma > 0$ \rightarrow

$$dx = \frac{1}{\tan \gamma} dh = \frac{1}{\tan \gamma} \frac{dh}{d\gamma} \cdot d\gamma \quad (*)$$

Sabemos que $\frac{dh}{d\gamma} = -h_0 \cdot \frac{\left(+ \frac{e^{h_i/h_0}}{h_0 L} \cdot (-\sin \gamma) \right)}{1 + \frac{e^{h_i/h_0}}{h_0 L} (\cos \gamma - \cos \gamma_i)} = + \frac{e^{h_i/h_0}}{L} \cdot \frac{\sin \gamma}{1 + \frac{e^{h_i/h_0}}{h_0 L} (\cos \gamma - \cos \gamma_i)}$

Sustituyendo en (*) $dx = + \frac{e^{h_i/h_0}}{L} \cdot \frac{\cos \gamma d\gamma}{1 + \frac{e^{h_i/h_0}}{h_0 L} (\cos \gamma - \cos \gamma_i)}$

Si integramos obtendremos $\rightarrow X = X(\gamma)$

3) Para que el planeador levante el vuelo se tiene que cumplir
ano on $h > 0 \cdot X = 0$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$$e^{hi/ho} \geq \left(1 + \frac{e^{hi/ho}}{h\omega d_L} (1 - \cos \delta_i)\right)$$

$$e^{hi/ho} + 1 + \frac{e^{hi/ho}}{h\omega d_L} (1 - \cos \delta_i) \geq 0$$

$$\boxed{e^{hi/ho} \left(1 + \frac{(1 - \cos \delta_i)}{d_L}\right) \leq 1}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

PROBLEMA 11 (20.11.90)

Se considera la reentrada en la atmósfera, a una altura h_i y con un ángulo de inclinación de trayectoria θ_i , de un misil balístico no sustentador con empuje nulo y velocidad inicial V_i .

Se supone además que:

- El coeficiente de resistencia aerodinámica del misil y la aceleración de la gravedad se pueden considerar constantes a lo largo de la trayectoria.
- La densidad atmosférica puede expresarse, con buena aproximación, en función de la altura mediante la ley $\sigma = \rho/\rho_0 = e^{-h/\lambda}$, siendo ρ_0 y λ constantes conocidas.
- $\epsilon = \frac{g h_i}{V_i^2} \ll 1$ y $\frac{W \sin \delta}{D} = O(\epsilon)$

Se pide:

- Plantear las ecuaciones del movimiento del centro de gravedad del misil en un plano vertical, tomando h como variable independiente.
- Adimensionalizar las ecuaciones anteriores introduciendo las variables:

$$v = \frac{V}{V_i}, \quad \xi = \frac{h}{h_i}, \quad \delta = \frac{x}{h_i}$$

- Suponiendo que ξ, v, δ se pueden expresar de la forma:

$$\xi(\xi) = \xi_0(\xi) + \epsilon \xi_1(\xi) + O(\epsilon^2)$$

$$v(\xi) = v_0(\xi) + \epsilon v_1(\xi) + O(\epsilon^2)$$

$$\delta(\xi) = \delta_0(\xi) + \epsilon \delta_1(\xi) + O(\epsilon^2)$$

determinar $\delta_0(\xi), \delta_1(\xi), v_0(\xi), \xi_0(\xi)$.

NOTA

Se suponen conocidos los datos geométricos, aerodinámicos y mágnicos del misil necesarios para la resolución del problema.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

PROBLEMA 11 (20-11-1990)

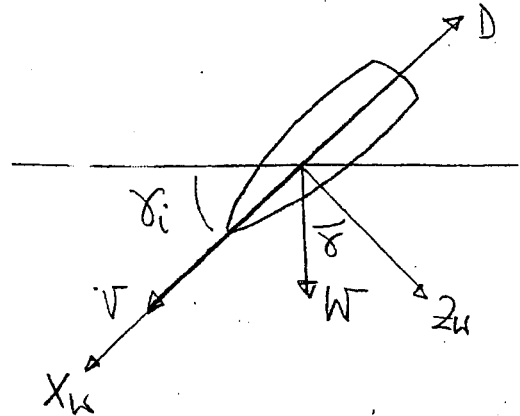
No sustentador: $L=0$

Empuje nulo: $T=0$

ρ y g son constantes

$$\sigma = \frac{\rho}{\rho_0} = e^{-h/\lambda}; \quad \rho_0, \lambda \text{ constantes}$$

$$\epsilon = \frac{gh_i}{V_i^2} \ll 1; \quad \frac{W \sin \delta}{D} = o(\epsilon)$$



1) Ecuaciones cinemáticas: $\dot{x} = V \cos \delta$ (1) $(\delta < 0)$
 $\dot{h} = V \sin \delta$ (2)

Ecuaciones dinámicas: $\vec{T}_W) - D - W \sin \delta = \frac{W}{g} \frac{dV}{dt}$ (3)

$\vec{T}_K) - W \cos \delta = \frac{W}{g} \frac{V^2}{R} = \frac{W}{g} V \frac{d\delta}{dt} = \frac{W}{g} V \dot{\delta}$ (4)

$\frac{(1)}{(2)} \rightarrow \frac{dx}{dh} = \frac{1}{\tan \delta} \rightarrow dx = \frac{1}{\tan \delta} dh$ (A)

Sabemos que $D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D = \frac{1}{2} \rho_0 e^{-h/\lambda} S V^2 C_D$

Sustituyendo en (3) $\rightarrow -\frac{1}{2} \rho_0 e^{-h/\lambda} V^2 S C_D - W \sin \delta = \frac{W}{g} \frac{dV}{dh} \left(\frac{dh}{dt} \right)$ (B)

De (4) $\rightarrow -W \cos \delta = \frac{W}{g} V \frac{d\delta}{dh} \left(\frac{dh}{dt} \right)$ (C)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

2) Adimensionalización : $v = \frac{V}{V_i}$; $\zeta = \frac{h}{h_i}$; $j = \frac{x}{h_i}$

(A) $dx = \frac{dh}{\tan \alpha} \rightarrow h \frac{dj}{j} = \frac{h_i dj}{\tan \alpha}$; $dj = \frac{d\zeta}{\tan \alpha}$ (A*)

(B) $-\frac{1}{2} \rho e^{-h/\lambda} v^2 S_G - W \sin \alpha = \frac{W \sin \alpha}{g} v \frac{dv}{dh} \rightarrow$
 $\rightarrow -\frac{1}{2} \rho e^{-h_i \zeta / \lambda} v_i^2 v^2 S_G - W \sin \alpha = \frac{W \sin \alpha}{g} v_i^2 v \frac{dv}{d\zeta} \cdot \frac{1}{h_i}$

Del enunciado sabemos que $\frac{gh_i}{V_i^2} = \epsilon$ y si llamamos a $\frac{1}{2} \rho v_i^2 S_G = D^*$

$-D^* e^{-h_i \zeta / \lambda} v^2 - W \sin \alpha = \frac{1}{\epsilon} W \sin \alpha v \frac{dv}{d\zeta}$

$\frac{-D^*}{W \sin \alpha} e^{-h_i \zeta / \lambda} v - \frac{\epsilon}{v} = \frac{dv}{d\zeta} \rightarrow \frac{dv}{d\zeta} = -\frac{\epsilon}{v} \left(1 + \frac{D^*}{W \sin \alpha} v^2 e^{-h_i \zeta / \lambda} \right)$ (B*)

(C) $-\cos \alpha = \frac{v^2}{g} \sin \alpha \frac{d\alpha}{dh} \rightarrow -\cos \alpha = \frac{v_i^2 v^2}{g} \sin \alpha \frac{d\alpha}{d\zeta} \cdot \frac{1}{h_i}$

Como $\epsilon = \frac{gh_i}{V_i^2} \rightarrow -\frac{1}{\tan \alpha} \epsilon = v^2 \frac{d\alpha}{d\zeta} \rightarrow \frac{d\alpha}{d\zeta} = \frac{-\epsilon}{v^2 \tan \alpha}$ (C*)

(D) $dt = \frac{dh}{v \sin \alpha} \rightarrow dt = \frac{h_i d\zeta}{v_i v \sin \alpha}$; $d\left(\frac{t}{h_i/V_i}\right) = \frac{d\zeta}{\sin \alpha v}$

τ (Tiempo adimensional)

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$3) \text{ de (A*) } \frac{d\gamma}{d\beta} = \frac{d(\gamma_0 + \epsilon \gamma_1 + o(\epsilon^2))}{d\beta} = \frac{d\gamma_0}{d\beta} + \epsilon \frac{d\gamma_1}{d\beta} = \frac{1}{\text{Tg}\gamma}$$

$$\bullet \text{Tg}\gamma = \text{Tg}(\gamma_0 + \epsilon \gamma_1 + o(\epsilon^2)) = (\gamma_0 + \epsilon \gamma_1) + \frac{1}{3}(\gamma_0 + \epsilon \gamma_1)^3 = (\gamma_0 + \frac{1}{3}\gamma_0 + \dots) + o(\epsilon) = \\ = \text{Tg}\gamma_0 + o(\epsilon) = \text{Tg}\gamma_0 (1 + o(\epsilon)^*)$$

$$\bullet \frac{1}{\text{Tg}\gamma} = \frac{1}{\text{Tg}\gamma_0} \cdot \frac{1}{(1 + o(\epsilon)^*)} = \frac{1}{\text{Tg}\gamma_0} (1 - o(\epsilon)^*)$$

Sustituyendo: $\frac{d\gamma_0}{d\beta} + \epsilon \frac{d\gamma_1}{d\beta} = \frac{1}{\text{Tg}\gamma_0} (1 - o(\epsilon)^*)$

$$\hookrightarrow \frac{d\gamma_0}{d\beta} = \frac{1}{\text{Tg}\gamma_0} \quad (*)$$

$$\text{de (C*) } \frac{d\gamma}{d\beta} = \frac{-\epsilon}{v^2 \text{Tg}\gamma}, \quad \frac{d(\gamma_0 + \epsilon \gamma_1 + o(\epsilon^2))}{d\beta} = - \frac{\epsilon}{(v_0 + \epsilon v_1 + o(\epsilon^2))^2 \text{Tg}\gamma}$$

$$\frac{d\gamma_0}{d\beta} + \epsilon \frac{d\gamma_1}{d\beta} = - \frac{\epsilon}{\text{Tg}\gamma_0 v_0^2} \quad (*)$$

$$\bullet (v_0 + \epsilon v_1 + o(\epsilon^2))^2 \text{Tg}\gamma = (v_0^2 + o(\epsilon^2)) \text{Tg}\gamma_0 (1 + o(\epsilon)^*) = \text{Tg}\gamma_0 v_0^2 (1 + o(\epsilon^2))$$

$$\bullet \frac{\epsilon}{(v_0 + \epsilon v_1 + o(\epsilon^2))^2 \text{Tg}\gamma} = \frac{1}{\text{Tg}\gamma_0 v_0^2} \epsilon (1 - o(\epsilon^2)) = \frac{\epsilon}{\text{Tg}\gamma_0 v_0^2} + o(\epsilon^3)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Si ahora sustituimos $\gamma_0 = c\epsilon$ en (F) tenemos:

$$\frac{d\gamma_0}{d\epsilon} = \frac{1}{\tan \gamma_0} \rightarrow \boxed{\gamma_0 = \frac{1}{\tan \gamma_0} (\epsilon - 1)} \quad \text{En } \epsilon=0 \begin{cases} \gamma_0 = 0 \\ \epsilon = 1 \end{cases}$$

De (D*) $\frac{dc}{d\epsilon} = \frac{1}{v \tan \gamma}$ (Suponemos $\gamma = \gamma_0 + \epsilon \gamma_1 + o(\epsilon^2)$)

$$\begin{aligned} \bullet \tan \gamma &= \tan(\gamma_0 + \epsilon \gamma_1 + o(\epsilon^2)) = (\gamma_0 + \epsilon \gamma_1) - \frac{1}{3!} (\gamma_0 + \epsilon \gamma_1)^3 + \dots \\ &= (\gamma_0 - \frac{1}{3} \gamma_0^3 + \dots) + \epsilon \gamma_1 = \tan \gamma_0 + o(\epsilon) \end{aligned}$$

$$\bullet v \tan \gamma = (v_0 + \epsilon v_1 + o(\epsilon^2)) (\tan \gamma_0 + o(\epsilon)) = \tan \gamma_0 v_0 + o(\epsilon)$$

$$\bullet \frac{1}{v \tan \gamma} = \frac{1}{v_0 \tan \gamma_0 (1 + o(\epsilon))^*} = \frac{1}{v_0 \tan \gamma_0} (1 - o(\epsilon^*))$$

Sustituyendo $\frac{dc_0}{d\epsilon} = \frac{1}{v_0 \tan \gamma_0} \rightarrow \boxed{c_0 = \frac{1}{v_0 \tan \gamma_0} (\epsilon - 1)}$ En $\epsilon=0; \gamma=1$

De (B*) $\frac{dv}{d\epsilon} = \frac{-\epsilon}{v} \left(1 + \underbrace{\frac{D^*}{v \tan \gamma}}_{\sim 1/o(\epsilon)} v^2 e^{-hiSA} \right)$

$$\frac{d(v_0 + \epsilon v_1 + o(\epsilon^2))}{d\epsilon} = -\frac{\epsilon}{(v_0 + \epsilon v_1 + o(\epsilon^2))} \left(1 + \frac{1}{o(\epsilon)} \right) = -\frac{\epsilon}{v_0} \left(1 - \epsilon \frac{v_1}{v_0} \right) \left(1 + \frac{1}{o(\epsilon)} \right) =$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$\frac{dv_0}{dj} + e \frac{dv_1}{dj} = - \underbrace{\frac{\epsilon}{v_0 \cdot 0(\epsilon)}}_{\sim 0(\epsilon)} - \underbrace{\frac{\epsilon}{v_0} \left(1 - \frac{\epsilon}{0(\epsilon)} \cdot \frac{v_1}{v_0}\right)}_{\sim 0(\epsilon)}$$

$$\frac{dv_0}{dj} = - \frac{\epsilon}{v_0 \cdot 0(\epsilon)} = - \frac{\epsilon}{v_0} \cdot \frac{D^*}{W \epsilon n \gamma_0} v^2 e^{-hij/\lambda} = - \frac{\epsilon D^* v^2 e^{-hij/\lambda}}{v_0 W \epsilon n \gamma_0}$$

$$\frac{dv_0}{dj} = - \frac{\epsilon D^*}{W \epsilon n \gamma_0} v_0 e^{-hij/\lambda}, \quad \frac{dv_0}{v_0} = - \frac{\epsilon D^*}{W \epsilon n \gamma_0} e^{-hij/\lambda} dj;$$

$$\ln \frac{v_0}{1} = + \left. \frac{\epsilon D^*}{W \epsilon n \gamma_0} \cdot \frac{\lambda}{hi} e^{-hij/\lambda} \right|_1^j \rightarrow \boxed{v_0 = \exp \left(\frac{\epsilon D^*}{W \epsilon n \gamma_0} \cdot \frac{\lambda}{hi} \left(e^{-\frac{hij}{\lambda}} - e^{-\frac{hi}{\lambda}} \right) \right)}$$

$$\uparrow \text{En } z=0 \left\{ \begin{array}{l} v_0 = 1 \\ j = 1 \end{array} \right. ; v_1 = 0$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background that resembles a stylized arrow or a banner pointing to the right. Below the text, there is a horizontal orange gradient bar.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

H3: 05-12-98

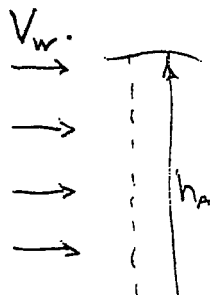
Un planeador efectúa un vuelo simétrico en un plano vertical con las alas a nivel desde la vertical de un punto A hasta la vertical de un punto B , en presencia de un viento horizontal de cola de módulo V_w constante y conocido, y vuelve desde la vertical de B hasta la de A en presencia del mismo viento, pero ahora de cara. Todo el vuelo (ida y vuelta) lo realiza a velocidad aerodinámica V constante y a ángulo de asiento de velocidad aerodinámica constante.

Suponiendo además que:

- 1. Se conocen las características geométricas, aerodinámicas y másicas del planeador necesarias para la resolución del problema (por ejemplo, la polar es parabólica de coeficientes constantes).
 - 2. La altura h_A es lo suficientemente grande como para que el planeador no choque contra el suelo; la distancia d entre los puntos A y B es conocida.
 - 3. La transición efectuada en la vertical de B para dar la vuelta es despreciable.
 - 4. Los módulos de los ángulos de asiento de velocidad aerodinámica y de velocidad respecto a tierra son pequeños; $V > V_w$.
- ρ y g son constantes conocidas dentro del intervalo de alturas considerado.

Se pide:

1. Determinar la velocidad aerodinámica, V , y el coeficiente de sustentación, C_L , que minimizan la altura total que desciende el planeador desde que sale de la vertical de A hasta que regresa a esa misma vertical, así como la altura total descendida mínima. Comparar estos resultados con los que se obtendrían para atmósfera en calma.
2. Repetir el apartado anterior para el caso de viento en sentido contrario (desde A a B de cara y desde B a A de cola). Comentar los resultados obtenidos.

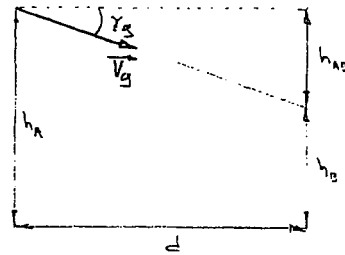
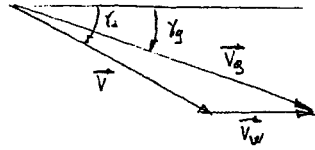
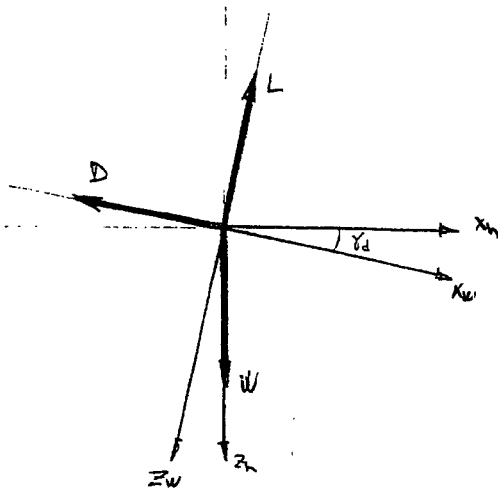


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

1)

Tramo de Ida

$$\left. \begin{aligned} V_g \sin \gamma_g &= V \sin \gamma_d \\ V_g \cos \gamma_g &= V \cos \gamma_d + V_w \end{aligned} \right\} \quad \tan \gamma_g = \frac{V \sin \gamma_d}{V \cos \gamma_d + V_w} \approx \frac{V \gamma_d}{V + V_w}$$

$$\tan \gamma_d = \frac{h_{AB}}{d} \Rightarrow h_{AB} = d \tan \gamma_d = \frac{V \cdot d \cdot \gamma_d}{V + V_w}$$

$$L = W \cos \gamma_d = W$$

$$D = W \sin \gamma_d = W \gamma_d \Rightarrow \gamma_d = \frac{D}{W} = \frac{\frac{1}{2} \rho S V^2 (C_{D0} + K C_L^2)}{W}$$

$$C_L = \frac{W}{\frac{1}{2} \rho S V^2} \Rightarrow \gamma_d = \frac{\rho S V^2}{2W} \left(C_{D0} + K \frac{4W^2}{\rho^2 S^2 V^4} \right)$$

Tramo de Vuelta

$\gamma_d \rightarrow$ Constante en todo el vuelo

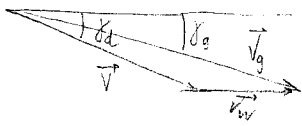
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

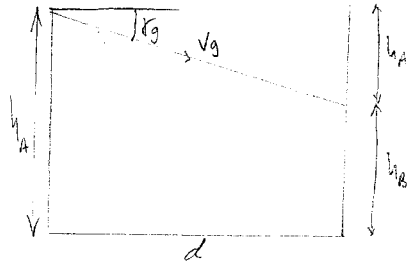
Cartagena99

7

1)



$$\vec{V}_g = \vec{V} + \vec{V}_w$$



$$\text{tg } \delta_g = \frac{h_A'}{d} \Rightarrow \delta_g = \frac{h_A'}{d}$$

$$h_A' = \delta_g \cdot d = \frac{v d \delta d}{v + v_w}$$

$$v_g \cos \delta_g = v \cos \delta d + v_w$$

$$v_g \sin \delta_g = v \sin \delta d$$

$$\text{tg } \delta_g = \frac{v \sin \delta d}{v \cos \delta d + v_w} \Rightarrow \delta_g = \frac{v \delta d}{v + v_w}$$

$$-D + W \delta d - m \vec{v} = 0 ; D = W \delta d$$

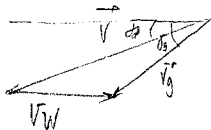
$$-L + W + m \vec{v} = 0 ; L = W$$

$$\dot{x}_e = v$$

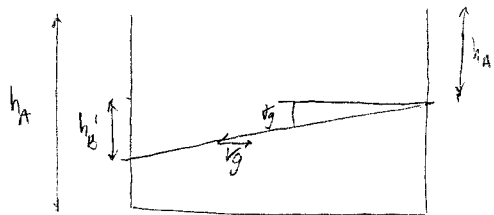
$$\dot{h} = -v \sin \delta d$$

$$L = \frac{1}{2} \rho S v^2 \xi \rightarrow \xi = \frac{2W}{\rho S v^2}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho S v^2 (C_{D0} + k C_{\xi}^2) = \frac{1}{2} \rho S v^2 \left(C_{D0} + \frac{4kW^2}{\rho^2 v^2 v^4} \right) = W \delta d \sim \delta d = \frac{\rho S v^2}{2W} \left[C_{D0} + \frac{4kW^2}{\rho^2 v^4} \right]$$



$$\vec{V}_g = \vec{V} - \vec{V}_w$$



$$\text{tg } \delta_g = \frac{h_B'}{d} \Rightarrow \delta_g = \frac{h_B'}{d}$$

$$h_B' = \delta_g \cdot d = \frac{v d \delta d}{v - v_w}$$

$$v_g \sin \delta_g = v \sin \delta d$$

$$v_g \cos \delta_g = v \cos \delta d - v_w$$

$$\text{tg } \delta_g = \frac{v \sin \delta d}{v \cos \delta d - v_w} \Rightarrow \delta_g = \frac{v \delta d}{v - v_w}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$$v^2 = v_w^2$$

$$\rho^2 v^2$$

$$V = \sqrt{V_W^2 + \sqrt{V_W^4 + \frac{4KW^2}{\rho^2 r^2 C_D}}}$$

$$\Sigma = \frac{2W}{\rho C \left[V_W^2 + \sqrt{V_W^4 + \frac{4KW^2}{\rho^2 r^2 C_D}} \right]}$$

Resolver el problema al revés e, analizar en todos los sentidos.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$\left. \begin{aligned} V_B \sin \delta_B &= V \sin \delta_d \\ V_B \cos \delta_B &= V \cos \delta_d - V_w \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan \delta_B = \frac{V \sin \delta_d}{V \cos \delta_d - V_w} = \frac{V \sin \delta_d}{V - V_w}$$

$$h = h_{AB} + h_{BA} = \frac{V \sin \delta_d}{V + V_w} + \frac{V \sin \delta_d}{V - V_w} = \frac{2V^2 \sin \delta_d}{V^2 - V_w^2}$$

$$h = \frac{2V^2 d}{V^2 - V_w^2} \frac{\rho S V^2}{2W} \left(C_{D0} + K \frac{4W^2}{\rho^2 S^2 V^4} \right) = \frac{\rho S d}{V^2 - V_w^2} \left(C_{D0} V^4 + \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2} \right)$$

$$\frac{dh}{dV} = 0 = \frac{4C_{D0} V^3 (V^2 - V_w^2) - \left(C_{D0} V^4 + \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2} \right) 2V}{(V^2 - V_w^2)^2}$$

$$2C_{D0} V^2 (V^2 - V_w^2) - C_{D0} V^4 - \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2} = 0$$

$$V^4 - 2V_w^2 V^2 - \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2 C_{D0}} = 0 \Rightarrow V^2 = \frac{2V_w^2 \pm \sqrt{4V_w^4 + \frac{16KW^2}{\rho^2 S^2 C_{D0}}}}{2}$$

$$V_{opt} = \sqrt{V_w^2 + \sqrt{V_w^4 + \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2 C_{D0}}}}$$

$$C_{Lopt} = \frac{2W}{\rho S V_{opt}^2}$$

$$C_{Lopt} = \frac{2W}{\rho S} \frac{1}{V_w^2 + \sqrt{V_w^4 + \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2 C_{D0}}}}$$

2)
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

La igualdad en resultados se debe a que en la hipótesis 5, se considera ρ constante con la altura. Si no se considerara constante, la resistencia aerodinámica aumenta con ρ , es decir, al disminuir la altura. Por lo tanto, al tener el viento de cara a la vuelta se consigue que la variación de altura sea menor.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a background of a light blue triangle pointing downwards and an orange triangle pointing upwards, both overlapping the text.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



H3: 05-12-98 (1000)

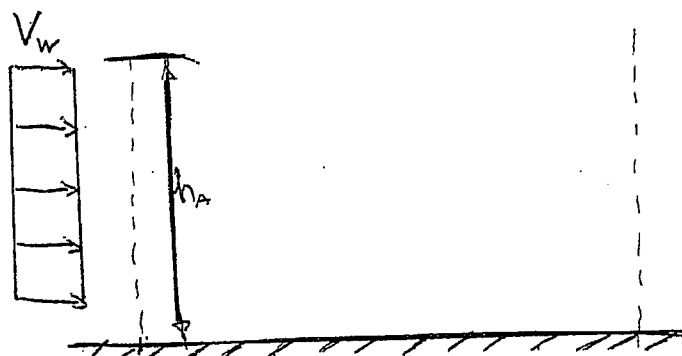
Un planeador efectúa un vuelo simétrico en un plano vertical con las alas a nivel desde la vertical de un punto A hasta la vertical de un punto B , en presencia de un viento horizontal de cola de módulo V_w constante y conocido, y vuelve desde la vertical de B hasta la de A en presencia del mismo viento, pero ahora de cara. Todo el vuelo (ida y vuelta) lo realiza a velocidad aerodinámica V constante y a ángulo de asiento de velocidad aerodinámica constante.

Suponiendo además que:

- Se conocen las características geométricas, aerodinámicas y másicas del planeador necesarias para la resolución del problema (por ejemplo, la polar es parabólica de coeficientes constantes).
- La altura h_A es lo suficientemente grande como para que el planeador no choque contra el suelo; la distancia d entre los puntos A y B es conocida.
- La transición efectuada en la vertical de B para dar la vuelta es despreciable.
- Los módulos de los ángulos de asiento de velocidad aerodinámica y de velocidad respecto a tierra son pequeños; $V > V_w$.
- ρ y g son constantes conocidas dentro del intervalo de alturas considerado.

Se pide:

1. Determinar la velocidad aerodinámica, V , y el coeficiente de sustentación, C_L , que minimizan la altura total que desciende el planeador desde que sale de la vertical de A hasta que regresa a esa misma vertical, así como la altura total descendida mínima. Comparar estos resultados con los que se obtendrían para atmósfera en calma.
2. Repetir el apartado anterior para el caso de viento en sentido contrario (desde A a B de cara y desde B a A de cola). Comentar los resultados obtenidos.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

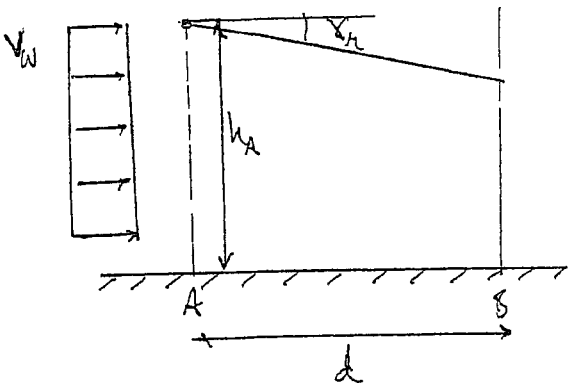
Cartagena99

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow is cast beneath the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

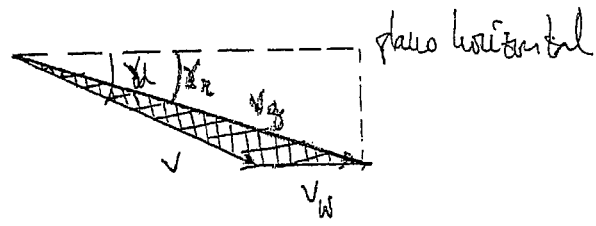
**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

H3 (5-12-48)



= Flanador \Rightarrow suelo \Rightarrow suelo \Rightarrow suelo en plano vertical con los 2 uenl
 = $V_W \alpha = \text{ctes}$ en todo el suelo

4



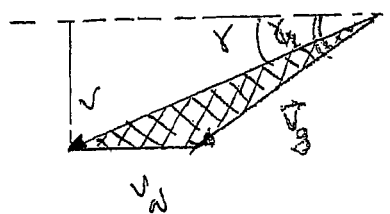
α con viento

$$\vec{J}_3 = \vec{J} + \vec{J}_W$$

$$\tan \alpha = \frac{v \sin \alpha d}{v \cos \alpha + v_W} \approx \frac{v \alpha d}{v + v_W} \Rightarrow \alpha_{AB} \approx \frac{v \alpha d}{v + v_W}$$

$$h_{AB} = d \tan \alpha = d \cdot \alpha = \frac{d v \alpha d}{v + v_W}$$

$$\alpha_{AB} \approx \frac{v \alpha d}{v + v_W}$$



en sentido contrario (B \rightarrow A):

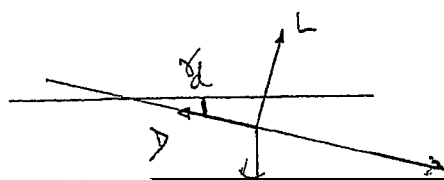
$$\tan \alpha = \frac{v \sin \alpha d}{v \cos \alpha - v_W} \approx \frac{v \alpha d}{v - v_W} \approx \alpha_{BA}$$

$$h_{BA} = \frac{d v \alpha d}{v - v_W}$$

$$h_{ABA} = h_{AB} + h_{BA} = \frac{2 v^2 \alpha d}{v^2 - v_W^2}$$

Ejes del Movimiento:

$$\begin{cases} -L + \omega \sin \alpha = 0 \Rightarrow \omega = \frac{2 \omega}{\rho v \alpha d} \\ -D + \omega \cos \alpha = 0 \Rightarrow \alpha = \frac{D}{\omega} \Rightarrow \end{cases}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$$\frac{dh_{ABA}}{dV} = 0 \Rightarrow \boxed{v_{opt} = \sqrt{v_w^2 + \sqrt{v_w^4 + \frac{k}{\rho_0} \left(\frac{2\omega}{\rho g}\right)^2}}$$

$$\boxed{Q_{opt} = \frac{2\omega}{\rho v_{opt}^2 g}}$$

2) h_{ABA} la misma que antes xq la variación de altura es pequeña (p.ej. cm). No sabe si si la variación de altura fuese muy grande

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

H3: 05-12-98

Un planeador efectúa un vuelo simétrico en un plano vertical con las alas a nivel desde la vertical de un punto A hasta la vertical de un punto B , en presencia de un viento horizontal de cola de módulo V_w constante y conocido, y vuelve desde la vertical de B hasta la de A en presencia del mismo viento, pero ahora de cara. Todo el vuelo (ida y vuelta) lo realiza a velocidad aerodinámica V constante y a ángulo de asiento de velocidad aerodinámica constante.

Suponiendo además que:

- Se conocen las características geométricas, aerodinámicas y másicas del planeador necesarias para la resolución del problema (por ejemplo, la polar es parabólica de coeficientes constantes).
- La altura h_A es lo suficientemente grande como para que el planeador no choque contra el suelo; la distancia d entre los puntos A y B es conocida.
- La transición efectuada en la vertical de B para dar la vuelta es despreciable.
- Los módulos de los ángulos de asiento de velocidad aerodinámica y de velocidad respecto a tierra son pequeños; $V > V_w$.
- ρ y g son constantes conocidas dentro del intervalo de alturas considerado.

Se pide:

1. Determinar la velocidad aerodinámica, V , y el coeficiente de sustentación, C_L , que minimizan la altura total que desciende el planeador desde que sale de la vertical de A hasta que regresa a esa misma vertical, así como la altura total descendida mínima. Comparar estos resultados con los que se obtendrían para atmósfera en calma.
2. Repetir el apartado anterior para el caso de viento en sentido contrario (desde A a B de cara y desde B a A de cola). Comentar los resultados obtenidos.

$$\Delta h = \frac{2d}{1 - \left(\frac{V_w}{V}\right)^2} \left(\frac{c_v v^2 c_{D0}}{2w} + \frac{2Lc_w}{\rho V^2 S} \right) = \Delta h(V)$$

$\sigma(Ah)$

$V^* \rightarrow (Ah)^*$

viento de cola

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

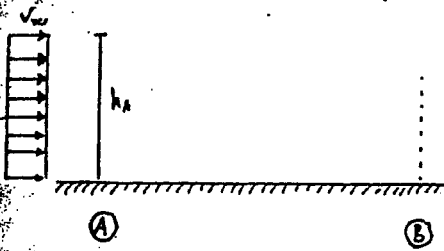
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow is cast below the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

PROBLEMA n.º H3: 05-12-98



Tiempo a la ida como a la vuelta : $t = ct_1$ y $t_2 = -t_1 = -ct_1$
 $v > v_w$

1) Determinar la velocidad aerodinámica, v , y el ángulo de sustentación, α , que minimizan la altura total que descende el planeador desde que sale de la vertical de A hasta que regresa a esa misma vertical, así como la altura total descendida mínima. Comparar estos resultados con los que se obtendrían para atmósfera en calma.

TRAMO A-B :

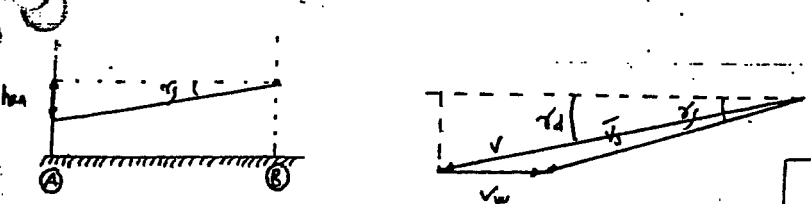


$\vec{v}_g = \vec{v} + \vec{v}_w$

$$L_1 \gamma_g^{AB} = \frac{v \cdot \sin \alpha d}{v \cdot \cos \alpha d + v_w} = \frac{v \cdot \gamma d}{v + v_w}$$

$$h_{AB} = d \cdot L_1 \gamma_g^{AB} = d \cdot \gamma_g^{AB} = \frac{d \cdot v \cdot \gamma d}{v + v_w}$$

TRAMO B-A :



$\vec{v}_g = \vec{v} + \vec{v}_w$

$$L_2 \gamma_g^{BA} = \frac{v \cdot \sin \alpha d}{v \cdot \cos \alpha d - v_w} = \frac{v \cdot \gamma d}{v - v_w}$$

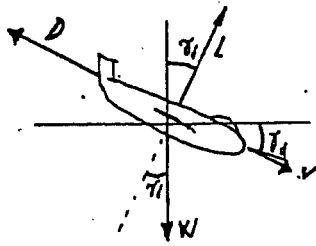
$$h_{BA} = d \cdot L_2 \gamma_g^{BA} = d \cdot \gamma_g^{BA} = \frac{d \cdot v \cdot \gamma d}{v - v_w}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

En eje viento



$$-L + W \cos \gamma_d = 0 \rightarrow (\gamma_d \ll 1) \Rightarrow L \approx W \Rightarrow \boxed{C_L = \frac{2W}{\rho S V^2}}$$

$$-D + W \sin \gamma_d = 0 \rightarrow \boxed{D \approx W \gamma_d} \Rightarrow \gamma_d = \frac{D}{W}$$

$$\gamma_d = \frac{D}{W} = \frac{\rho S V^2}{2W} (C_{D0} + k C_L^2) = \frac{\rho S V^2}{2W} C_{D0} + \frac{2k W}{\rho S V^2} \gamma_d(V)$$

$$\boxed{\gamma_d = \gamma_d(V) = \frac{\rho S V^2}{2W} C_{D0} + \frac{2k W}{\rho S V^2}}$$

Temas $h = h(\gamma_d, V)$ y $\gamma_d = \gamma_d(V) \Rightarrow h = h(V)$

$$h = z d_0 \left(\frac{2W}{\rho S} C_{D0} + \frac{1}{\rho S} \right) = \frac{2 d V^2}{V^2 - V_w^2} \cdot (\dots) = h(V)$$

$$\frac{dh}{dV} = 0 \Rightarrow \boxed{V_{opt} = \sqrt{V_w^2 + \sqrt{V_w^4 + \frac{k}{C_{D0}} \left(\frac{2W}{\rho S} \right)^2}}$$

Si juntos el viento, es la velocidad base.

$$\boxed{C_L = \frac{2W}{\rho S \left[V_w^2 + \left(V_w^4 + \frac{k}{C_{D0}} \left(\frac{2W}{\rho S} \right)^2 \right)^{1/2} \right]}}$$

2.) Repetir el apartado anterior para el caso de viento en sentido contrario (desde A a B de cara y desde B a A de cara). Comentar los resultados obtenidos.

Sube la misma ρ se cambia por ρ_{trav} $h_{no} \rightarrow h_{ca}$
 $h_{ca} \rightarrow h_{no}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONÁUTICOS

UNIDAD DOCENTE DE MECÁNICA DEL VUELO

06.06.05

E. Final Junio "Mecánica del Vuelo I"

PROBLEMA 1º

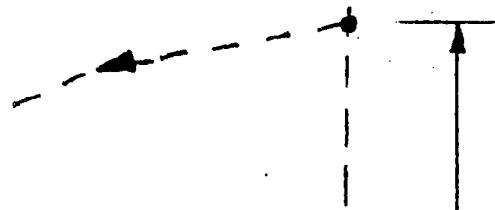
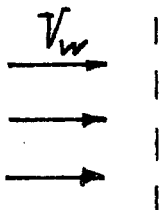
Un planeador efectúa un vuelo simétrico en un plano vertical con las alas a nivel desde la vertical de un punto A hasta la vertical de un punto B, en presencia de un viento horizontal de cara de módulo V_w constante y conocido, y vuelve desde la vertical de B hasta la de A en presencia del mismo viento, pero ahora de cola. Todo el vuelo (ida y vuelta) lo realiza a velocidad aerodinámica, V , constante y a ángulo de asiento de velocidad aerodinámica constante.

Suponiendo además que:

- Se conocen las características geométricas, aerodinámicas y másicas del planeador necesarias para la resolución del problema (por ejemplo, el peso W , la superficie alar S , los coeficientes constantes de la polar parabólica, etc.).
- La altura h_A es lo suficientemente grande como para que el planeador no choque contra el suelo; la distancia d entre los puntos A y B es conocida.
- La transición efectuada en la vertical de B para dar la vuelta es despreciable.
- Los módulos de los ángulos de asiento de velocidad aerodinámica y de velocidad respecto a tierra son pequeños; $V > V_w$.
- ρ y g son constantes conocidas dentro del intervalo de alturas considerado.

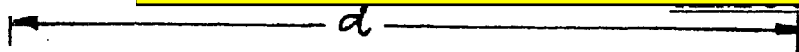
Se pide:

- Determinar la velocidad aerodinámica, V , y el coeficiente de sustentación, C_L , que minimizan la altura total que desciende el planeador desde que sale de la vertical de A hasta que regresa a esa misma vertical. Determinar asimismo esa altura total descendida mínima y el tiempo total que emplea el planeador en ir y volver.
- Discutir la influencia sobre la velocidad aerodinámica y sobre la altura descendida, obtenidas en el apartado anterior, de V_w , W/S y ρ .

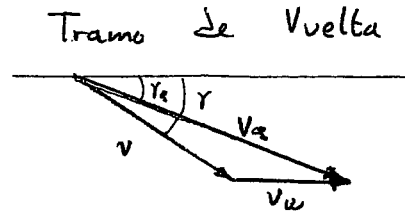
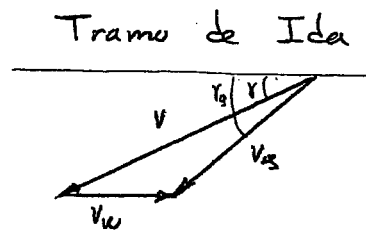
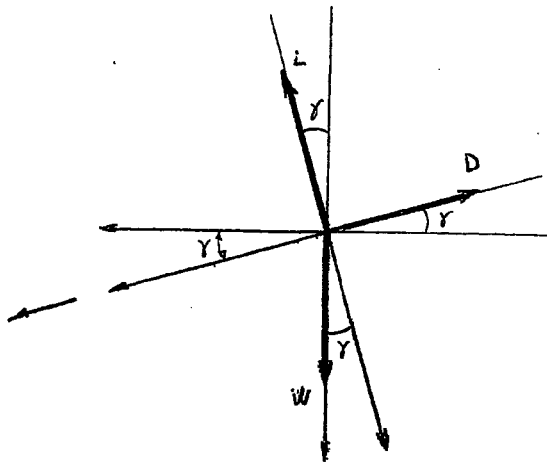


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70



Cartagena99



Tramo de ida:

$$\left. \begin{aligned} V_a \sin \gamma_a &= V \sin \gamma \\ V_a \cos \gamma_a &= V \cos \gamma - V_w \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tan \gamma_a = \frac{V \sin \gamma}{V \cos \gamma - V_w} \xrightarrow[\text{pequeños}]{\text{ángulos}} \gamma_a = \frac{V \gamma}{V - V_w}$$

$$L = W \cos \gamma \Rightarrow L = W = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L$$

$$D = W \sin \gamma \Rightarrow D = W \gamma = \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{D0} + K C_L^2)$$

$$\gamma = \frac{\rho v^2 S (C_{D0} + K C_L^2)}{2 W}$$

$$C_L = \frac{2 W}{\rho v^2 S} \Rightarrow \gamma = \frac{\rho v^2 S C_{D0} + \rho v^2 S K \frac{4 W^2}{\rho^2 v^4 S^2}}{2 W}$$

$$\gamma = \frac{\rho v^2 S C_{D0} + \frac{4 W^2 K}{\rho v^2 S}}{2 W}$$

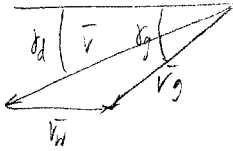
o W

Cartagena99

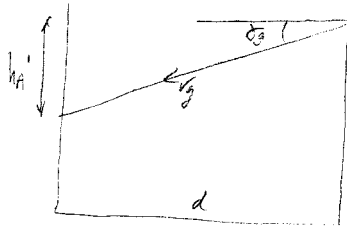
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

8



$$\vec{V}_g = \vec{V} - \vec{V}_w$$



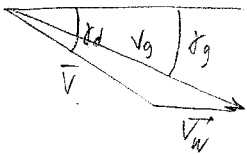
$$\text{tg } \delta_g = \frac{h_a'}{d} \Rightarrow \delta_g = \frac{h_a'}{d}$$

$$h_a' = \delta_g \cdot d = \frac{V \cdot \delta d}{V - V_w}$$

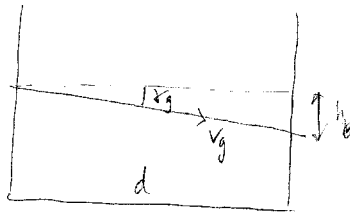
$$V_g \text{ sen } \delta_g = V \text{ sen } \delta d$$

$$V_g \text{ cos } \delta_g = V \text{ cos } \delta d - V_w$$

$$\left| \begin{array}{l} V_g \text{ sen } \delta_g = V \text{ sen } \delta d \\ V_g \text{ cos } \delta_g = V \text{ cos } \delta d - V_w \end{array} \right. \Rightarrow \text{tg } \delta_g = \frac{V \text{ sen } \delta d}{V \text{ cos } \delta d - V_w} \Rightarrow \delta_g = \frac{V \cdot \delta d}{V - V_w}$$



$$\vec{V}_g = \vec{V} + \vec{V}_w$$



$$\text{tg } \delta_g = \frac{h_b'}{d} \Rightarrow \delta_g = \frac{h_b'}{d}$$

$$h_b' = \delta_g \cdot d = \frac{V \cdot \delta d}{V + V_w}$$

$$V_g \text{ sen } \delta_g = V \text{ sen } \delta d$$

$$V_g \text{ cos } \delta_g = V \text{ cos } \delta d + V_w$$

$$\left| \begin{array}{l} V_g \text{ sen } \delta_g = V \text{ sen } \delta d \\ V_g \text{ cos } \delta_g = V \text{ cos } \delta d + V_w \end{array} \right. \Rightarrow \text{tg } \delta_g = \frac{V \text{ sen } \delta d}{V \text{ cos } \delta d + V_w} \Rightarrow \delta_g = \frac{V \cdot \delta d}{V + V_w}$$

$$-D + W \delta d = 0$$

$$-L + W = 0$$

$$L = \frac{1}{2} \rho S V^2 C_L \Rightarrow C_L = \frac{2W}{\rho S V^2}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho S V^2 C_D = \frac{1}{2} \rho S V^2 (C_{D0} + K C_L^2) = \frac{1}{2} \rho S V^2 \left(C_{D0} + \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2 V^4} \right) = W \delta d \Rightarrow \delta d = \frac{\rho S V^2}{2W} \left(C_{D0} + \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2 V^4} \right)$$

$$h = h_a' + h_b' = \frac{V \delta d}{V - V_w} + \frac{V \delta d}{V + V_w} = \frac{2V^2 \delta d}{V^2 - V_w^2}$$

$$h = \frac{2V^2 \delta d}{V^2 - V_w^2} \cdot \frac{\rho S V^2}{2W} \left(C_{D0} + \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2 V^4} \right) = \frac{\rho S d}{W (V^2 - V_w^2)} \left[C_{D0} V^4 + \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2} \right]$$

$$\frac{dh}{dV} = 0 = \frac{4C_{D0} V^3 (V^2 - V_w^2) - C_{D0} V^4 2V - \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2} 2V}{V^2 - V_w^2} \Rightarrow C_{D0} V^4 - V_w^2 C_{D0} V^2 - \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2} = 0$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$h_{min} = \frac{V}{W (V_{min}^2 - V_w^2)} \left[C_{D0} V_{min}^4 + \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2} \right]$$

$$h' = -V_{\text{sen}} \delta d ; \quad \frac{dh}{dt} = -V_{\text{sen}} \delta d \quad \int_0^{h_{\text{min}}} dh = -V_{\text{sen}} \delta d \int_0^{t_{\text{min}}} dt ; \quad h_{\text{min}} = -V_{\text{sen}} \delta d \cdot t_{\text{min}}$$

$$t_{\text{min}} = \frac{h_{\text{min}}}{-V_{\text{sen}} \delta d} \Rightarrow \frac{h_{\text{min}}}{\text{sen} \delta d} = \frac{d}{\cos \delta d} \Rightarrow \frac{d}{\text{sen} \delta d} = -V_{\text{sen}} \cdot t_{\text{min}}$$

$$t_{\text{min}} = \frac{-d}{\sqrt{V_W^2 + \sqrt{V_W^4 + \frac{4W^2}{f^2 \cos^2}}}}$$

2)

$$\uparrow V_W \Rightarrow \begin{cases} \uparrow V_{\text{min}} \\ \uparrow h_{\text{min}} \end{cases}$$

$$\uparrow \frac{W}{f} \Rightarrow \begin{cases} \uparrow V_{\text{min}} \\ \uparrow h_{\text{min}} \end{cases}$$

$$\uparrow f \Rightarrow \begin{cases} \downarrow V_{\text{min}} \\ \downarrow h_{\text{min}} \end{cases}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Tramo de vuelta:

$$\left. \begin{aligned} v_3 \sin \gamma_3 &= v \sin \gamma \\ v_3 \cos \gamma_3 &= v \cos \gamma + v_w \end{aligned} \right\} \Rightarrow \gamma_3 = \frac{v \gamma}{v + v_w}$$

$$\left. \begin{aligned} L &= W \cos \gamma \\ D &= W \sin \gamma \end{aligned} \right\} \Rightarrow \gamma = \frac{\rho v^2 S C_{D0} + \frac{4W^2K}{\rho v^2 S}}{2W}$$

$$\gamma_3 = \frac{\Delta h_2}{d} \Rightarrow \Delta h_2 = d \frac{v \gamma}{v + v_w}$$

Altura total descendida:

$$\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2 = d \frac{v \gamma}{v - v_w} + d \frac{v \gamma}{v + v_w} = d v \gamma \left(\frac{v + v_w + v - v_w}{v^2 - v_w^2} \right)$$

$$\Delta h = \frac{2d v^2}{v^2 - v_w^2} \frac{\rho v^2 S C_{D0} + \frac{4W^2K}{\rho v^2 S}}{2W} = \frac{d}{W} \frac{\rho S C_{D0} v^4 + \frac{4W^2K}{\rho S}}{v^2 - v_w^2}$$

$$\frac{d \Delta h}{d v} = \frac{d}{W} \frac{\rho S C_{D0} 4v^3 (v^2 - v_w^2) - \left(\rho S C_{D0} v^4 + \frac{4W^2K}{\rho S} \right) 2v}{(v^2 - v_w^2)^2} = 0$$

$$2v^2 (v^2 - v_w^2) - v^4 - \frac{4W^2K}{\rho^2 S^2 C_{D0}} = v^4 - 2v_w^2 v^2 - \frac{4W^2K}{\rho^2 S^2 C_{D0}} = 0$$

$$v^2 = \frac{2v_w^2 \pm \sqrt{4v_w^4 + \frac{4W^2K}{\rho^2 S^2 C_{D0}}}}{2}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$\Delta h_{\text{opt. min}} = \frac{d}{W} \frac{\rho S C_{D0} V_{\text{opt}}^4 + \frac{4W^2}{\rho S}}{V_{\text{opt}}^2 - V_w^2}$$

$$\Delta h_{\text{min}} = \frac{d \rho C_{D0}}{W/S} \frac{V_{\text{opt}}^4 + \frac{4(W/S)^2}{\rho^2 C_{D0}}}{V_{\text{opt}}^2 - V_w^2}$$

$$V_w \uparrow \Rightarrow V_{\text{opt}} \uparrow \Rightarrow \Delta h \uparrow$$

$$\rho \uparrow \Rightarrow \Delta h \uparrow$$

$$W/S \uparrow \Rightarrow \Delta h \uparrow$$

$$t_{\text{TOTAL}} = \frac{\Delta h}{V_{\text{opt}} \sin \gamma} \approx \frac{\Delta h}{V_{\text{opt}} \gamma} ; \quad t_{\text{TOTAL}} = \frac{d}{V_{\text{opt}} \cos \gamma} \approx \frac{d}{V_{\text{opt}}}$$

$$t_{\text{TOTAL}} = \frac{d}{\sqrt{V_w^2 + \sqrt{V_w^4 + \frac{4W^2 K}{\rho^2 S^2 C_{D0}}}}}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONÁUTICOS

UNIDAD DOCENTE DE MECÁNICA DEL VUELO
E. Final Septiembre "Mecánica del Vuelo I"

10.09.04

PROBLEMA 1°

Un planeador efectúa un vuelo simétrico en un plano vertical con las alas a nivel descompuesto en los dos tramos siguientes (ver figura):

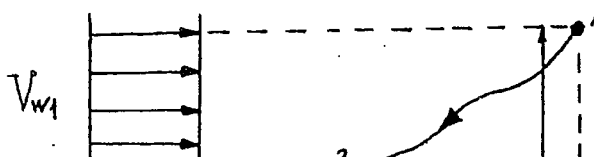
- Tramo 1-2: Vuelo con ángulo de asiento de velocidad aerodinámica $\gamma = -45^\circ$ y con velocidad aerodinámica V constante, en presencia de un viento horizontal de frente de módulo V_{w1} constante y conocido.
- Tramo 2-3: Vuelo con velocidad aerodinámica constante e igual a la del tramo anterior, en presencia de un viento horizontal de frente de módulo $V_w = k_w h$ (donde $k_w = V_{w1} / h_2$).

Suponiendo además que:

- Se conocen las características geométricas, aerodinámicas y máxicas del planeador necesarias para la resolución del problema (en concreto, la polar es parabólica de coeficientes constantes y está extendida hasta la pérdida, $C_{L_{\delta_e}} = C_{L_q} = 0$ y $C_{L_{max}}$ es una constante conocida, etc.).
- Son constantes conocidas ρ , g y las alturas h_1 y h_2 .
- La transición entre los dos tramos es despreciable.

Se pide:

- Para el tramo 1-2, determinar la velocidad aerodinámica V , el tiempo empleado t_{1-2} , la distancia recorrida x_{1-2} y la deflexión del timón de profundidad δ_e , en función de datos conocidos y, en caso necesario, de los grados de libertad matemáticos del problema. ¿Existen valores únicos de V , t_{1-2} , x_{1-2} y δ_e o pueden presentarse varias soluciones?
- Para el tramo 2-3, plantear un sistema de ecuaciones que permita determinar el ángulo de asiento de velocidad γ y la deflexión del timón de profundidad δ_e , en función del tiempo y, en caso necesario, de los grados de libertad matemáticos del problema.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

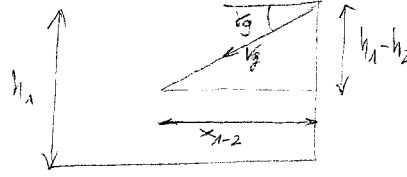
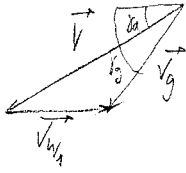
The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow is cast below the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

9

1)



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h_1 - h_2}{x_{1-2}}$$

$$x_{1-2} = \frac{(h_1 - h_2)}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (\text{I})$$

$$\vec{V}_g = \vec{V} - \vec{V}_{w1}$$

$$V_g \sin \alpha = V \sin \delta$$

$$V_g \cos \alpha = V \cos \delta - V_{w1}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V \sin \delta}{V \cos \delta - V_{w1}} \quad (\text{II})$$

$$-D - W \sin \delta - mV^2 = 0 ; \quad -D + W \sin \delta = 0 \quad (\text{III})$$

$$-L + W \cos \delta + mV^2 = 0 ; \quad L = W \cos \delta \quad (\text{IV})$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \rightarrow C_L = \frac{2W \cos \delta}{\rho V^2 S}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D = \frac{1}{2} \rho V^2 S \left(C_{D0} + k \frac{4W^2 \cos^2 \delta}{\rho^2 S^2 V^4} \right) = W \sin \delta ;$$

$$\frac{1}{2} \rho V^2 S C_{D0} + \frac{2W^2 \cos^2 \delta}{\rho S V^2} k = W \sin \delta$$

$$\frac{1}{2} \rho^2 V^4 S^2 C_{D0} + 2Wk \cos^2 \delta = W \sin \delta \cdot \rho S V^2 ; \quad \rho^2 V^4 S^2 C_{D0} + 4Wk \cos^2 \delta = 2W \sin \delta \rho S$$

$$V^4 - \frac{2W \sin \delta}{\rho S C_{D0}} V^2 + \frac{4Wk \cos^2 \delta}{\rho^2 S^2 C_{D0}} = 0$$

$$V^2 = \frac{2W \sin \delta}{\rho S C_{D0}} + \sqrt{\frac{4W^2 \cos^2 \delta}{\rho^2 S^2 C_{D0}^2} - \frac{16W^2 k \cos^2 \delta}{\rho^2 S^2 C_{D0}}} = \frac{W \sin \delta}{\rho S C_{D0}} + \sqrt{\frac{W^2}{\rho^2 S^2 C_{D0}^2} \left(\sin^2 \delta - 4k \cos^2 \delta \right)}$$

$$V^2 = \frac{W \sin \delta}{\rho S C_{D0}} + \frac{W \sin \delta}{\rho S C_{D0}} \sqrt{1 - 4k C_{D0}} = \frac{W \sin \delta}{\rho S C_{D0}} \left[1 + \sqrt{1 - 4k C_{D0}} \right]$$

$$V = \sqrt{\frac{W \sin \delta}{\rho S C_{D0}} \left(1 + \sqrt{1 - 4k C_{D0}} \right)}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$(\text{I}) \rightarrow x_{1-2} = \frac{(h_1 - h_2)}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{(h_1 - h_2)}{\frac{V \sin \delta}{V \cos \delta - V_{w1}}} = (h_1 - h_2) \left[\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} - \frac{V_{w1}}{V \cos \delta} \right]$$

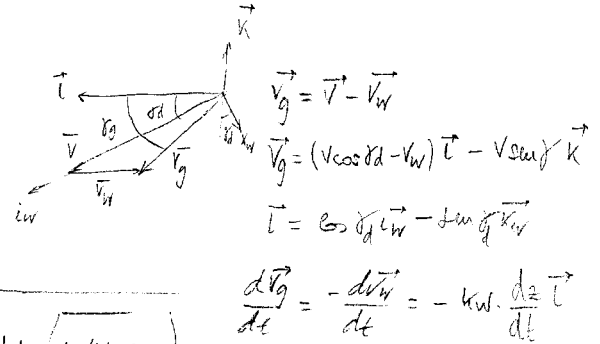


$$\dot{h} = -V \sin \delta \dot{d} ; \frac{dh}{dt} = -V \sin \delta \dot{d} ; \int_{h_2}^{h_1} dh = \int_0^{t_{1-2}} -V \sin \delta \dot{d} dt ; (h_1 - h_2) = -V \sin \delta \dot{d} t_{1-2}$$

$$t_{1-2} = \frac{(h_1 - h_2)}{-V \sin \delta \dot{d}} = \frac{(h_1 - h_2)}{-\frac{W \sin \delta}{\rho S C_{D0}} (1 + \sqrt{1 - 4k C_{D0}}) \sin \delta \dot{d}}$$

$$2) \quad -D + W \sin \delta \dot{d} = \frac{-W}{g} k_W C_{D0} \dot{d} \frac{dz}{dt} \quad (I)$$

$$-L + W \cos \delta \dot{d} + \frac{W}{g} V \cdot \dot{\gamma} = \frac{+W}{g} k_W \sin \delta \dot{d} \frac{dz}{dt} \quad (II)$$



$$\dot{x}_e = \frac{dx_e}{dt} = V \cos \delta \dot{d} - V_w$$

$$\dot{h} = \frac{dh}{dt} = -V \sin \delta \dot{d}$$

$$V = \sqrt{\frac{W \sin \delta \dot{d}}{\rho S C_{D0}} \left(1 + \sqrt{1 - 4k C_{D0}} \right)}$$

$$L = \frac{1}{2} \rho S V^2 C_L \rightarrow C_L = \frac{2W \cos \delta \dot{d}}{\rho S V^2} - \frac{2W \sin \delta \dot{d} \cdot k_W}{\rho S V^2} \frac{dz}{dt}$$

$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha} \alpha + C_{L\delta} \delta + C_{L\dot{\gamma}} \dot{\gamma}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho S V^2 (C_{D0} + k C_L^2) \quad (I) \rightarrow \boxed{\dot{d} = \dots}$$

$$(II) \rightarrow \alpha = -\frac{C_{L0}}{C_{L\alpha}} + \frac{2W \cos \delta \dot{d}}{\rho S C_{L\alpha} V^2} - \frac{2W \sin \delta \dot{d} \cdot k_W}{\rho S C_{L\alpha} V^2} \frac{dz}{dt}$$

$$C_{m\delta} = C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha + C_{m\delta} \delta = \frac{2}{\rho V^2 S c} (J_x - J_z) \rho_i + J_{xz} (\dot{p}^2 - r^2) + I_y \dot{\gamma} \rightarrow \boxed{\dot{\delta} = \dots}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

SEPT 2004

PROBLEMA 1º

Un planeador efectúa un vuelo simétrico en un plano vertical con las alas a nivel descompuesto en los dos tramos siguientes (ver figura):

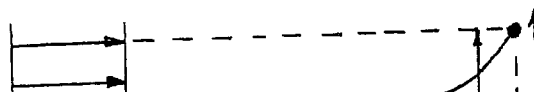
- Tramo 1-2: Vuelo con ángulo de asiento de velocidad aerodinámica $\gamma = -45^\circ$ y con velocidad aerodinámica V constante, en presencia de un viento horizontal de frente de módulo V_{w1} constante y conocido.
- Tramo 2-3: Vuelo con velocidad aerodinámica constante e igual a la del tramo anterior, en presencia de un viento horizontal de frente de módulo $V_w = k_w h$ (donde $k_w = V_{w1} / h_2$).

Suponiendo además que:

- Se conocen las características geométricas, aerodinámicas y másicas del planeador necesarias para la resolución del problema (en concreto, la polar es parabólica de coeficientes constantes y está extendida hasta la pérdida, $C_{L\delta} = C_{Lq} = 0$ y C_{Lmax} es una constante conocida, etc.).
- Son constantes conocidas ρ , g y las alturas h_1 y h_2 .
- La transición entre los dos tramos es despreciable.

Se pide:

- Para el tramo 1-2, determinar la velocidad aerodinámica V , el tiempo empleado t_{1-2} , la distancia recorrida x_{1-2} y la deflexión del timón de profundidad δ_e , en función de datos conocidos y, en caso necesario, de los grados de libertad matemáticos del problema. ¿Existen valores únicos de V , t_{1-2} , x_{1-2} y δ_e o pueden presentarse varias soluciones?
- Para el tramo 2-3, plantear un sistema de ecuaciones que permita determinar el ángulo de asiento de velocidad γ y la deflexión del timón de profundidad δ_e , en función del tiempo y, en caso necesario, de los grados de libertad matemáticos del problema.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

TIEMPO CONCEDIDO: 1^h

Cartagena99

Un planeador efectúa un vuelo simétrico en un plano vertical con las alas a nivel descompuesto en los dos tramos siguientes:

- Tramo 1-2: Vuelo con ángulo de asiento de velocidad aerodinámica $\gamma = -45^\circ$ y con velocidad aerodinámica V constante, en presencia de un viento horizontal de frente de módulo V_w constante y conocido.
- Tramo 2-3: Vuelo con velocidad aerodinámica constante e igual a la del tramo anterior, en presencia de un viento horizontal de frente de módulo $V_w = k_w h$ (donde $k_w = \frac{V_w}{h_2}$).

Suponiendo además que:

- Se conocen las características geométricas, aerodinámicas y máximas del planeador necesarias para la resolución del problema (en concreto, la polar es parabólica de coeficientes constantes y está extendida hacia la pérdida, $C_{L_{cr}} = C_{L_{cr}} = 0$ y $C_{L_{max}}$ es una constante conocida.)
- Son constantes conocidas p, g y las alturas h_1 y h_2 .
- La transición entre los dos tramos es despreciable.

Se pide:

- Para el tramo 1-2, determinar la velocidad aerodinámica V , el tiempo empleado t_{1+2} y la distancia recorrida x_{1+2} en función de datos conocidos y, en caso necesario, de las gráficas de libertad matemáticas del problema. ¿Existen valores únicos de V , t_{1+2} y x_{1+2} o pueden presentarse varias soluciones?

Para un vuelo simétrico en un plano vertical, el sistema de ecuaciones que tenemos es:

$$x\ddot{e} = V \cos \gamma$$

$$h\ddot{i} = V \sin \gamma$$

$$T \cos \gamma - D - mg \sin \gamma = m\dot{V}$$

$$C_L g \cos \gamma + m V \dot{\gamma} \sin \mu = 0$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Bajo estas condiciones:

$$\begin{aligned} \dot{x}_e + V \\ \dot{h} &= V \sin \gamma \\ D &= -W \sin \gamma \\ L &= W \cos \gamma \end{aligned}$$

Ahora bien, antes de continuar hagamos un cambio de notación. En nuestro problema nos dicen que el ángulo de asiento es un ángulo negativo. En consecuencia, reescribiremos las ecuaciones anteriores poniéndolas en función del módulo del ángulo de asiento, pero denotando dicho módulo de la misma manera que el ángulo, γ , para no amarrar en los siguientes cálculos las barras del módulo, | |. Así pues, las ecuaciones que tendremos son:

$$\begin{aligned} \dot{x}_e + V_{w1} &= V \cos \gamma \\ \dot{h} &= -V \sin \gamma \\ D &= W \sin \gamma \\ L &= W \cos \gamma \end{aligned} \quad \text{donde } \gamma = |-45| = 45^\circ$$

Además, cabe comentar que la velocidad V es la suma de la velocidad del avión más la velocidad del viento, el cual, como viene de frente, sólo tiene componente en x , tal como hemos indicado anteriormente:

$$V = \sqrt{(V_{w1} + \dot{x})^2 + \dot{h}^2}$$

Vayamos ya a la obtención de V en función de parámetros conocidos. Para ello utilizaremos las dos últimas expresiones, junto a las expresiones de L

y D :

$$L = q S C_L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L$$

$$D = q S C_D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D$$

y la polar parabólica de coeficientes constantes:

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

De manera que si tenemos en cuenta que $L = W \cos \gamma$, nos queda:

$$C_L = \frac{2}{\rho v^2 S} \cdot W \cos \gamma$$

Y la polar parabólica y la resistencia quedan:

$$C_D = C_{D0} + \frac{4k}{\rho^2 v^4 S^2} W^2 \cos^2 \gamma$$

$$D = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_D = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_{D0} + \frac{2k}{\rho v^2 S} W^2 \cos^2 \gamma$$

Si ahora igualamos esta expresión a $D = W \sin \gamma$, ya encontramos el polinomio que nos dará la expresión de v :

$$D = W \sin \gamma = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_{D0} + \frac{2k}{\rho v^2 S} W^2 \cos^2 \gamma$$

$$2W \rho v^2 S \sin \gamma = \rho^2 v^4 S^2 C_{D0} + 4k W^2 \cos^2 \gamma \rightarrow \rho^2 v^4 S^2 C_{D0} - 2W \rho v^2 S \sin \gamma + 4k W^2 \cos^2 \gamma = 0$$

$$v^2 = \frac{2W \rho S \sin \gamma \pm \sqrt{4W^2 \rho^2 S^2 \sin^2 \gamma - 16k W^2 \rho^2 S^2 C_{D0} \cos^2 \gamma}}{2\rho^2 S^2 C_{D0}}$$

$$v^2 = \frac{W \sin \gamma}{\rho S C_{D0}} \pm \sqrt{\frac{W^2}{\rho^2 S^2 C_{D0}^2} [\sin^2 \gamma - 4C_{D0} k \cos^2 \gamma]}$$

Teniendo en cuenta que:

$$\cos \gamma = \sin \gamma = \cos 45 = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$v^2 = \frac{W}{\sqrt{2} \rho S C_{D0}} \pm \frac{W}{\sqrt{2} \rho S C_{D0}} \sqrt{1 - 4k C_{D0}} \rightarrow v^2 = \frac{W}{\sqrt{2} \rho S C_{D0}} \left[1 \pm \sqrt{1 - 4k C_{D0}} \right]$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Estamos ya en condiciones de calcular el espacio y el tiempo empleado. Para ello utilizaremos las ecuaciones:

$$\dot{x} + v_{w1} = v \cos \delta$$

$$\dot{h} = -v \sin \delta$$

Como hemos obtenido, v es constante, de manera que:

$$\dot{x} = v \cos \delta - v_{w1}$$

$$\frac{dx}{dt} = v \cos \delta - v_{w1} \rightarrow dx = (v \cos \delta - v_{w1}) dt$$

Integrando:

$$\int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} (v \cos \delta - v_{w1}) dt = (v \cos \delta - v_{w1}) \int_{t_1}^{t_2} dt$$

$$x_2 - x_1 = (v \cos \delta - v_{w1}) (t_2 - t_1)$$

$$x_2 - x_1 = \left[\sqrt{\frac{wC(1 \pm \sqrt{1 - 4kC_0})}{2^{3/4} \cdot SpC_0}} - v_{w1} \right] (t_2 - t_1)$$

donde $(t_2 - t_1)$ lo determinamos a partir del incremento de alturas:

$$\dot{h} = -v \sin \delta$$

$$\frac{dh}{dt} = -v \sin \delta \rightarrow dh = -v \sin \delta dt$$

$$\int_{h_1}^{h_2} dh = -v \sin \delta \int_{t_1}^{t_2} dt \rightarrow h_1 - h_2 = v \sin \delta (t_2 - t_1)$$

$$t_2 - t_1 = \frac{h_1 - h_2}{v \sin \delta} = \frac{h_1 - h_2}{\sqrt{\frac{wC(1 \pm \sqrt{1 - 4kC_0})}{2^{3/4} \cdot SpC_0}}}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$$\sqrt{\frac{wC(1 \pm \sqrt{1 - 4kC_0})}{2^{3/4} \cdot SpC_0}}$$

Como vemos de la expresión de v , tenemos dos valores para la velocidad, que vienen dados por el signo \pm . Por ello, no tenemos un único valor de v y, en consecuencia tampoco de x_{i+2} ni t_{i+2} , ya que estos dependen de v .

2º) Para el tramo 2-3, plantear un sistema de ecuaciones que permita determinar el ángulo de oriento de velocidad γ en función del tiempo y, en caso necesario, de los grados de libertad matemáticos del problema.

Según el enunciado, la velocidad aerodinámica es igual a la del tramo anterior, pero esto nos indica que $v = \text{constante}$, no nos indica que \ddot{x} y \ddot{h} son nulas, dado que podría haber pequeñas variaciones de x y h que mantuvieran igualmente la velocidad constante.

Por ello, hemos de tener en cuenta este hecho en las ecuaciones planteadas, las cuales son:

$$v \cos \gamma = v_w + \dot{x}$$

$$v \sin \gamma = \dot{h} + k_w \dot{h}$$

$$L \cos \gamma + D \sin \gamma - W = m \ddot{h} + m k_w \ddot{h}$$

$$L \sin \gamma - D \cos \gamma = m \ddot{x}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho v^2 S (C_{D0} + k C_L^2)$$

$$L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

PROBLEMA 1. Septiembre 04

1º) $(V, t, x, \delta_e)_{1-2} = ?$

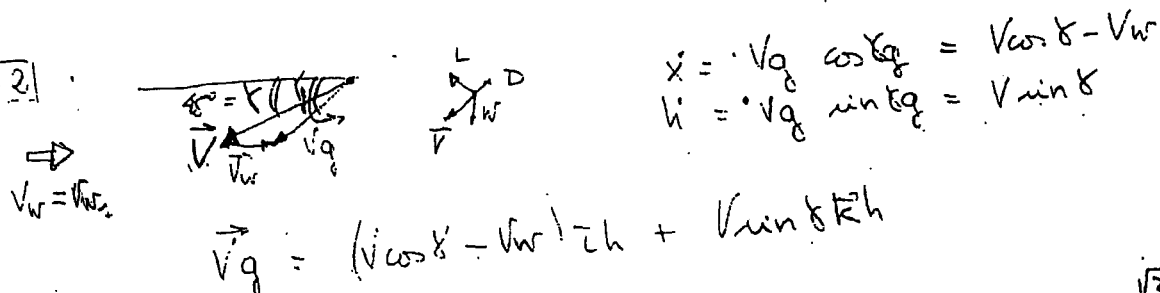
Plano inclinado $\rightarrow T=0$

Velocidad en plano vertical \oplus alas a nivel (kineticas) $\rightarrow y_e = \delta_e, \rho = \beta = 0 + X = 0$
 $C_d = C_{d0} + kC^2$ $\left\{ \begin{array}{l} C_{d0} = C \\ C_{d0} \cdot \delta = 0 \\ C_{d0} \delta = 0 \end{array} \right.$ \rightarrow ¿Cuanto queda \rightarrow $C_{d0} = f(\text{kin.}) e$
 $C_L = C_{L\alpha} \cdot \alpha$; $C_{L\alpha}$ conocido

El sistema de ecuaciones queda:

$\dot{x}_e = V \cos \delta$
 $\dot{h} = V \sin \delta$ (relaciones cinematicas)
 $-D - W \sin \delta = \frac{W}{g} \frac{dV}{dt}$ ec movimiento
 $L - W \cos \delta = \frac{W}{g} V \frac{d\delta}{dt}$
 con: $D = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_{d0} + kC^2)$
 $L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L$; $C_L = C_{L\alpha} \cdot \alpha$

1-2



$-D - W \sin \delta = 0$
 $L - W \cos \delta = 0$
 $\left. \begin{array}{l} -D - W \sin \delta = 0 \\ L - W \cos \delta = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{D}{W} = -\sin \delta = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow G = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{W}{\frac{1}{2} \rho S V^2} \\ \frac{L}{W} = \cos \delta = \frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow C_L = \frac{\sqrt{2}}{2} \frac{W}{\frac{1}{2} \rho S V^2} \end{array}$

$\sqrt{2} \frac{W}{S} = k C^2 + C_{d0} = 0$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

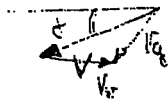
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$C_{mg} = 0 \rightarrow \delta e = - \frac{C_{md}}{C_{mf}} \alpha \quad \alpha = \frac{C_u}{C_{u\alpha}} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4kC_{do}}}{2kC_{u\alpha}}$$

$$\delta e = - \frac{C_{md}}{C_{mf}} \cdot \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4kC_{do}}}{2kC_{u\alpha}}$$

2) 2-3

$$V_w = \frac{h}{h_2} \cdot V_{w1}$$



$$\begin{cases} x = V \cos \alpha - V_{w1} \frac{h}{h_2} \\ h = V \sin \alpha \end{cases} \text{relaciones cinemáticas}$$

$$\begin{cases} -D - W \sin \alpha = 0 \\ L - W \cos \alpha = \frac{W}{g} V \frac{d\alpha}{dt} = \frac{W}{g} V \frac{d\alpha}{dh} \cdot V \sin \alpha \end{cases} \text{condiciones}$$

$$\begin{aligned} D &= \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_{do} + k C_u^2) \\ L &= \frac{1}{2} \rho V^2 S C_l \end{aligned} \quad C_u = C_{u\alpha} \alpha$$

$$\sin \alpha = - \frac{D}{W} = \frac{k \rho V^2 S}{W/g} \cdot (C_{do} + k C_u^2)$$

$$-W \cos \alpha = \frac{W}{g} V \frac{d\alpha}{dt}$$

$$\left(\frac{1}{2} \rho V^2 S \frac{1}{V^2} \left[\frac{W \sin \alpha - k \rho V^2 S C_{do}}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} - W \cos \alpha \right] \right)^{-1} \frac{W}{g} V d\alpha = dt$$

$$\int_{45}^{\alpha} \frac{W}{g} V \left(\frac{1}{\frac{1}{2} \rho V^2 S} (W \sin \alpha - k \rho V^2 S C_{do}) - W \cos \alpha \right)^{-1} d\alpha = t - t_0$$

con esto $t = t(\alpha)$

$$\delta e = - \frac{C_{md}}{C_{mf}} \alpha \rightarrow \alpha : C_l = f(\alpha) = C_{u\alpha} \cdot \alpha \rightarrow \alpha = \frac{C_l}{C_{u\alpha}}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

PROBLEMA 1º

Un modelo de planeador, controlado remotamente a través de la deflexión de su timón de profundidad, efectúa el denominado "vuelo en ladera" (vuelo simétrico en el plano vertical con las alas a nivel, y con un viento de cara paralelo a la ladera de módulo V_w constante conocido y no pequeño frente al módulo V de la velocidad aerodinámica).

Suponiendo además que:

- Se conocen todas las características geométricas, aerodinámicas y máximas del modelo (en particular, $C_D = C_{D0} + k C_L^2$, $C_L = C_{L\alpha} \alpha$).
- Se consideran despreciables las variaciones de ρ y g con la altura, y el efecto suelo.
- El ángulo de la ladera Ψ es constante conocido y no necesariamente pequeño.

Se pide:

- Plantear el sistema de ecuaciones dinámicas de fuerzas y momentos (en ejes viento) y cinemáticas que permitirían resolver el problema, y determinar el número de grados de libertad matemáticos del mismo.
- Determinar la deflexión del timón de profundidad δ_e necesaria para que el avión se desplace paralelo a la ladera con velocidad respecto a tierra V_g constante, así como el valor de V_g .
- Determinar δ_e para que el avión esté en reposo respecto a la ladera, así como la relación entre los parámetros del problema para que esto ocurra.
- Determinar el ángulo de ladera mínimo Ψ_{\min} por debajo del cual es imposible quedarse quieto respecto a la ladera.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the 'Cartagena' part. The text is set against a light blue background that has a subtle gradient and a slight shadow effect, giving it a three-dimensional appearance. The entire logo is positioned in the bottom left corner of the page.

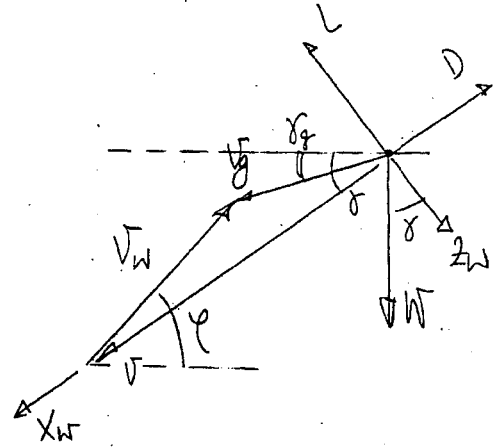
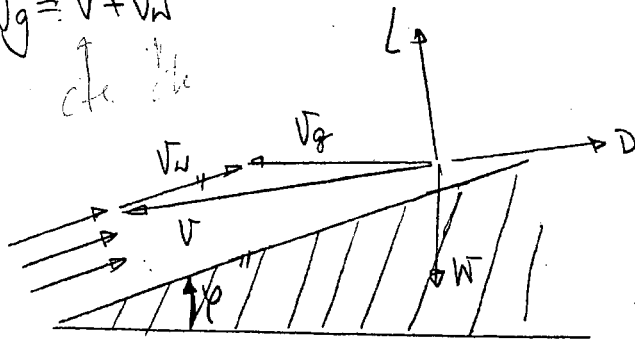
**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

17-02-1993 (E-FINAL FEBRERO A+B+CD / PROBLEMA 1)

- V_w constante y conocido.
- $G = G_0 + Kv^2$; $a = a_0 \alpha$.

1) $\vec{V}_g = \vec{V} + \vec{V}_w$



TEOREMA DEL COSENO: $V_g^2 = V^2 + V_w^2 - 2VV_w \cos(\gamma - \delta) = V^2 + V_w^2 - 2VV_w(\cos\gamma \cos\delta + \sin\gamma \sin\delta)$

$$\begin{cases} V \cos \delta = V_w \cos \gamma + V_g \cos \delta_g \\ V \sin \delta = V_w \sin \gamma + V_g \sin \delta_g \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \vec{V}_g &= \vec{V} + \vec{V}_w \\ V_g &= V \cos \gamma \vec{i} + V \sin \gamma \vec{j} + V_w \cos \delta \vec{i} + V_w \sin \delta \vec{j} \\ V &= V \cos \gamma \vec{i} + V \sin \gamma \vec{j} \\ V_w &= V_w \cos \delta \vec{i} + V_w \sin \delta \vec{j} \end{aligned}$$

ECUACIONES CINEMÁTICAS

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = V_g \cos \delta_g \\ \frac{dh}{dt} = -V_g \sin \delta_g \end{cases}$$

ECUACIONES DINÁMICAS

$$\begin{cases} L = W \cos \delta \\ D = W \sin \delta \end{cases}$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_{L_0} \alpha$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_{D_0} + K C_L^2)$$

Suponemos que γ y δ_g de las ecuaciones están en módulo (aunque sabemos por el criterio de signos definido que $\delta < 0$ y $\delta_g < 0$)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

2) Anión paralelo a la ladere $\rightarrow \alpha_g = \rho \rightarrow \alpha_g = \delta = \rho$

Por tanto: $V_g = V - V_w$.

de las ecuaciones dinámicas

$$\left. \begin{aligned} L &= W \cos \rho = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_a \rightarrow C_a = \frac{2W \cos \rho}{\rho v^2 S} \\ D &= \frac{1}{2} \rho v^2 S C_D + \frac{1}{2} \rho v^2 S K \left(\frac{2W \cos \rho}{\rho v^2 S} \right)^2 = W \sin \rho \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{1}{2} \rho v^2 S C_{D0} + K \frac{2W^2 \cos^2 \rho}{\rho v^2 S} = W \sin \rho$$

$$\frac{1}{2} \rho^2 v^4 S^2 C_{D0} - W \sin \rho \rho v^2 S + K 2W^2 \cos^2 \rho = 0$$

$$v^2 = \frac{W \rho S \sin \rho \pm \sqrt{W^2 \sin^2 \rho \rho^2 S^2 - 4 \frac{1}{2} \rho^2 S^2 C_{D0} K 2W^2 \cos^2 \rho}}{2 \cdot \frac{1}{2} \rho^2 S^2 C_{D0}} =$$

$$= \frac{W \rho S \sin \rho \pm \rho S W \sqrt{\sin^2 \rho - 4 C_{D0} K (1 - \sin^2 \rho)}}{\rho^2 S^2 C_{D0}} = \frac{W \sin \rho \pm W \sqrt{(1 + 4 C_{D0} K) \sin^2 \rho - 4 C_{D0} K}}{\rho S C_{D0}} =$$

$$= \frac{W \sin \rho \pm W \cdot 2 \sqrt{C_{D0} K} \sqrt{\left(\frac{1}{4 C_{D0} K} + 1\right) \sin^2 \rho - 1}}{\rho S C_{D0}} = \frac{W \sin \rho \pm W \frac{1}{E_m} \sqrt{(E_m^2 + 1) \sin^2 \rho - 1}}{\rho S C_{D0}}$$

$$= \frac{W \sin \rho E_m \pm W \sqrt{(E_m^2 + 1) \sin^2 \rho - 1}}{E_m \rho S C_{D0}} = \frac{W \sin \rho E_m \pm W \sqrt{(E_m^2 + 1) \sin^2 \rho - 1}}{\frac{\rho S}{2} \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Por tanto de $= -\frac{C_{D0}}{C_{D0}} - \frac{C_{D0}}{C_{D0}} \sqrt{\frac{C_{D0}}{K} C_a \sin \rho E_m \pm \sqrt{(E_m^2 + 1) \sin^2 \rho - 1}}$

Para estas velocidades:

$$V_{g1} = \frac{W \sin \varphi + W \frac{1}{Em} \sqrt{(Em^2 + 1) \sin^2 \varphi - 1}}{\rho S C_{a0}} - V_w$$

$$V_{g2} = \frac{W \sin \varphi - W \frac{1}{Em} \sqrt{(Em^2 + 1) \sin^2 \varphi - 1}}{\rho S C_{a0}} - V_w$$

3) Avión en reposo respecto a la balsa: $V_g = 0 \rightarrow V = V_w$

$$L = W \cos \varphi = \frac{1}{2} \rho V_w^2 S C_{a\alpha} \alpha \rightarrow \alpha = \frac{2W \cos \varphi}{\rho S V_w^2 C_{a\alpha}}$$

Por tanto:

$$C_{d\alpha} = - \frac{C_{m0}}{C_{m\alpha}} - \frac{C_{m\alpha}}{C_{m0}} \frac{2W \cos \varphi}{\rho S C_{a\alpha} V_w^2}$$

la relación entre parámetros se obtiene de la otra ecuación cremática

$$\frac{1}{2} \rho V_w^2 S C_{d0} + K \frac{2W^2 \cos^2 \varphi}{\rho V_w^2 S} = W \sin \varphi$$

4) γ_{min} ? despejamos φ de la relación de parámetros:

$$\frac{1}{2} \rho V_w^2 S C_{d0} + K \frac{2W^2}{\rho V_w^2 S} (1 - \sin^2 \varphi) = W \sin \varphi$$

Si adimensionalizamos V_w ; $\hat{V}_w = \frac{V_w}{\sqrt{\frac{2W^2}{\rho S} + \frac{K}{C_{d0}}}}$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$$\sin \varphi = \frac{-2E_m \hat{V}_w^2 \pm \sqrt{4E_m^2 \hat{V}_w^4 + 4(1 + \hat{V}_w^4)}}{2} = -E_m \hat{V}_w^2 \pm \sqrt{E_m^2 \hat{V}_w^4 + 1 + \hat{V}_w^4}$$

Para φ_{\min} nos quedamos con el signo \oplus .

$$\boxed{\sin \varphi = E_m \hat{V}_w^2 \left(\sqrt{1 + \frac{1 + \hat{V}_w^4}{E_m^2 \hat{V}_w^4}} - 1 \right)} \rightarrow \underline{\varphi_{\min}}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

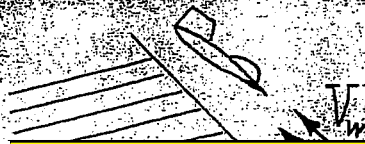
El objeto de estudiar el vuelo de una gaviota contra un viento de cara en una ladera cercana al horizonte se considera un modelo de planeador en vuelo, simétrico en el plano vertical con las alas a un ángulo de incidencia de cara paralelo a la ladera de módulo V , constante y no pequeño frente a su velocidad aerodinámica.

La pendiente de la ladera ε es una constante conocida que, asumiendo que el modelo puede controlarse remotamente a través de un sistema de control automático.

Con las características geométricas aerodinámicas conocidas del modelo se pide por tanto para la resolución del problema: a) determinar el ángulo de incidencia de las alas respecto al eje de la ladera o la posición parabólica de las alas y b) conocer el coeficiente de sustentación que debe modelarse para que el vuelo sea estable. Esta finalidad puede extenderse hasta las pendientes de ladera ε y α con constantes conocidas.

Se pide:

- 1º) Plantear el sistema de ecuaciones dinámicas de fuerzas y momentos (en ejes viento) y cinemáticas (en unos ejes ligados a la ladera x, z) que permitan resolver el problema en un caso general y determinar el número de grados de libertad matemáticos del mismo.
- 2º) Determinar la deflexión (o deflexiones) del timón de profundidad y la velocidad (o velocidades) del viento para que el planeador permanezca quieto respecto de la ladera, todo ello en función de ε y de otros datos del problema.
- 3º) Para un rango de pendientes de ladera $0 \leq \varepsilon \leq \pi/2$, discutir la posibilidad o imposibilidad del vuelo del apartado 2º), así como el número de soluciones posibles para cada ε . Comentar físicamente los resultados obtenidos.

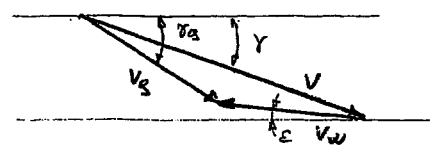
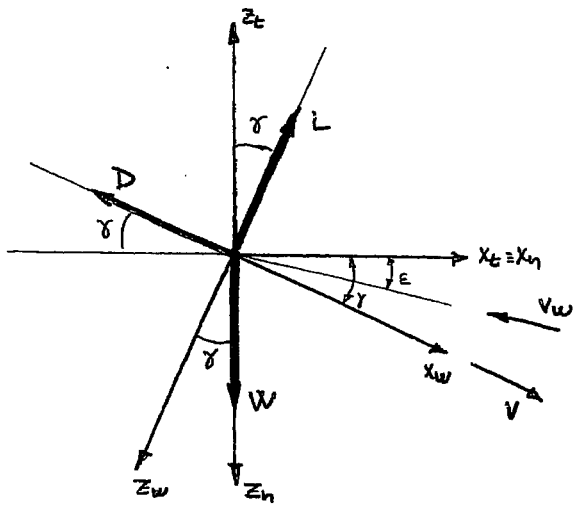


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

1)



$$\vec{V}_g = \vec{V} + \vec{V}_w = (V \cos \gamma - V_w \cos \epsilon) \vec{t}_t - (V \sin \gamma - V_w \sin \epsilon) \vec{k}_t ; \tan \gamma_g = - \frac{V \sin \gamma - V_w \sin \epsilon}{V \cos \gamma - V_w \cos \epsilon}$$

$$L \sin \gamma - D \cos \gamma = \frac{W}{g} \frac{d}{dt} (V \cos \gamma - V_w \cos \epsilon)$$

} Ejes $x_t - z_t$

$$L \cos \gamma + D \sin \gamma - W = \frac{W}{g} \frac{d}{dt} [- (V \sin \gamma - V_w \sin \epsilon)]$$

$$\frac{dx}{dt} = v_{gx} = V \cos \gamma - V_w \cos \epsilon$$

} Ejes $x_w - z_w$
 $L = W \cos \gamma$
 $D = W \sin \gamma$

$$\frac{dz}{dt} = v_{gz} = - V \sin \gamma + V_w \sin \epsilon$$

Velocidad angular en ejes viento

$$p_w = \dot{\mu} - \dot{\gamma} \sin \gamma$$

$$q_w = \dot{\gamma} \cos \mu + \dot{\mu} \cos \gamma \sin \mu \Rightarrow q_w = \dot{\gamma}$$

$$r_w = \dot{\mu} \cos \gamma \cos \mu - \dot{\gamma} \sin \mu$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$\vec{V}_S = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} V \cos \gamma = V_W \sin \epsilon \\ V \sin \gamma = V_W \cos \epsilon \end{array} \right\} \Rightarrow \quad \begin{array}{l} V = V_W \\ \gamma = \epsilon \rightarrow \gamma = 0 \end{array}$$

$$L = W \cos \gamma = (C_{L0} + C_{L\alpha} \alpha) \frac{1}{2} \rho V_W^2 S \Rightarrow \quad \alpha = \frac{2W \cos \epsilon}{\rho V_W^2 S C_{L\alpha}} - \frac{C_{L0}}{C_{L\alpha}}$$

$$C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha + C_{m\delta} \delta_e = 0 \Rightarrow \quad \delta_e = - \frac{C_{m0}}{C_{m\delta}} - \frac{C_{m\alpha}}{C_{m\delta}} \left(\frac{2W \cos \epsilon}{\rho V_W^2 S C_{L\alpha}} - \frac{C_{L0}}{C_{L\alpha}} \right)$$

$$W \cos \gamma = \frac{1}{2} \rho V_S^2 S C_{Lmax} \Rightarrow \quad \cos \epsilon_S = \frac{\rho V_S^2 S C_{Lmax}}{2W}$$

$$D = W \sin \gamma \Rightarrow \quad \frac{1}{2} \rho V_S^2 S (C_{D0} + K C_{Lmax}^2) = W \sin \epsilon$$

$$\sin \epsilon_S = \frac{\rho V_S^2 S C_{D0}}{2W} + \frac{1}{2} \rho V_S^2 S K \frac{1}{W} \frac{W^2 \cos^2 \epsilon_S}{\frac{1}{2} \rho V_S^2 S^2}$$

$$\sin \epsilon_S = \frac{\rho V_S^2 S C_{D0}}{2W} + \frac{\rho V_S^2 S K C_{Lmax}^2}{2W}$$

$$\tan \epsilon_S = \frac{C_{D0}}{C_{Lmax}} + K C_{Lmax}$$

$$\tan \epsilon = \frac{C_{D0}}{C_L} + K C_L$$

Si $\epsilon = 0 \Rightarrow C_L \rightarrow \infty$, Por tanto rango de pendientes para que el vuelo sea posible:

$$\arctg \left(\frac{C_{D0}}{C_{Lmax}} + K C_{Lmax} \right) \leq \epsilon \leq \frac{\pi}{2}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

pero hasta que no entre en el rango dado el modelo

está en pérdidas por lo que tampoco es posible el
vuelo.

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The text is set against a background of a light blue triangle pointing upwards and an orange triangle pointing downwards, both overlapping the text.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

H4: 30-06-98

Un planeador efectúa un vuelo simétrico en un plano vertical con las alas a nivel descompuesto en los dos tramos siguientes (ver figura):

Tramo 1-2: Vuelo con velocidad aerodinámica y ángulo de asiento de velocidad aerodinámica ($|\gamma| \ll 1$) constantes, en presencia de un viento horizontal de cola de módulo V_w constante y conocido.

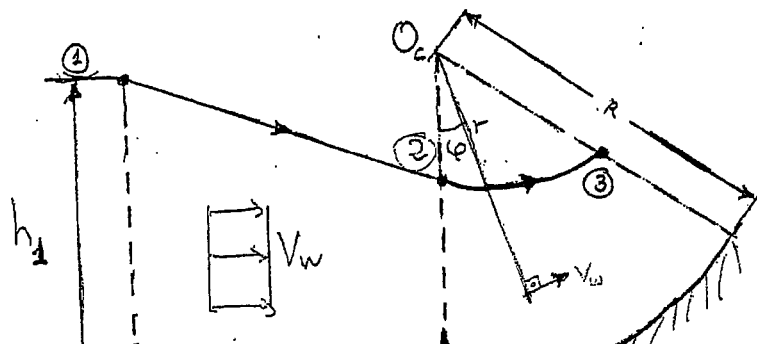
Tramo 2-3: Vuelo no estacionario en un ladera (modelizada mediante un arco de circunferencia de centro O_c y radio R) con un viento de cola de módulo igual al del tramo anterior y cuya dirección es siempre perpendicular al radio vector que une O_c con el centro de masas del planeador.

Suponiendo además que:

- Se conocen las características geométricas, aerodinámicas y másicas del planeador necesarias para la resolución del problema (en concreto, la polar es parabólica con coeficientes constantes, $C_{L\delta_e} = C_{Lq} = 0$, etc)
- h_1 , x_{12} , R ($R > h_1$), φ_3 , ρ y g son constantes conocidas.
- La transición entre los dos tramos es despreciable.

Se pide:

1. Para el tramo 1-2, plantear un polinomio que permita obtener, en función de datos conocidos y, en caso necesario, de los grados de libertad matemáticos del problema, la velocidad aerodinámica V para la cual el planeador ha descendido la mínima altura al llegar al final del tramo.
2. Para el tramo 2-3, plantear un sistema de ecuaciones que permita determinar la velocidad aerodinámica V y el ángulo de asiento de velocidad γ , en función del tiempo, de la deflexión del timón de profundidad δ_e y, en caso necesario, del resto de grados de libertad matemáticos del problema.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

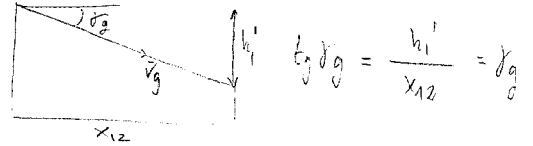
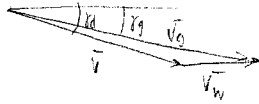
The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The text is set against a light blue, arrow-shaped background that points to the right. Below the text, there is a horizontal orange bar with a slight gradient and a drop shadow effect.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

11

1) $-D + W \delta d = 0$
 $-L + W = 0$



$v_g \sin \delta_g = v \sin \alpha$
 $v_g \cos \delta_g = v \cos \alpha + v_w$
 $\rightarrow \tan \delta_g = \frac{v \cdot \delta d}{v + v_w} = \delta_g$

$L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L \sim C_L = \frac{2W}{\rho S v^2}$

$D = \frac{1}{2} \rho S v^2 (C_{D0} + \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2 v^4}) = W \delta d$; $\frac{1}{2} \rho^2 S^2 v^4 C_{D0} + 2KW^2 = W \delta d \cdot \rho S v^2$

$v^4 - \frac{2W \delta d}{\rho S C_{D0}} v^2 + \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2 C_{D0}} = 0$; $v^2 = \frac{2W \delta d}{\rho S C_{D0}} + \sqrt{\frac{4W^2 \delta d^2}{\rho^2 S^2 C_{D0}^2} - \frac{16KW^2}{\rho^2 S^2 C_{D0}}} = \frac{W \delta d}{\rho S C_{D0}} + \sqrt{\frac{W^2}{\rho^2 S^2 C_{D0}^2} (\delta d^2 - 4KC_{D0})}$

$v = \sqrt{\frac{\delta d W}{\rho S C_{D0}} + \frac{W}{\rho S C_{D0}} \sqrt{\delta d^2 - 4KC_{D0}}} = \sqrt{\frac{W}{\rho S C_{D0}} (\delta d + \sqrt{\delta d^2 - 4KC_{D0}})}$; $\delta d = \frac{\rho S v^2}{2W} (C_{D0} + \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2 v^4})$

$h_1' = \frac{v \cdot \delta d}{v + v_w} \cdot x_{12} = \frac{x_{12}}{v + v_w} \cdot \frac{\rho S v^3}{2W} (C_{D0} + \frac{4KW^2}{\rho^2 S^2 v^4}) = \frac{x_{12}}{v + v_w} \left(\frac{\rho S v^3 C_{D0}}{2W} + \frac{2KW}{\rho S v} \right)$

$h_1' = \frac{\rho S}{v + v_w} \cdot \frac{1}{2W} \left[C_{D0} v^3 + \frac{4KW^2}{v} \right]$

$\frac{dh_1'}{dv} = 0 = \frac{(3C_{D0} v^2 + \frac{-4KW^2}{v^2})(v + v_w) - (C_{D0} v^3 + \frac{4KW^2}{v})}{(v + v_w)^2} \Rightarrow \frac{2}{3} C_{D0} v^3 - \frac{4KW^2}{v} + 3C_{D0} v^2 v_w - \frac{4KW^2}{v^2} v_w - C_{D0} v^3 - \frac{4KW^2}{v}$

$2C_{D0} v^3 - 3C_{D0} v_w v^2 - \frac{8KW^2}{v} - \frac{4KW^2}{v^2} = 0$; $2C_{D0} v^5 - 3C_{D0} v_w v^4 - 8KW^2 v - 4KW^2 = 0$

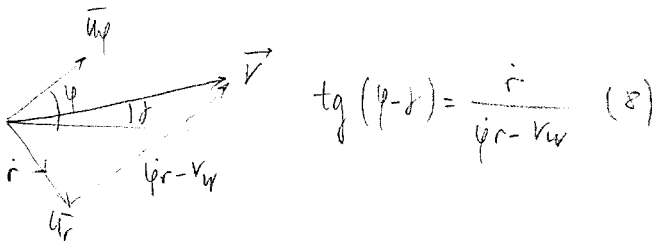
2) $\vec{v}_g = \vec{v} + \vec{v}_w$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

(3) $L = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_L$; $C_L = C_{L0} + C_{L\alpha}$ (5)



$$\operatorname{tg}(\psi - \beta) = \frac{i}{\psi r - v_w} \quad (8)$$

$$M_A = I_y \cdot \ddot{\eta} = \frac{1}{2} \rho v^2 S C_{MA} \quad (9)$$

$$C_{MA} = C_{M0} + C_{M\alpha} \alpha + C_{M\delta} \delta + C_{M\dot{\eta}} \dot{\eta} \quad (10)$$

10 eds.
11 incógnitas \rightarrow $\frac{16DL}{r}$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

H4 (20-06-98)

Tramo 1-2: v, δ ctes

Tramo 2-3:

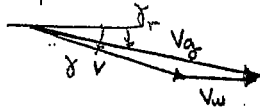
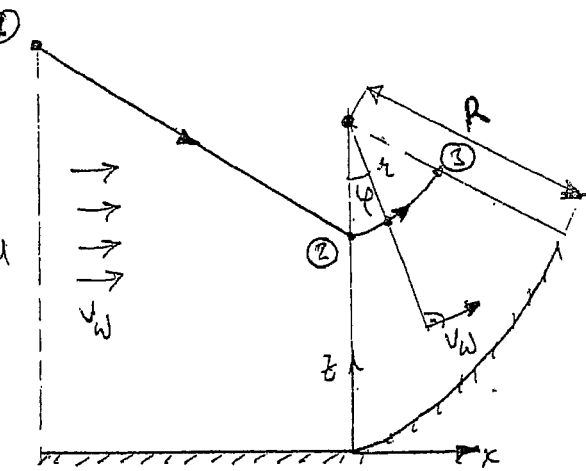
$$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha} + C_{L\delta} + C_{L\dot{\alpha}}$$

$\dot{\alpha}$ = amplitud velocidad angular

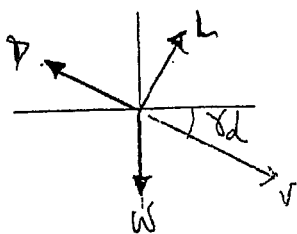
($\dot{\alpha} = \frac{1}{2} \rho v^2 =$ fuerza dinámica)

Hemos de calcular $h_1 = h(v)$ para luego $\frac{dh}{dv} = 0$

1 $\delta \ll \alpha \Rightarrow C_{L\delta} \approx C_{L\alpha} = \frac{v \delta_d}{v + v_w}$



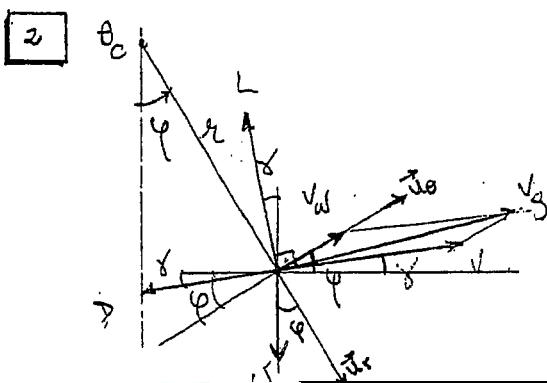
$$\tan \delta \approx \delta \approx \frac{v \sin \alpha}{v \cos \alpha + v_w} \approx \frac{v \delta}{v + v_w}$$



$$\begin{cases} L = W \Rightarrow C_L = \frac{2W}{\rho v^2 S} \\ D = W \delta_d \Rightarrow \delta_d = \frac{D}{W} = \frac{\rho v^2 S C_D}{2W} + \frac{2kW}{\rho v^2 S} \end{cases}$$

$$h_{12} \approx X_{12} \delta_d = X_{12} \frac{v}{v + v_w} \delta_d = \frac{v}{v + v_w} \cdot \frac{\rho S v^2}{2W} \left(C_{D0} + k \frac{4W^2}{\rho^2 v^4} \right) X_{12} = \frac{\rho S X_{12}}{v + v_w} \cdot \frac{1}{2W} \left(v^2 C_{D0} + \frac{4kW^2}{\rho^2 v^2} \right)$$

$$\frac{dh_{12}}{dv} = 0 \Rightarrow \frac{\rho S C_{D0}}{W} v^5 + \frac{3\rho S C_{D0} v_w}{2W} v^4 - \frac{4kW}{\rho S} v - \frac{2kWv_w}{\rho S} = 0$$



$\vec{v}_g = \vec{v} + \vec{v}_w$ (velocidad = arco circunferencial, en la trayectoria !)

Polares: $\vec{v} = \dot{r} \vec{u}_r + \dot{\phi} r \vec{u}_\phi$

$$\begin{cases} \frac{W}{S} (\dot{\phi}^2 r^2) = W \cos \phi - L \cos(\phi - \delta) - D \sin(\phi - \delta) \\ W (\dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2) = W \sin \phi + L \sin(\phi - \delta) + D \cos(\phi - \delta) \end{cases}$$

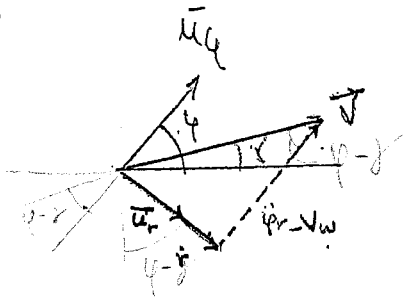
CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

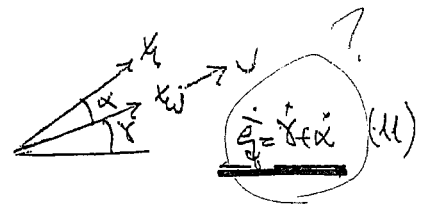
Hasta ahora tenemos...



*Ligaduras Cinemáticas:



$$t_g(\dot{\varphi} - \dot{\gamma}) = \frac{\dot{x}}{(\dot{\varphi} - \dot{\gamma})} \quad (8)$$



Praxis (velocidad en el punto vertical)

Nos falta 1 ec.:

Ecu. de momentos:

$$\vec{H} = \vec{I}\vec{\omega} \Rightarrow \frac{d\vec{H}}{dt} = \vec{I} \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \begin{bmatrix} I_x & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{xy} & I_y & I_{yz} \\ I_{xz} & I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\gamma} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = I_y \dot{\varphi}$$

$$\vec{H}_A = \vec{H}_G + \vec{H}_{G/A} = \frac{d\vec{H}}{dt} \Rightarrow \underline{I_y \dot{\varphi} = H_A = \frac{1}{2} \rho V^2 S C C_m = \rho S C C_m} \quad (9)$$

Hemos introducido 2 incógnitas nuevas: C_m y $\dot{\varphi}$

$$\underline{C_m = C_{m0} + C_{m\alpha} \alpha + C_{m\dot{\gamma}} \dot{\gamma} + C_{m\dot{\varphi}} \dot{\varphi}} \quad (10)$$

La ecu

Incógnitas: $\alpha, \dot{\varphi}, L, D, \dot{\gamma}, C, S, \rho, V, \dot{\gamma}, C_m, \dot{\varphi}$ } ~~total~~



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

H6: 30-06-98

Un planeador efectúa un vuelo simétrico en un plano vertical con las alas a nivel descompuesto en los dos tramos siguientes (ver figura):

Tramo 1-2: Vuelo con velocidad aerodinámica y ángulo de asiento de velocidad aerodinámica ($|\gamma| \ll 1$) constantes, en presencia de un viento horizontal de cola de módulo V_w constante y conocido.

Tramo 2-3: Vuelo no estacionario en un ladera (modelizada mediante un arco de circunferencia de centro O_c y radio R) con un viento de cola de módulo igual al del tramo anterior y cuya dirección es siempre perpendicular al radio vector que une O_c con el centro de masas del planeador.

Suponiendo además que:

- Se conocen las características geométricas, aerodinámicas y másicas del planeador necesarias para la resolución del problema (en concreto, la polar es parabólica con coeficientes constantes, $C_{L\delta_e} = C_{Lq} = 0$, etc)
- h_1 , x_{12} , R ($R > h_1$), φ_3 , ρ y g son constantes conocidas.
- La transición entre los dos tramos es despreciable.

Se pide:

1. Para el tramo 1-2, plantear un polinomio que permita obtener, en función de datos conocidos y, en caso necesario, de los grados de libertad matemáticos del problema, la velocidad aerodinámica V para la cual el planeador ha descendido la mínima altura al llegar al final del tramo.
2. Para el tramo 2-3, plantear un sistema de ecuaciones que permita determinar la velocidad aerodinámica V y el ángulo de asiento de velocidad γ , en función del tiempo, de la deflexión del timón de profundidad δ_e y, en caso necesario, del resto de grados de libertad matemáticos del problema.

No ME ATREVO.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

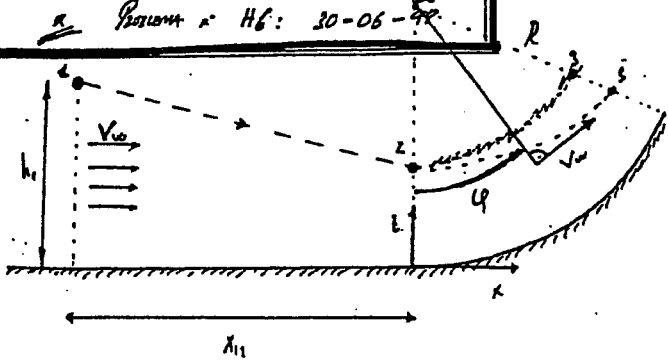
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow is cast below the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Problema n.º H6: 30-06-98

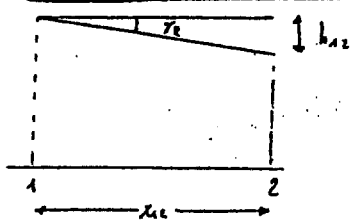


Tramo 1-2 $\rightarrow v_0 (v_{ax}) \equiv L(t)$
 $v_w = ct$

Tramo 2-3 \rightarrow Vuelo no estacionario

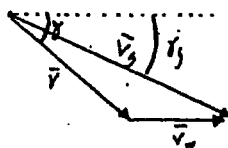
$C_L = C_{L0} + C_{L\alpha} + C_{L\beta} \cdot \beta + C_{L\dot{\beta}} \cdot \dot{\beta}$ → sólo en maniobras

17 Para el tramo 1-2, plantea un polinomio que permita obtener, en función de datos conocidos y, en caso necesario, de los grados de libertad matemáticos del problema, la velocidad aerodinámica V para la cual el planeador ha descendido la misma altura al llegar al final del tramo.



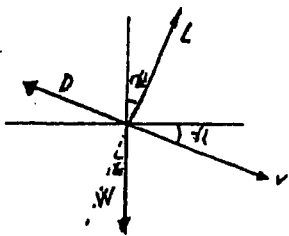
$b_y \tau_g = \frac{h_{22}}{x_{22}}$

$\vec{v}_3 = \vec{v} + \vec{v}_w$



con $\tau_{cd} \rightarrow \tau_g$ cd

$b_y \tau_g = \frac{V \cdot \sin \tau}{V \cos \tau + v_w} \approx \frac{V \cdot \tau}{V + v_w}$



$-L + W \cdot \cos \tau = 0 \rightarrow L = W$
 $-D + W \cdot \sin \tau = 0 \rightarrow D = \frac{W}{\tan \tau}$

$D = \frac{1}{2} \rho S V^2 (C_{D0} + k C_L^2)$

$\tau = \frac{D}{W} = \frac{1}{2W} \rho S V^2 C_{D0} + \frac{2kC_L^2 W}{\rho S V^2}$

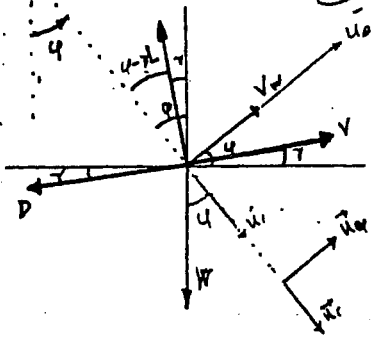
$h_{22} = x_{22} \cdot \frac{1}{V + v_w} \left[\frac{1}{2W} \rho S V^2 C_{D0} + \frac{2kC_L^2 W}{\rho S V^2} \right]$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

2) Para el trazo 2-3, plantear un sistema de ecuaciones que permita determinar la velocidad angular $\dot{\varphi}$ y el ángulo de ascenso de velocidad γ , en función del tiempo, de la deflexión del tirón a profundidad de y , si es necesario, del resto de datos de libertad matemática del problema.



¡ IMPORTANTE ! En cualquier problema para sistema general, con φ y $\dot{\varphi}$ y todos los parámetros positivos aunque luego vayan al caso.

Ecs. de cart.:

$$\ddot{u}_r = W \cos(\varphi) - L \cos(\varphi - \gamma) - D \sin(\varphi - \gamma) = \frac{W}{g} (\ddot{r} - \dot{\varphi}^2 r) \quad (1)$$

$$\ddot{u}_\theta = -W \sin(\varphi) + L \sin(\varphi - \gamma) - D \cos(\varphi - \gamma) = \frac{W}{g} (\ddot{\varphi} r + 2 \dot{\varphi} \dot{r}) \quad (2)$$

$$L = \frac{1}{2} \rho S V^2 C_L \quad (3)$$

$$C_L = C_{L1} + C_{L2} \quad (4)$$

$$D = \frac{1}{2} \rho S V^2 C_D \quad (5)$$

$$C_D = C_{D1} + k C_L^2 \quad (6)$$

$$\vec{V}_j = \vec{V} + \vec{V}_w \quad \left. \begin{array}{l} \vec{V}_j = \dot{r} \vec{u}_r + r \dot{\varphi} \vec{u}_\theta \\ \vec{V}_w = v_w \vec{u}_\varphi \end{array} \right\} \vec{v} = \dot{r} \vec{u}_r + (r \dot{\varphi} - v_w) \vec{u}_\varphi \Rightarrow \boxed{v^2 = \dot{r}^2 + (r \dot{\varphi} - v_w)^2} \quad (7)$$

$$C_m = C_{m0} + C_{m1} \alpha + C_{m2} \alpha^2 + C_{m3} \alpha^3$$

(8) Como nos piden que aparezca $\dot{\varphi}$, no queda más que tener C_m

Si lo empleamos la ec. de momento longitudinal y el momento es constante....

$$M = I_y \ddot{\varphi} = M_1 + M_2 + M_3 = q \cdot S \cdot z \cdot C_m \quad (9)$$

$$\ddot{\varphi} = \ddot{\theta} = \ddot{\alpha} + \ddot{\gamma} \quad (10) \quad \text{¡ RECORDAR !}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONÁUTICOS

UNIDAD DOCENTE DE MECÁNICA DEL VUELO
E. Final Junio "Mecánica del Vuelo I"

12.06.09

PROBLEMA 1º

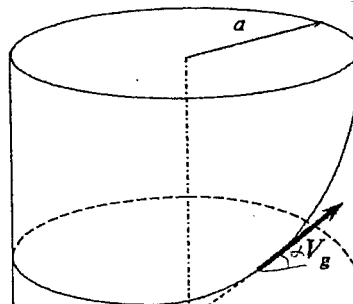
Se considera un planeador efectuando un viraje estacionario, en presencia de una corriente ascendente cuya velocidad es una constante conocida, V_w , con la velocidad aerodinámica contenida en su plano de simetría, con el módulo de la velocidad respecto de tierra, V_g , constante, y con el ángulo de asiento de la velocidad respecto de tierra asimismo constante.

Suponiendo además que:

- Se conocen todas las características geométricas, aerodinámicas y másicas del planeador necesarias para la resolución del problema (en particular, el peso W , la superficie alar S , los coeficientes constantes de la polar es parabólica, etc.).
- Los valores absolutos de los ángulos de asiento de velocidad aerodinámica y de velocidad respecto de tierra son pequeños.
- El radio del cilindro, a , sobre el que se describe la trayectoria es una constante conocida.
- ρ y g son constantes conocidas en el margen de alturas considerado.

Se pide:

- Plantear las ecuaciones dinámicas de fuerzas en ejes viento. Determinar el número de grados de libertad matemáticos del sistema.
- Determinar el máximo ángulo de asiento de velocidad aerodinámica que puede alcanzarse, así como el la velocidad aerodinámica y el coeficiente de sustentación para los que éste se produce.
- Determinar la velocidad mínima de viento, V_{wmin} , que debe existir para que el planeador no pierda altura.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

PROBLEMA 1:

1)

$$X_w : -D + W \cdot \operatorname{sen} \gamma_d = 0$$

$$Y_w : W \cdot \operatorname{sen} \mu \cdot \cos \gamma_d - \frac{W}{g} \cdot V \cdot \dot{\chi} \cdot \cos \mu \cdot \cos \gamma_d = 0$$

$$Z_w : -L + W \cdot \cos \mu \cdot \cos \gamma_d + \frac{W}{g} \cdot V \cdot \dot{\chi} \cdot \operatorname{sen} \mu \cdot \cos \gamma_d = 0$$

$$\dot{\chi} = V \cdot \frac{\cos \gamma_d}{a}$$

$$L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L \quad D = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_{D_0} + k C_L^2)$$

3 ecuaciones

4 variables dependientes: γ_d, V, μ, C_L

2)

$$\gamma_d = \gamma_d(V) = \frac{1}{2E_m} \left(\frac{V_B^2}{V^2} + \frac{V^2}{V_B^2} \left(1 + \frac{V_B^4}{g^2 a^4} \right) \right) = -\gamma$$

$$V_{\gamma_{max}} = \frac{V_B}{\sqrt[4]{1 + \frac{V_B^4}{g^2 a^4}}} \quad \gamma_{Max} = -\frac{1}{E_m} \cdot \sqrt{1 + \frac{V_B^4}{g^2 a^4}}$$

$$C_{L_{\gamma_{max}}} = C_{L_{opt}} \cdot \sqrt[4]{1 + \frac{2 \cdot V_B^4}{g^2 a^4}}$$

3)

$$\dot{h} = V_w - V \cdot \sin(\gamma_d) \approx V_w - V \cdot \gamma_d = V_w - V_d$$

$$V_d = \frac{1}{2E_m} \left(\frac{V_B^2}{V} + \frac{V^3}{V_B^2} \left(1 + \frac{V_B^4}{g^2 a^4} \right) \right)$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$P_L = P_L(V) = \frac{1}{25m} \left(\frac{V_B^2}{V^2} + \frac{V^2}{V_B^2} \right) \left(1 + \frac{V}{V_B} \right)$$

$$V_{max} = \frac{1}{2}$$

3 ecuaciones
 4 VD : Q_1, V, μ, C_L } → $N = 19$

$$\dot{x} = \frac{V \cos \theta}{a}$$

$$L = \frac{1}{2} g V^2$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2$$

- 1) $-D + W \cos \theta = 0$
- 2) $W \sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \rho V^2 \sin \theta \cos \theta = 0$
- 2m) $-L + W \cos \theta = 0 + \frac{1}{2} \rho V^2 \sin \theta \cos \theta$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow is cast beneath the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

$$M = W_w - V_{max} Q_d \approx W_w - V Q_d = W_w - V_d$$

$$V_d = \frac{1}{2F_m} \left(\frac{V_B^2}{V} + \frac{V^3}{V_B^2} \left(1 + \frac{V_B^4}{g^2 a^2} \right) \right)$$

$$V_{max} = \frac{W_w}{\frac{1}{2F_m} \left(\frac{V_B^2}{V} + \frac{V^3}{V_B^2} \left(1 + \frac{V_B^4}{g^2 a^2} \right) \right)}$$

$$V_{max} = \frac{2F_m W_w}{V_B^2 \left(1 + \frac{V^3}{V_B^2} \left(1 + \frac{V_B^4}{g^2 a^2} \right) \right)}$$

$$V_{max} = \frac{2F_m W_w}{V_B^2 \left(1 + \frac{V^3}{V_B^2} \left(1 + \frac{V_B^4}{g^2 a^2} \right) \right)}$$

$$V_{max} = \frac{2F_m W_w}{V_B^2 \left(1 + \frac{V^3}{V_B^2} \left(1 + \frac{V_B^4}{g^2 a^2} \right) \right)}$$

$$V_{max} = \frac{2F_m W_w}{V_B^2 \left(1 + \frac{V^3}{V_B^2} \left(1 + \frac{V_B^4}{g^2 a^2} \right) \right)}$$

$$V_{max} = \frac{2F_m W_w}{V_B^2 \left(1 + \frac{V^3}{V_B^2} \left(1 + \frac{V_B^4}{g^2 a^2} \right) \right)}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

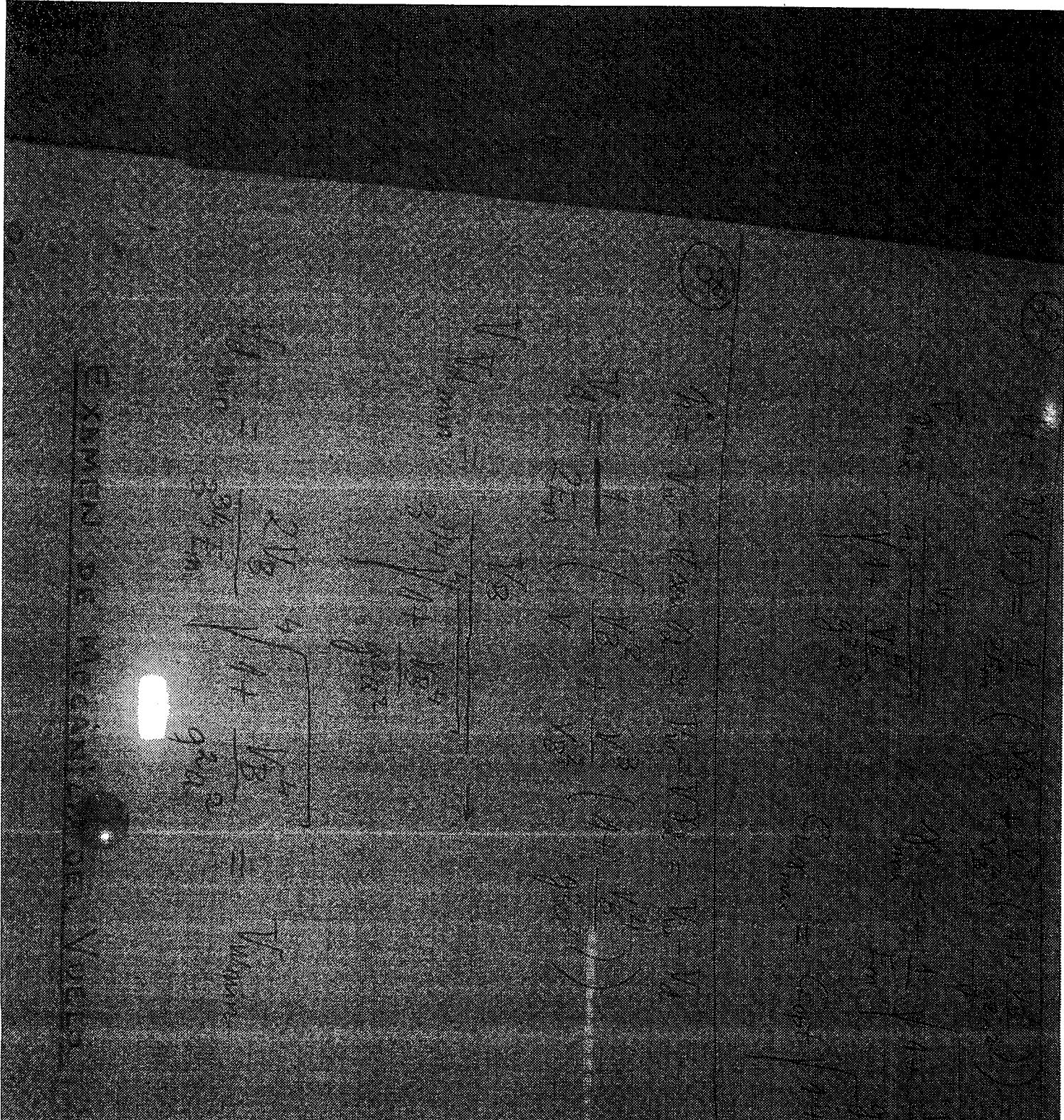
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow effect is visible beneath the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**



Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow is cast below the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONÁUTICOS

UNIDAD DOCENTE DE MECÁNICA DEL VUELO
E. Final Junio "Mecánica del Vuelo I"

12.06.09

PROBLEMA 1º

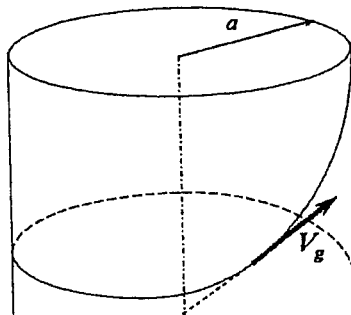
Se considera un planeador efectuando un viraje estacionario, en presencia de una corriente ascendente cuya velocidad es una constante conocida, V_w , con la velocidad aerodinámica contenida en su plano de simetría, con el módulo de la velocidad respecto de tierra, V_g , constante, y con el ángulo de asiento de la velocidad respecto de tierra asimismo constante.

Suponiendo además que:

- Se conocen todas las características geométricas, aerodinámicas y másicas del planeador necesarias para la resolución del problema (en particular, el peso W , la superficie alar S , los coeficientes constantes de la polar es parabólica, etc.).
- Los valores absolutos de los ángulos de asiento de velocidad aerodinámica y de velocidad respecto de tierra son pequeños.
- El radio del cilindro, a , sobre el que se describe la trayectoria es una constante conocida.
- ρ y g son constantes conocidas en el margen de alturas considerado.

Se pide:

- Plantear las ecuaciones dinámicas de fuerzas en ejes viento. Determinar el número de grados de libertad matemáticos del sistema.
- Determinar el máximo ángulo de asiento de velocidad aerodinámica que puede alcanzarse, así como α la velocidad aerodinámica y el coeficiente de sustentación para los que éste se produce.
- Determinar la velocidad mínima de viento, V_{wmin} , que debe existir para que el planeador no pierda altura.



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

Cartagena99

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, blue, serif font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue, abstract background that resembles a stylized arrow or a splash of paint pointing to the right.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

PDUE

PROBLEMA 13

Se considera un planeador cuyas características aerodinámicas, geométricas y másicas se suponen conocidas, realizando un viraje simétrico estacionario.

Suponiendo que:

- a) El valor absoluto del ángulo de asiento de velocidad es mucho menor que uno.
- b) La atmósfera está en calma.
- c) Las variaciones de densidad con la altura son despreciables.
- d) La polar es parabólica de coeficientes constantes.

Se pide:

- 1º) Plantear las ecuaciones del sistema adimensionalizándolas en la forma usual. Determinar el número de grados de libertad matemáticos del mismo.
- 2º) Determinar el número de vueltas máximo que el planeador puede dar en su descenso desde una altura h_1 hasta llegar al suelo, así como la velocidad, el ángulo de balance y el factor de carga para los que se satisface dicha condición. Razonar la influencia de la carga alar y de los parámetros aerodinámicos en el número de vueltas máximo obtenido.

PLANEADOR : VIRAJE SIMÉTRICO ESTACIONARIO
CON R_1 Y CES \Rightarrow HELICÉ

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

PROBLEMA 14

Un avión describe la trayectoria acrobática esquematizada en las figuras adjuntas, que consiste en una hélice sobre un cilindro de eje horizontal y de radio R , con ángulo de paso δ y con velocidad V , siendo R, δ, V constantes conocidas del problema.

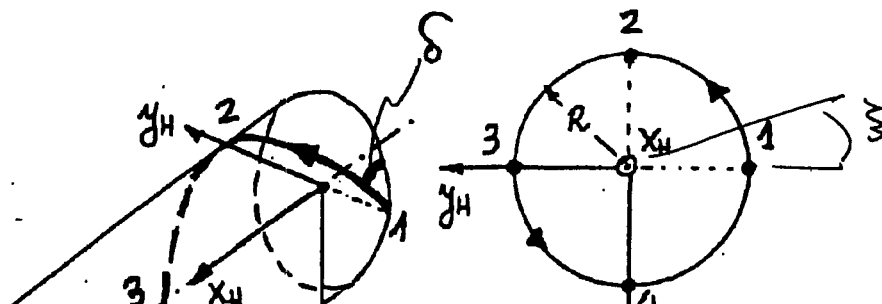
Suponiendo que:

- Se conocen todas las características geométricas, aerodinámicas y másicas del avión (entre ellas: $C_D = C_{D_0} + k C_L^2$, $C_L = C_{L_0} + C_{L_\alpha} \alpha$, con $C_{D_0}, k, C_{L_0}, C_{L_\alpha}$ constantes conocidas; peso del avión W constante).
- El empuje del avión está siempre dirigido según el eje x_w y es independiente de la altura y la velocidad.
- La atmósfera está en calma y sus variaciones de densidad con la altura son despreciables.
- Los ejes x_H, y_H, z_H representados en las figuras son paralelos a los ejes tierra correspondientes.
- El vuelo es simétrico.

Se pide:

- Determinar los ángulos de asiento y guiñada de velocidad en función del tiempo, $\gamma = \gamma(t), \chi = \chi(t)$, y representarlos gráficamente.
- Plantear el sistema de ecuaciones cinemáticas y dinámicas del avión.
- Determinar el empuje del avión T , el ángulo de balance de velocidad μ y el ángulo de ataque α en función de los grados de libertad matemáticos del problema o, en su caso, del tiempo.

NOTA: La maniobra acrobática descrita es una idealización matemática del denominado **TONEL VOLADO**



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

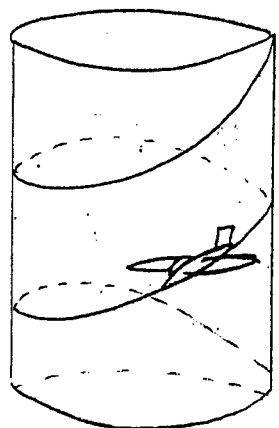
ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

PROBLEMA 12 (20-11-1990)

problema 13

- VIRAJE SIMÉTRICO ESTACIONARIO
- $|X| \ll 1$
- ATMÓSFERA EN CALMA, $V_w = 0 \rightarrow \vec{v}_g = \vec{v}$
- $g \neq g(h)$
- $C_D = C_{D0} + k C_L^2$, de coeficientes constantes.

1) Puesto que el viraje es simétrico y estacionario, el radio de giro y el ángulo de descenso de la trayectoria son constantes, luego la trayectoria es una hélice contenida en un cilindro circular.



la trayectoria presenta μ , δ y X .

Vamos a plantear las ecuaciones genéricas básicas de un problema de actuaciones y luego las simplifiaremos adaptándolas a nuestro problema.
(En ejes viento)

ECUACIONES DINÁMICAS

$$\begin{cases} T \cos \epsilon \cos \nu - D - W \sin \delta - m \dot{v} = 0 \\ T \cos \epsilon \sin \nu - Q + W \sin \mu \cos \delta - m v (\dot{X} \cos \delta \cos \mu - \dot{\delta} \sin \mu) = 0 \\ -T \sin \epsilon - L + W \cos \mu \cos \delta + m v (\dot{\delta} \cos \mu + \dot{X} \cos \delta \sin \mu) = 0 \end{cases}$$

del libro

$\downarrow T=0$ (Pbreador); $Q=0$ (simétrico); $\dot{\delta} = \dot{v} = 0$ (estacionario)

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



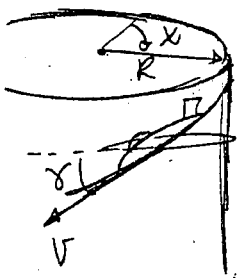
De (2) $\rightarrow W \cos \delta = \frac{W}{g} V \dot{x} \cos \delta \cos \mu / R \sin \mu$

Sustituyendo en (3) $-L + \frac{W}{g} \frac{V \dot{x} \cos \delta \cos^2 \mu}{R \sin \mu} = -\frac{W}{g} V \dot{x} \cos \delta \sin \mu$

$-L \sin \mu = -\frac{W}{g} V \dot{x} \cos \delta \cos^2 \mu - \frac{W}{g} V \dot{x} \cos \delta \sin^2 \mu = -\frac{W}{g} V \dot{x} \cos \delta$

$\rightarrow L \sin \mu = \frac{W}{g} V \dot{x} \cos \delta \rightarrow L \sin \mu = \frac{W}{g} \frac{V^2}{R} \cos^2 \delta \quad (3^*)$

Circle



$\dot{x} R = V \cos \delta$

$V \cos \delta = L \frac{V \dot{x} \cos \delta \cos^2 \mu}{R \sin \mu}$

Si ahora sustituimos (3*) en (2): $L \cos \mu = W \cos \delta \quad (2^*)$

El sistema queda:

$$\begin{cases} -W \sin \delta - D = 0 \\ L \sin \mu = \frac{W}{g} \frac{V^2}{R} \cos^2 \delta \\ L \cos \mu = W \cos \delta \\ C_D = C_{D0} + K C^2 \end{cases}$$

$(D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D)$

A dimensionalizando con $V_0 = \sqrt{\frac{2W}{\rho S}} \sqrt{\frac{K}{C_{D0}}}$

velocidad base $\epsilon_m = \frac{1}{2 \sqrt{K C_{D0}}}$ eficiencia maximo.

$-W \sin \delta - D = 0 \rightarrow -\epsilon_m \sin \delta - \frac{D}{W} = 0 \rightarrow \hat{D} = -\epsilon_m \sin \delta$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$C_D = C_{D0} + K C^2$

DE TERMINA

$\hat{D} = \frac{D}{W} = \frac{1}{2} \left(V + \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

Por tanto tenemos:

$$\hat{D} = -Em \sin \delta$$

$$n \sin \mu = \frac{\hat{V}^2}{\hat{R}} \cos^2 \delta$$

$$n = \frac{\cos \delta}{\cos \mu}$$

$$\hat{D} = \frac{DEm}{W} = \frac{1}{2} \left(\hat{V}^2 + \frac{n^2}{\hat{V}^2} \right)$$

$$\delta \ll 1$$

$$\sin \delta \approx \delta$$

$$\cos \delta \approx 1$$

$$\hat{D} = -Em \delta$$

$$n \sin \mu = \frac{\hat{V}^2}{\hat{R}}$$

$$n = \frac{1}{\cos \mu}$$

$$\hat{D} = \frac{DEm}{W} = \frac{1}{2} \left(\hat{V}^2 + \frac{n^2}{\hat{V}^2} \right)$$

Tenemos un sistema de 4 ecuaciones con 6 incógnitas $n, \mu, \delta, \hat{R}, \hat{V}, \hat{D}$
 N° GRADOS DE LIBERTAD = 2

Ecuaciones Cinemáticas

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= V \cos \delta \cos \chi \\ \dot{y} &= V \cos \delta \sin \chi \\ \dot{h} &= V \sin \delta = -\dot{z} \end{aligned} \right\}$$

Al sistema anterior se puede añadir la ecuación:

$$n = \hat{V}^2 \frac{C_L}{C_{opt}} ; C_{opt} = \sqrt{\frac{C_D}{K}}$$

(pero se añade una incógnita más)

2) Si se desarrolla la hélice de la trayectoria obtenemos una línea recta inclinada un ángulo δ . Cada vez que el planeador da una vuelta de la hélice $\chi = 2\pi$.

$\delta \ll 1$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



Para que N_{max} reentremos $(R\delta)_{min}$

Tenemos que resolver el sistema que obtena R y δ e imponer $(R\delta)_{min}$:

$$* \hat{D} = -E_m \gamma \rightarrow \gamma = -\frac{\hat{D}}{E_m} \rightarrow |\gamma| = \frac{\hat{D}}{E_m} = \frac{1}{2E_m} \left(\hat{V}^2 + \frac{n^2}{\hat{V}^2} \right) \quad (A)$$

$$* n = \hat{V}^2 \frac{C}{C_{opt}} \quad (B)$$

$$* n = \frac{1}{\cos \mu} \rightarrow \sin \mu = \sqrt{1 - \cos^2 \mu} = \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} = \sqrt{n^2 - 1} \cdot \frac{1}{n}$$

$$* n \sin \mu = \frac{\hat{V}^2}{R} \rightarrow \cancel{n} \cdot \frac{1}{\cancel{n}} \sqrt{n^2 - 1} = \frac{\hat{V}^2}{R} \rightarrow \hat{R} = \frac{\hat{V}^2}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad (C)$$

Por tanto con (A), (B) y (C)

$$|\gamma \hat{R}| = \frac{1}{2E_m} \left(\hat{V}^2 + \frac{\hat{V}^4 (C/C_{opt})^2}{\hat{V}^2} \right) \cdot \frac{\hat{V}^2}{\sqrt{\frac{\hat{V}^4 (C/C_{opt})^2}{\hat{V}^2} - 1}} =$$

$$= \frac{1}{2E_m} \left(1 + \frac{C^2}{C_{opt}^2} \right) \hat{V}^4 \cdot \frac{1}{\cancel{\hat{V}^2} \cdot \cancel{\hat{V}^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{\hat{V}^4 C^2}{C_{opt}^2} - 1}} = \frac{1}{2E_m} \left(1 + \frac{C^2}{C_{opt}^2} \right) \cdot \frac{\hat{V}^4}{\sqrt{\frac{\hat{V}^4 C^2}{C_{opt}^2} - 1}}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

$$\frac{\partial(\widehat{R})}{\partial \widehat{V}} = \frac{1}{2\epsilon_m} \left(1 + \frac{a^2}{C_{opt}^2} \right) \cdot \left[\frac{4\widehat{V}^3 \cdot \sqrt{\frac{\widehat{V}^4 a^2}{C_{opt}^2} - 1} - \widehat{V}^4 \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{\widehat{V}^4 a^2}{C_{opt}^2} - 1}} \cdot \frac{a^2}{C_{opt}^2} \cdot 4\widehat{V}^3}{\left(\sqrt{\frac{\widehat{V}^4 a^2}{C_{opt}^2} - 1} \right)^2} \right] = 0$$

$$\cancel{4\widehat{V}^3} \sqrt{\frac{\widehat{V}^4 a^2}{C_{opt}^2} - 1} = \cancel{4\widehat{V}^3} \cdot \widehat{V}^4 \cdot \frac{a^2}{C_{opt}^2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{\widehat{V}^4 a^2}{C_{opt}^2} - 1}}$$

$$2 \left(\frac{\widehat{V}^4 a^2}{C_{opt}^2} - 1 \right) = \widehat{V}^4 \frac{a^2}{C_{opt}^2}$$

$$2 \frac{a^2}{C_{opt}^2} \widehat{V}^4 - 2 = \widehat{V}^4 \frac{a^2}{C_{opt}^2} ; \quad \widehat{V}^4 = \frac{C_{opt}^2}{a^2} \cdot 2$$

Por tanto: $\boxed{\widehat{V}|_{(R)\min} = \sqrt[4]{2 \frac{C_{opt}^2}{a^2}} = \sqrt[4]{2} \sqrt{\frac{C_{opt}}{a}}}$

Sustituyendo en $(\widehat{R}) = \frac{1}{2\epsilon_m} \left(1 + \frac{a^2}{C_{opt}^2} \right) \cdot \frac{2 \cdot \frac{C_{opt}^2}{a^2}}{\sqrt{2 \frac{C_{opt}^2}{a^2} \cdot \frac{a^2}{C_{opt}^2} - 1}} =$

$$= \frac{1}{\epsilon_m} \left(\frac{C_{opt}^2}{a^2} + 1 \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{1}} = \frac{1}{\epsilon_m} \left(\frac{C_{opt}^2}{a^2} + 1 \right) \quad (\text{Mínimo si } C_L = C_{MAX})$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$N_{max} = \frac{h_1 g}{2\pi} \frac{ps}{2W} \sqrt{\frac{C_0}{K}} \cdot \frac{1}{2\sqrt{K C_0}} \cdot \frac{1}{\left(\frac{C_{opt}^2}{C_{MAX}^2} + 1\right)} =$$

$$= \frac{h_1 g S}{8\pi W K} \cdot \frac{1}{\left(\frac{C_0}{K C_{MAX}^2} + 1\right)} = \frac{h_1 g S}{8\pi W \left(\frac{C_0}{C_{MAX}^2} + K\right)}$$

$$N_{max} = \frac{h_1 g S}{8\pi W \left(\frac{C_0}{C_{MAX}^2} + K\right)}$$

Si $\left(\frac{W}{S}\right) \uparrow$ $N_{max} \downarrow$
 $C_0 \uparrow$ $N_{max} \downarrow$
 $K \uparrow$ $N_{max} \downarrow$

$$V_{N_{MAX}} = \hat{V} \cdot V_B = 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{C_{opt}}{C_{MAX}}} \cdot \sqrt{\frac{2W}{ps}} \cdot \sqrt{\frac{K}{C_0}} = 4\sqrt{2} \sqrt{\frac{2W}{ps C_{MAX}}}$$

$$\gamma_{N_{MAX}} = \frac{1}{2E_m} \cdot \left(\sqrt{2} + \frac{\sqrt{4} \frac{C_{MAX}^2}{C_{opt}^2}}{\sqrt{2}} \right) = \frac{\sqrt{2}}{2E_m} \cdot \left(1 + \frac{C_{MAX}^2}{C_{opt}^2} \right) =$$

$$= \frac{1}{2E_m} \sqrt{2} \frac{C_{opt}}{C_{MAX}} \left(1 + \frac{C_{MAX}^2}{C_{opt}^2} \right) = \frac{\sqrt{2}}{C_{MAX}} (C_0 + K C_{MAX}^2)$$

$$n) - \sqrt{2} C_{MAX} = \sqrt{2} \frac{C_{opt}}{C_{MAX}} C_{MAX}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

PROBLEMA 13 CLASE

PLANEADOR ⇒ VIRAJE SIMÉTRICO ESTACIONARIO

$|T| \ll 1$

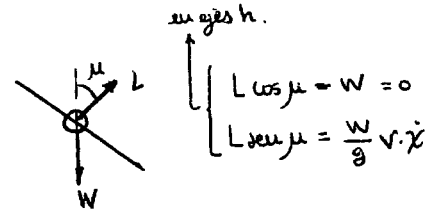
Atmósfera en calma $V_w = 0$

$C_D = C_{D0} + K C_L^2 \rightarrow K, C_{D0} = \text{const}$

1 Ecs. del SISTEMA y n° de gdl

$$\begin{cases} T \cos \delta \cos \mu - mg \cos \delta - D = m \ddot{x} \\ T \sin \delta \cos \mu + mg \sin \delta \cos \mu - Q = m V (-\dot{x} \sin \mu + \dot{x} \cos \delta \sin \mu) \\ -T \sin \delta - L + mg \cos \delta \sin \mu = -m V (\dot{\delta} \cos \mu + \dot{x} \sin \delta \sin \mu) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_e = V \cos \delta \cos \chi \\ \dot{y}_e = V \sin \delta \cos \chi \\ \dot{h} = V \sin \delta \end{cases}$$



Planeador $T = 0$

Vuelo simétrico $\beta = \nu = 0 \rightarrow Q = 0$

Vuelo estacionario

$|T| \ll 1$

$\dot{x} = 0$

$$\begin{cases} D + W \delta = 0 \quad (1) \\ W \sin \mu = \frac{mg}{g} \cdot V \cdot \dot{x} \cos \mu \quad (2) \\ W \cos \mu - L = -\frac{mg}{g} V \dot{x} \sin \mu \quad (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_e = V \cos \chi \\ \dot{y}_e = V \sin \chi \\ \dot{h} = V \cdot \delta \end{cases}$$

$$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D$$

$$C_D = C_{D0} + K C_L^2$$

ADIMENSIONALIDAD

$$\begin{cases} \text{Ecu. 1: } T \cos \delta = 0 \\ \text{Ecu. 2: } W \sin \mu = \frac{mg}{g} V \dot{x} \cos \mu \\ \text{Ecu. 3: } W \cos \mu - L = -\frac{mg}{g} V \dot{x} \sin \mu \\ \text{Ecu. 4: } \dot{x}_e = V \cos \chi \\ \text{Ecu. 5: } \dot{y}_e = V \sin \chi \\ \text{Ecu. 6: } \dot{h} = V \cdot \delta \\ \text{Ecu. 7: } D = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_{D0} + \frac{C_L^2}{C_{Lopt}}) \\ \text{Ecu. 8: } n = \dot{x}^2 \frac{C_L}{C_{Lopt}} \end{cases}$$

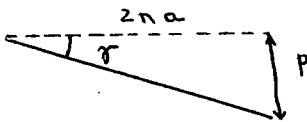
VAR. DEPEND: $\dot{x}_e, \dot{y}_e, \dot{h}, V, \delta, \chi, \mu, \rho, n, C_L \equiv 10$

Ecs: 8

$N = 2$

2 VUELTAS QUE PUEDE DAR en el DESCENSO desde h, hasta el suelo

P = paso de la hélice ⇒ lo que baja en una vuelta.



$\text{tg } \delta \approx r = \frac{p}{2\pi a} ; P = 2\pi a \delta \Rightarrow N = \frac{h}{2\pi a \delta}$ necesitamos a (1)

(2) $\text{tg } \mu = \frac{V}{g} \dot{x} = \frac{V^2}{g a} \rightarrow V^2 = g a \text{tg } \mu$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$a \cdot |T| = \frac{mg}{g \sin \delta} \left[\frac{C_L^2}{C_L^2 + K} \right]$

$N_{\text{máx}} = \frac{h}{2\pi a \delta}$

$(\text{sen } 2\mu)_{\text{máx}} = 1 \Rightarrow \mu = \pi/4$

$N_{\text{máx}} = \frac{h}{2\pi a \delta} \left(\frac{C_{L0}}{C_{L0} + K} \right)$

$V^2 = \frac{4W}{\rho S C_{L\text{máx}}}$



The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, teal-colored font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a white shadow is cast beneath the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

PROBLEMA B

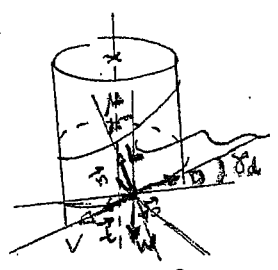
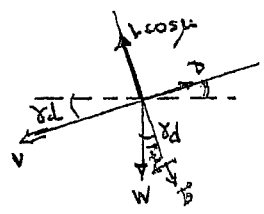
• Relaciones dinámicas

1).

$$\vec{E}: -D + W \cos \delta_d = 0 \quad (1)$$

$$\vec{R}: L \sin \mu - \frac{W}{g} \frac{V^2}{S} = 0 \quad (2)$$

$$\vec{b}: L \cos \mu - W \cos \delta_d = 0 \quad (3)$$



adimensionalizar

$$\begin{cases} R \sin \mu = \frac{V_B^2}{gR} \hat{D}^2 \cos^2 \delta_d \\ R \cos \mu = \cos \delta_d \\ \hat{D} = \frac{DE_m}{W} = E_m \sin \delta_d \end{cases}$$

$$\boxed{f = \frac{R}{\cos^2 \delta_d}}$$

$$V = V_B \cdot \hat{V}$$

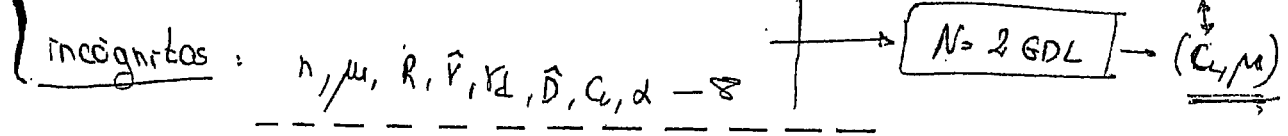
De las Características aerodinámicas del avión: Como $\delta_d \ll 1 \Rightarrow f \approx R$

$$\hat{D} = \frac{1}{2} \left(\hat{V}^2 + \frac{1}{f^2} \right) \quad (4)$$

$$h = \frac{\hat{V}^2 C_L}{C_{Dpt}} \quad (5); \quad C_L = C_L(\alpha) \quad (6)$$

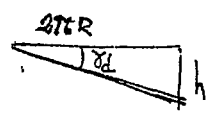
• V_B es dato (ya que los variadores de g son despreciables)

$\left\{ \begin{array}{l} \text{nº ecs: } 6 \\ \text{incógnitas: } \end{array} \right.$



2)

• altura por vuelta:



$$h = 2\pi R \cdot \sin \delta_d \approx 2\pi R \delta_d \quad \left\{ \delta_d \ll 1 \right.$$

$$N \cdot 2\pi R \cdot \delta_d = h_i \rightarrow \boxed{N = \frac{h_i}{2\pi R \delta_d}}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$\gamma = -\frac{1}{C_L \cos \mu} (C_{D0} + k C_L^2) = |\gamma(\mu, C_L)|$$

Buscamos ahora minimizar el producto R. sen δ para alcanzar N_{max} :

$$|R\gamma| = \frac{4W}{gS} \cdot \frac{1}{\sin 2\mu} \left(\frac{C_{D0}}{C_L^2} + k \right) \xrightarrow{|R\gamma|_{min}} \begin{cases} \mu = \frac{\pi}{4} \\ C_L = C_{Lmax} \end{cases}$$

$$N_{max} = \frac{gS h_r}{\pi W \left(\frac{C_{D0}}{C_{Lmax}^2} + k \right)}$$

Para los cond. de N_{max} :

$$\begin{cases} v_{N_{max}}^2 = \frac{2\sqrt{2}W}{gS C_{Lmax}} \\ (\gamma_d)_{N_{max}} = \frac{\sqrt{2}}{C_{Lmax}} (C_{D0} + k C_{Lmax}^2) \\ n_{N_{max}} = \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} \frac{W}{S} \downarrow \\ C_{D0} \downarrow \\ k \downarrow \\ \text{(alargamiento grande)} \end{array} \left| \Rightarrow N_{max} \uparrow \right.$$

Viraje estacionario
planeador

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

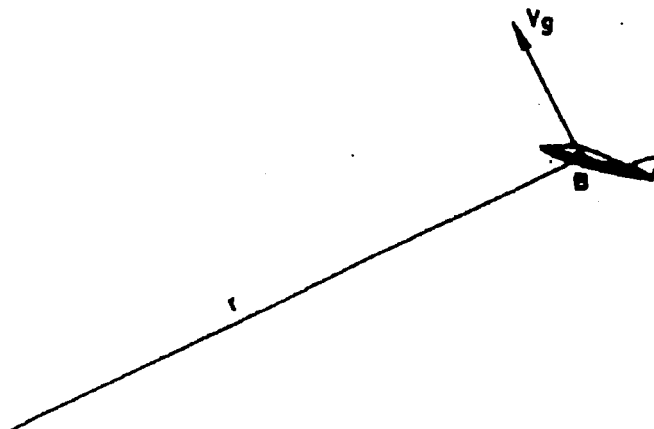
PROBLEMA 6

La figura representa un planeador, con polar parabólica y cuyas características aerodinámicas, geométricas y másicas se consideran conocidas, unido al suelo por su centro de gravedad mediante el cable AB, de longitud r , sin peso y de resistencia aerodinámica despreciable. El centro de gravedad del planeador describe una trayectoria situada en un plano vertical con un viento de cara uniforme de velocidad V_w .

Suponiendo que el movimiento tiene lugar a C_L constante y conocido, se pide:

- 1º) Plantear las ecuaciones del movimiento del centro de gravedad del avión en el sistema de ejes intrínsecos y determinar el número de grados de libertad matemáticos del sistema.
- 2º) Determinar el ángulo polar, δ , de equilibrio.
- 3º) Determinar el valor de C_L que maximiza el ángulo δ de equilibrio obtenido en el apartado anterior y determinar su límite cuando

$$\frac{W}{\frac{1}{2} \rho V_w^2 S} \rightarrow 0$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

C-101

PROBLEMA 5

Se considera un avión de peso W y de superficie alar S , conocidos, provisto de motores con empuje orientable que está realizando una subida simétrica rectilínea estacionaria.

Suponiendo que todos los ángulos que intervienen en el problema no son pequeños, se pide:

- 1º) Plantear las ecuaciones del sistema y determinar el número de grados de libertad matemáticos del mismo.
- 2º) Determinar el ángulo de asiento de velocidad, γ , en función de E , T/W y ε (ángulo de ataque del empuje).
- 3º) Determinar el ángulo de ataque del empuje que maximiza el ángulo de asiento de velocidad. Interpretar geoméricamente la solución obtenida.

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70

PROBLEMA 6 CLASE

PLANEADOR

POLAR PARABÓLICA $\rightarrow C_D = C_{D0} + K C_L^2$

CARACT. AERODINÁMICA, GEOMÉTRICAS, MASICAS = CONOCIDAS

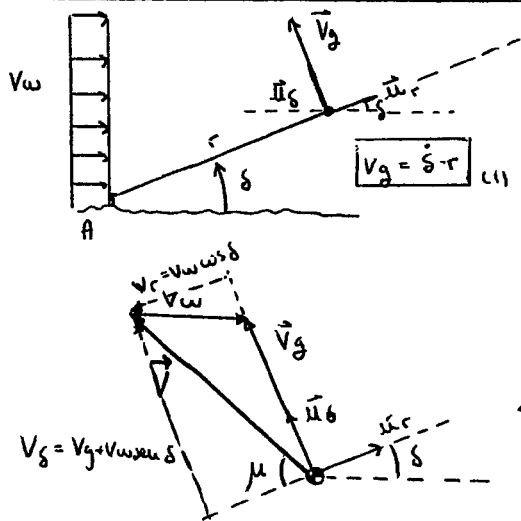
CABLE AB \rightarrow lo más al suelo $\left\{ \begin{array}{l} \text{longitud } r \\ \text{sin peso} \\ \text{resist. aerodinám. } \approx \text{ despreciable} \end{array} \right.$

PLANO VERTICAL

VIENTO UNIFORME V_w

MOVIM. μ CL = cte

1 ELS. del MOVIM. en Ejes INTRÍNSECO + N^2 de g de



$C_L = cte \Rightarrow d = cte = \text{CONOCIDO}$

$$\vec{V}_g = \vec{V} + \vec{V}_w \quad \left\{ \begin{array}{l} \vec{V}_g = V_g \cdot \vec{u}_s \\ \vec{V}_w = V_w \cdot \cos \delta \vec{u}_r + V_w(-\text{sen} \delta) \cdot \vec{u}_s \end{array} \right.$$

Así $\vec{V} = (V_g + V_w \text{sen} \delta) \vec{u}_s - V_w \cos \delta \vec{u}_r$

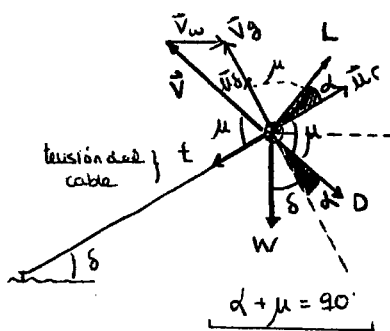
$$\vec{V} = \vec{V}_g - \vec{V}_w \quad \left\{ \begin{array}{l} |\vec{V}| = \sqrt{V_g^2 + V_w^2 \text{sen}^2 \delta + 2V_g V_w \text{sen} \delta + V_w^2 \cos^2 \delta} \\ \vec{V}^2 = V_g^2 + V_w^2 + 2V_g V_w \text{sen} \delta \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\vec{V} = -V \cos \mu \vec{u}_r + V \text{sen} \mu \vec{u}_s$$

$$\tan \mu = \frac{V_s}{V_r} = \frac{V_g + V_w \text{sen} \delta}{-V_w \cos \delta} = -\frac{V_g}{V_w \cos \delta} - \tan \delta \quad (2)$$

Ya tenemos de $\left\{ \begin{array}{l} (1) \rightarrow V_g = V_g(\delta, r) \\ (2) \rightarrow V = V(V_g, V_w, \delta) \\ (3) \rightarrow \mu = \mu(V_g, V_w, \delta) \end{array} \right.$

EQUILIBRIO de FUERZAS



$m = \frac{W}{g}$
 $\sum \vec{F} = (m) \vec{a}_g = 0$

① $\vec{V}_g = \dot{r} \vec{u}_r + \dot{s} r \vec{u}_s = \dot{s} r$
 $\vec{a}_g = (\ddot{r} - \dot{s}^2 r) \vec{u}_r + (\dot{s} r + 2\dot{s} \dot{r}) \vec{u}_s$
 $\hookrightarrow \vec{a}_g = -\dot{s}^2 r \vec{u}_r + \dot{s} r \vec{u}_s$

② $L \rightarrow L \cos \alpha \vec{u}_r + L \text{sen} \alpha \vec{u}_s = L \text{sen} \mu \vec{u}_r + L \cos \mu \vec{u}_s$
 $D \rightarrow D \cos \mu \vec{u}_r - D \text{sen} \mu \vec{u}_s$
 $W \rightarrow -W \text{sen} \delta \vec{u}_r - W \cos \delta \vec{u}_s$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



$V^2 = V_w^2 + V_g^2 + 2V_w V_g \text{sen} \delta \quad (6) \quad V_g = \dot{s} r(\delta)$

2 DETERMINAR ANGULO POLAR de EQUIL. δ

en el equilibrio $\Sigma \vec{F} = 0 \rightarrow \vec{a}_g = 0 \rightarrow \begin{cases} \dot{\delta} = 0 \\ \ddot{\delta} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \delta = cte \\ V_g = \dot{\delta} r = 0 \end{cases}$

$\Sigma \vec{F} = 0$

$$\begin{cases} L \sin \mu + D \cos \mu - t - W \sin \delta = 0 \\ L \cos \mu - D \sin \mu - W \cos \delta = 0 \end{cases}$$

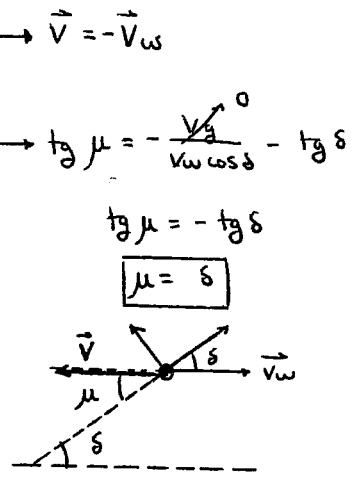
$$\begin{cases} L \sin \delta + D \cos \delta - t - W \sin \delta = 0 \quad (1) \\ L \cos \delta - D \sin \delta - W \cos \delta = 0 \quad (2) \end{cases}$$

(2) $(L - W) \cos \delta - D \sin \delta = 0 \Rightarrow \tan \delta = \frac{L - W}{D}$

Donde $L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L = \frac{1}{2} \rho S \cdot V_w^2 \cdot C_L$

$D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D = \frac{1}{2} \rho S \cdot V_w^2 \cdot [C_{D0} + K C_L^2]$

$$\tan \delta = \frac{C_L - \frac{1}{2} \rho S V_w^2}{C_{D0} + K C_L^2}$$



3 VALOR de C_L que MAXIMIZA δ de equilibrio obtenidos antes. LIMITE CUANDO $W / \frac{1}{2} \rho V_w^2 \rightarrow 0$

$\delta_{eq} = \arctan [\quad] = \arctan K_0$

$$\frac{\partial \delta_{eq}}{\partial C_L} = \frac{1}{1 + K_0} \cdot \frac{\partial (K_0)}{\partial C_L} = 0 \rightarrow \frac{\partial K_0}{\partial C_L} = 0 = \frac{1 \cdot (C_{D0} + K C_L^2) - (C_L - \frac{1}{2} \rho S V_w^2) \cdot 2 K C_L}{(C_{D0} + K C_L^2)^2} = 0$$

$$C_{D0} + K C_L^2 - 2 K C_L^2 + 2 K C_L \left[\frac{1}{2} \rho S V_w^2 - C_L \right] = 0$$

$$-K C_L^2 + 2 K \frac{W}{\frac{1}{2} \rho S V_w^2} + C_{D0} = 0$$

$$C_L = \frac{-2 K \left[\frac{1}{2} \rho S V_w^2 - C_L \right] \pm \sqrt{4 K^2 \left[\frac{1}{2} \rho S V_w^2 - C_L \right]^2 + 4 K C_{D0}}}{-2 K}$$

$$C_{L_{opt}} = \left[\frac{1}{2} \rho S V_w^2 - C_L \right] \pm \sqrt{\left[\frac{1}{2} \rho S V_w^2 - C_L \right]^2 + \frac{C_{D0}}{K}} \quad \text{donde } \left[\frac{1}{2} \rho S V_w^2 - C_L \right] = \frac{2 W}{\rho S V_w^2}$$

Si $\left[\frac{1}{2} \rho S V_w^2 - C_L \right] \rightarrow 0$ $C_{L_{opt}} = \sqrt{\frac{C_{D0}}{K}}$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

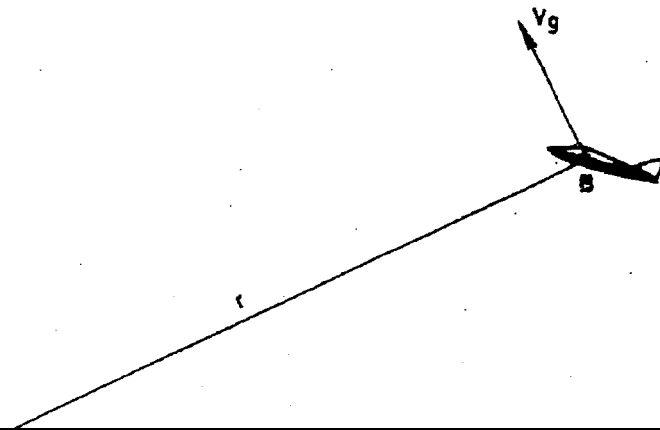
PROBLEMA 6 •

La figura representa un planeador, con polar parabólica y cuyas características aerodinámicas, geométricas y másicas se consideran conocidas, unido al suelo por su centro de gravedad mediante el cable AB, de longitud r , sin peso y de resistencia aerodinámica despreciable. El centro de gravedad del planeador describe una trayectoria situada en un plano vertical con un viento de cara uniforme de velocidad V_w .

Suponiendo que el movimiento tiene lugar a C_L constante y conocido, se pide:

- 1°) Plantear las ecuaciones del movimiento del centro de gravedad del avión en el sistema de ejes intrínsecos y determinar el número de grados de libertad matemáticos del sistema.
- 2°) Determinar el ángulo polar, δ , de equilibrio.
- 3°) Determinar el valor de C_L que maximiza el ángulo δ de equilibrio obtenido en el apartado anterior y determinar su límite cuando

$$\frac{W}{\frac{1}{2} \rho V_w^2 S} \rightarrow 0$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

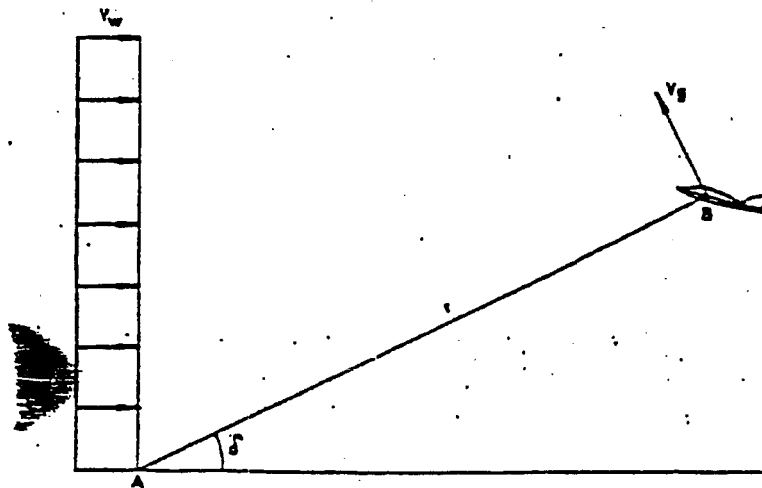
Cartagena99

PROBLEMA 6 (30.10.90)PROBLEMA 6
WADERNILLO CURSO 2005/06

La figura representa un planeador, con polar parabólica y cuyas características aerodinámicas, geométricas y másicas se consideran conocidas, unido al suelo por su centro de gravedad mediante el cable AB, de longitud r , sin peso y de resistencia aerodinámica despreciable. El centro de gravedad del planeador describe una trayectoria situada en un plano vertical con un viento de cara uniforme de velocidad V_w . Suponiendo que el movimiento tiene lugar a C_L constante y conocido, se pide:

- 1) Plantear las ecuaciones del movimiento del centro de gravedad del avión en el sistema de ejes intrínsecos y determinar el número de grados de libertad matemáticos del sistema.
- 2) Determinar el ángulo polar, δ , de equilibrio.
- 3) Determinar el valor de C_L que maximiza el ángulo δ de equilibrio obtenido en el apartado anterior y determinar su límite cuando

$$\frac{W}{\frac{1}{2} \rho V_w^2 S} = 0$$

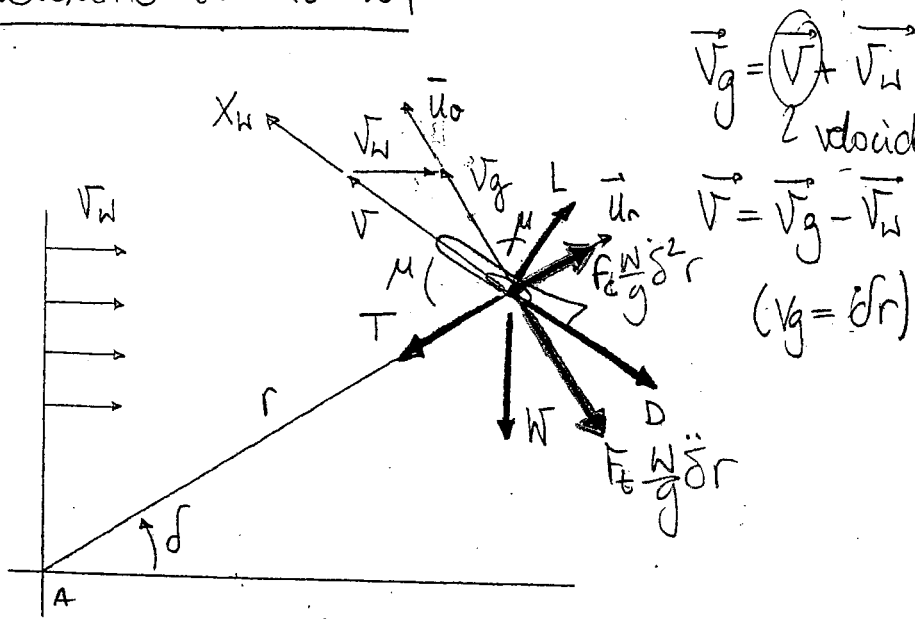


CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Cartagena99

PROBLEMA 6 (30-10-90)



$$\vec{v}_g = \vec{v} + \vec{v}_w$$

2 velocidades aerodinámicas

$$\vec{v} = \vec{v}_g - \vec{v}_w$$

$$(v_g = \dot{r})$$

$$\vec{L} = L \cos \mu \vec{u}_0 + L \sin \mu \vec{u}_r \quad ; \quad L = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_L$$

$$\vec{F}_c = \frac{W}{g} \frac{V^2}{R} \vec{u}_r = \frac{W}{g} \frac{(\dot{r})^2}{r} \vec{u}_r = \frac{W}{g} \dot{\delta}^2 r \vec{u}_r$$

$$\vec{F}_t = \frac{W}{g} \dot{v}_g (-\vec{u}_0) = \frac{W}{g} \dot{\delta} r (-\vec{u}_0)$$

$$\vec{T} = -T \vec{u}_r$$

$$\vec{D} = D \cos \mu \vec{u}_r - D \sin \mu \vec{u}_0 \quad ; \quad D = \frac{1}{2} \rho V^2 S C_D = \frac{1}{2} \rho V^2 S (C_{D0} + K C_L^2)$$

$$\vec{W} = -W \sin \delta \vec{u}_r - W \cos \delta \vec{u}_0$$

aceleración

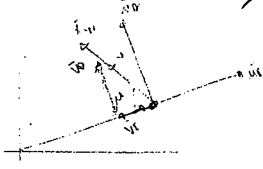
$$\vec{u}_r) \quad L \sin \mu + \left(\frac{W}{g} \dot{\delta}^2 r \right) - T + D \cos \mu - W \sin \delta = 0 \quad (1)$$

$$\vec{u}_0) \quad L \cos \mu - \left(\frac{W}{g} \dot{\delta} r \right) - D \sin \mu - W \cos \delta = 0 \quad (2)$$

Necesitamos conocer μ :

$$\vec{v} = v_0 \vec{u}_0 + v_r \vec{u}_r$$

$$\tan \mu = \frac{v_0}{v_r} = \frac{v_g + v_w \sin \delta}{v_g} = \frac{v_g}{v_g} + \frac{v_w \sin \delta}{v_g}$$



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Variables dependientes: T, d (puesto que $v_y h$ son funciones de d y r)
 Ecuaciones: 2

$$NGL = \text{Variables dependientes} - \text{Ecuaciones} = 0 \rightarrow \text{NGL} = 0$$

2) Equilibrio: $\delta = \ddot{\delta} = 0 \rightarrow v_g = 0$

Por tanto: $Tg \mu = \frac{v_g}{v_w \cos d} + Tg d \rightarrow \mu = d$

Sustituyendo en: (1): $L \cos d - T + D \cos d - W \sin d = 0 \rightarrow \textcircled{T}$
 (2): $L \sin d - D \sin d - W \cos d = 0 \rightarrow \textcircled{D}$

$$\frac{(2)}{\cos d} : L - W - D Tg d = 0 \rightarrow Tg d = \frac{L - W}{D} = \frac{\frac{1}{2} \rho V_w^2 S C_d - W}{\frac{1}{2} \rho V_w^2 S C_D} = \frac{C_d - \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V_w^2 S}}{C_D}$$

$$Tg d = \frac{C_d - \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V_w^2 S}}{C_D}$$

donde $|V| = |V_w|$
 $C_D = C_{D0} + K C_d^2$

3) Maximizar d es lo mismo que maximizar $Tg d$

$$\frac{\partial(Tg d)}{\partial(C_d)} = 0 \rightarrow \frac{1 \cdot (C_{D0} + K C_d^2) - (C_d - \frac{W}{\frac{1}{2} \rho V_w^2 S}) (2K C_d)}{(C_{D0} + K C_d^2)^2} = 0$$

$$C_{D0} + K C_d^2 - 2K C_d^2 + 2K C_d \frac{2W}{\rho V_w^2 S} = 0 \quad \text{Llamando: } A = \frac{2W}{\rho V_w^2 S}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$n \frac{1}{2} \rho V_w^2 S = A \rightarrow 0 \rightarrow$$

3 $Q / \delta_{eq \max}$; Particularizar si $\frac{2w}{\rho v_w^2 g} \Rightarrow 0$

$$\frac{d(tg\delta)}{dQ} = \frac{1}{1+tg^2\delta} \cdot \frac{d\delta}{dQ} = 0 \Rightarrow \text{Maximizar } \delta_{eq} = \text{Maximizar } tg\delta_{eq}$$

$$\frac{d(tg\delta_{eq})}{dQ} = \frac{(G_0 + kQ^2) - (Q - \frac{2w}{\rho v_w^2 g}) 2kQ}{(G_0 + kQ^2)^2} = 0 \Rightarrow kQ^2 - \frac{4w}{\rho v_w^2 g} kQ - G_0 = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Q = \frac{\frac{4w}{\rho v_w^2 g} k \pm \sqrt{(\frac{4w}{\rho v_w^2 g} k)^2 + 4G_0 k}}{2}; \text{ Solución } (+) \text{ que tiene más sentido.}$$

$$Q = \frac{2w}{\rho v_w^2 g} k + \sqrt{G_0 + \left(\frac{2w}{\rho v_w^2 g}\right)^2 k^2}$$

$$\frac{2w}{\rho v_w^2 g} \rightarrow 0 \Rightarrow Q_{\delta_{eq \max}} = \sqrt{G_0}$$

$$\delta_{eq \max} = \arctg \frac{k}{\sqrt{G_0} (1+k)}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIEROS AERONÁUTICOS

UNIDAD DOCENTE DE MECÁNICA DEL VUELO

14.09.07

E. Final Septiembre "Mecánica del Vuelo I"

PROBLEMA 1º

Se considera un planeador en vuelo simétrico, rectilíneo, casi-estacionario, en un plano vertical, con las alas a nivel y con $\gamma_d \ll 1$. Para este planeador las distancias existentes entre el centro aerodinámico del conjunto ala-fuselaje y el centro aerodinámico de la cola horizontal, l , y entre el centro aerodinámico del conjunto ala-fuselaje y el centro de masas, x_{cg} , son constantes conocidas.

Suponiendo además que:

- Se conocen las características geométricas, aerodinámicas y máxicas del planeador necesarias para la resolución del problema (en concreto, $W, S, S_t, c, C_{m acwb}, \eta_i = 1$, etc.).
- La polar del conjunto ala-fuselaje y la polar de la cola horizontal pueden expresarse, respectivamente, mediante $C_{Dwb} = C_{D0wb} + k_{wb} C_{Lwb}^2$, $C_{Di} = C_{D0i} + k_i C_{Li}^2$ (donde $C_{D0wb}, k_{wb}, C_{D0i}$ y k_i son constantes conocidas).
- A la resistencia global del avión no contribuye la sustentación de la cola, pero sí su resistencia.
- La distancia existente entre el centro de masas y el centro aerodinámico de la cola es función de la posición del centro de masas.
- Para el margen de altitudes considerado, la densidad atmosférica ρ es una constante conocida.

Se pide:

- Determinar la polar del avión completo $C_D = C_D(C_L)$ en las condiciones de vuelo mencionadas.
- Suponiendo además que el ala sea plana y sus perfiles simétricos, determinar el coeficiente de sustentación que maximiza el tiempo que es capaz el planeador de estar en el aire cuando se suelta desde una altura dada h_0 , $(C_L)_{t_{max}}$, así como este tiempo máximo, t_{max} .
- Determinar la posición del centro de masas, x_{cg} , que maximiza el tiempo máximo calculado en el apartado anterior.

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

The logo for Cartagena99 features the text 'Cartagena99' in a stylized, dark blue font. The '99' is significantly larger and more prominent than the rest of the text. The logo is set against a light blue background with a white arrow pointing to the right, and a dark blue shadow is cast beneath the text.

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

15

$$1) -D - Wf = 0 ; -D + Wfd = 0 \text{ (I)}$$

$$-L + W = 0 ; -L + Wf = 0 \text{ (II)}$$

$$\Sigma = Q_{wb} + Q_{t} \cdot \frac{St}{S}$$

$$M_A = L_{wb} \cdot x_{cg} + M_{acwb} - L_t \cdot (l - x_{cg}) = 0$$

$$C_{MA} = Q_{wb} \cdot \hat{x}_{cg} + C_{macwb} - Q_t \cdot \frac{St}{S} \cdot \hat{l} = 0 = Q_{wb} \hat{x}_{cg} + C_{macwb} - Q_t \cdot \frac{St}{S} \cdot (\hat{l} - \hat{x}_{cg}) = 0$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{\substack{\text{S.C} \\ \text{St} \cdot (l - x_{cg})}}$

$$Q_t = \frac{S}{St} \cdot \frac{1}{\hat{l} - \hat{x}_{cg}} [Q_{wb} \hat{x}_{cg} + C_{macwb}] = \frac{S}{St} \cdot \frac{1}{\hat{l} - \hat{x}_{cg}} [Q_{wb} \hat{x}_{cg} (1 - \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{l}}) + C_{macwb} (1 - \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{l}})]$$

\uparrow
 $Q_{wb} = Q_{wb}(Q)$

$$Q = Q_{wb} + \frac{Q_{wb} \hat{x}_{cg}}{\hat{l} - \hat{x}_{cg}} + \frac{C_{macwb}}{\hat{l} - \hat{x}_{cg}} = \frac{Q_{wb} \hat{l}}{\hat{l} - \hat{x}_{cg}} + \frac{C_{macwb}}{\hat{l} - \hat{x}_{cg}} \rightarrow Q_{wb} = \frac{Q (\hat{l} - \hat{x}_{cg})}{\hat{l}} - \frac{C_{macwb}}{\hat{l}}$$

$$Q_{wb} = Q \left(1 - \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{l}}\right) - \frac{C_{macwb}}{\hat{l}}$$

$$D = Q_{wb} + Q_t \frac{St}{S}$$

$$Q_{wb} = Q_{0wb} + K_{wb} \cdot \left[Q \left(1 - \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{l}}\right) - \frac{C_{macwb}}{\hat{l}} \right]^2$$

$$Q_t = Q_{0t} + K_t \cdot \left\{ \frac{S}{St} \cdot \frac{1}{\hat{l} - \hat{x}_{cg}} \left[Q_{wb} \hat{x}_{cg} \left(1 - \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{l}}\right) + C_{macwb} \left(1 - \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{l}}\right) \right] \right\}^2$$

$$C_D = A + BQ + CQ^2$$

$$A = Q_{0wb} + K_{wb} \frac{C_{macwb}^2}{\hat{l}^2} + Q_{0t} \cdot \frac{St}{S} + K_t \frac{S}{St} \cdot \frac{C_{macwb}^2}{(\hat{l} - \hat{x}_{cg})^2} \cdot \left(1 - \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{l}}\right)^2$$

$$B = -2K_{wb} \frac{C_{macwb}}{\hat{l}} \cdot \left(1 - \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{l}}\right) \frac{1}{\hat{l}} + 2K_t \frac{S}{St} \cdot \frac{C_{macwb}}{\hat{l}} \cdot \left(1 - \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{l}}\right) \frac{1}{\hat{l}} \cdot \frac{S}{St}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
 LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
 CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

$$-2K_{wb} \left(1 - \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{l}}\right) \frac{1}{\hat{l}} + 2K_t \frac{S}{St} \cdot \frac{C_{macwb}}{\hat{l}} \cdot \left(1 - \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{l}}\right) \frac{1}{\hat{l}} = K_{wb} \left(1 - \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{l}}\right)^2 + K_t \frac{S}{St} \cdot \frac{C_{macwb}^2}{\hat{l}^2}$$



TOTAL = 304728,029 €

Diciembre	6152,09483	16510,7228	706,306	23369,1236	27575,5658
Noviembre	10035,5673	17761,824	706,306	28503,6973	33634,3628
Octubre	2768,70573	13717,3183	706,306	17192,3301	20286,9495
Septiembre	4567,46976	12999,4272	706,306	18273,203	21562,3795
Agosto	4073,96246	11926,4242	706,306	16706,6926	19713,8973
Julio	3621,29997	9938,6868	706,306	14266,2928	16834,2255
Junio	5996,5272	13801,9275	706,306	20504,7607	24195,6176
Mayo	6337,27494	12876,1253	706,306	19919,7062	23505,2533
Abril	6047,07264	13429,305	706,306	20182,6836	23815,5667
Marzo	6248,64173	14801,9767	706,306	21756,9244	25673,1708

**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70**



$$(I) \rightarrow f_d = \frac{D}{W} = \frac{D}{L} = \frac{S}{\rho} = \frac{A}{\rho} + C_Q$$

$$t_{MAX} \Rightarrow \delta_{min}$$

$$\frac{d f_d}{d Q} = -\frac{A}{Q^2} + C' = 0 \Rightarrow C' Q^2 = A \sim Q_{tMAX} = \sqrt{\frac{A}{C'}}$$

$$C_{tMAX} = \sqrt{\frac{C_{Dwb} + C_{Dt} \frac{St}{S}}{K_{wb} \left(1 - \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{r}}\right)^2 + K_t \frac{St}{S} \frac{\hat{x}_{cg}^2}{\hat{r}^2}}$$

$$\frac{dh}{dt} = V_{enf} = -V_{enf} f_d = -V f_d$$

$$\int_0^{h_0} dh = \int_0^t -V \cdot f_d \Rightarrow t = \frac{h_0}{V f_d} \sim \boxed{t_{MAX} = \frac{h_0}{V \cdot \frac{C_D}{C_{tMAX}}} = \frac{h_0}{V \cdot \frac{A + C' Q_{tMAX}^2}{\sqrt{\frac{A}{C'}}}} = \frac{h_0}{V} \left[\frac{1}{\frac{A}{C_{tMAX}} + C' C_{tMAX}} \right]}$$

$$3) t_{MAX} \Big|_{MAX} \Rightarrow \hat{x}_{cg} \min \Rightarrow \frac{dt_{MAX}}{d\hat{x}_{cg}} = 0 \Rightarrow \frac{d}{d\hat{x}_{cg}} \left[\frac{h_0}{2V} \cdot \frac{1}{f(\hat{x}_{cg})} \right]$$

$$\frac{d}{d\hat{x}_{cg}} \left[\left(C_{Dwb} + C_{Dt} \cdot \frac{St}{S} \right) \left(K_{wb} \left(1 - \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{r}} \right)^2 + K_t \frac{St}{S} \frac{\hat{x}_{cg}^2}{\hat{r}^2} \right) \right]^{-\frac{1}{2}} = -\frac{1}{2} \cdot \left[\left(C_{Dwb} + C_{Dt} \frac{St}{S} \right) \cdot \left(-2 \frac{K_{wb}}{\hat{r}} + 2 K_{wb}^2 \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{r}^2} + 2 K_t \frac{St}{S} \frac{\hat{x}_{cg}}{\hat{r}^2} \right) \right]$$

$$-\cancel{2} \frac{K_{wb}}{\hat{r}} + \hat{x}_{cg} \left[\cancel{2} K_{wb}^2 \frac{1}{\hat{r}^2} + \cancel{2} K_t \frac{St}{S} \cdot \frac{1}{\hat{r}^2} \right] = 0 \sim \boxed{\hat{x}_{cg} = \frac{K_{wb} \cdot \hat{r}}{K_{wb}^2 + K_t \frac{St}{S}}}$$

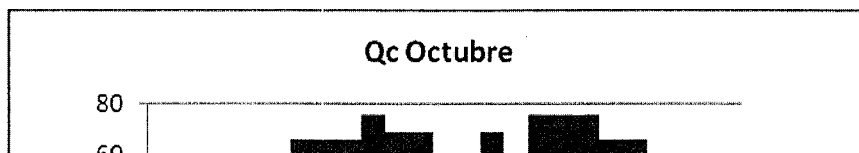
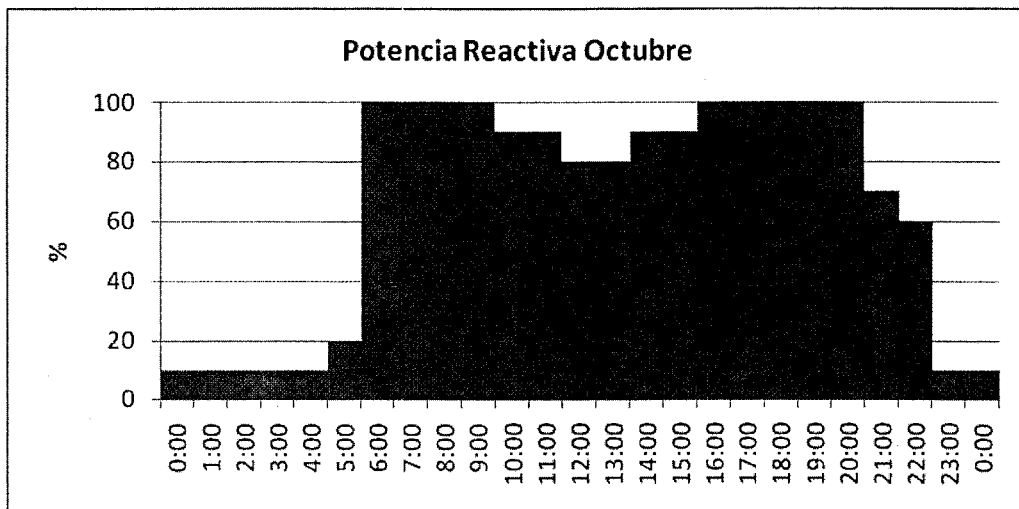
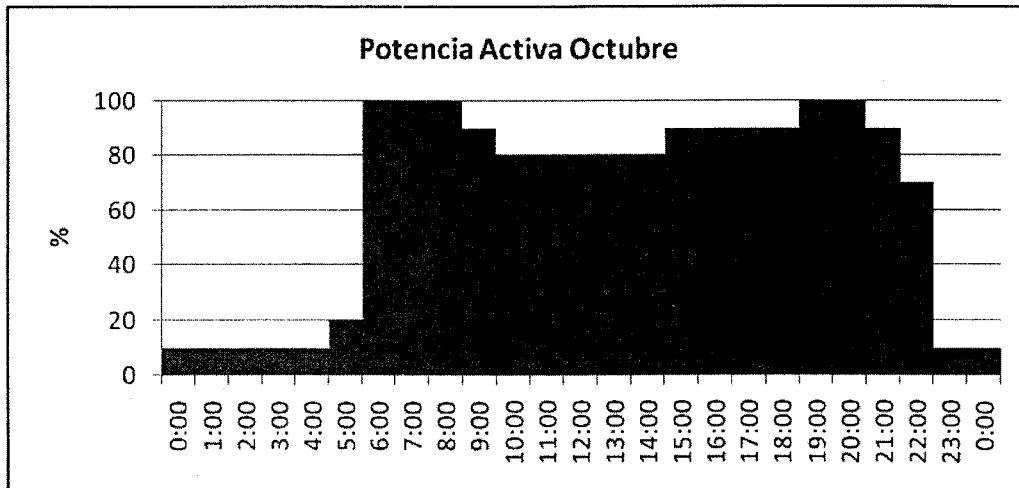
Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

Octubre

Pmed (kW)	146,77		
Pmax (kW)	220	Qmax <i>WAr</i>	160
FU (%)	66,713636	Qcmax <i>WAr</i>	75,652353
FD (%)	38,623684	Qcmin <i>WAr</i>	6,6280392



**CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70**

**ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP:689 45 44 70**

Cartagena99

15) NO!!!

$$1) \quad G = G_{wb} + G_{dt} = G_{owb} + K_{wb} G_{wb}^2 + G_{ot} + K_t G_t^2$$

$$G = G_{wb} + G_t \cdot \cancel{\eta} + \frac{S_t}{S} G_{ot} E - G_{dt} \cdot \cancel{\eta} \cdot \frac{S_t}{S} \cdot \cancel{L} E$$

$\circ (G_t \text{ no contribuye a } G)$
 $\circ (G_t \text{ no contribuye a } G)$

$$G = G_{wb} - (G_{ot} + K_t G_t^2) \frac{S_t}{S} E$$

$$G = G_{wb} - G_{ot} \frac{S_t}{S} E \rightarrow G_{wb} = G + G_{ot} \frac{S_t}{S} E$$

$$M_t = L_{wb} x_{cg} + M_{acwb} - L_t (l - x_{cg}) + M_{dt} = 0$$

$\circ (\text{apil simétrica})$

$$G_{wa} = G_{wb} \hat{x}_{cg} + G_{wa} c_{wb} - G_t \hat{V}_t \eta = G_{wb} \hat{x}_{cg} + G_{wa} c_{wb} - G_t \cdot \frac{S_t}{S} (l - \hat{x}_{cg}) = 0$$

$\downarrow \frac{S_t (l - x_{cg})}{S \cdot d}$

$$G_t = \frac{G_{wb} \hat{x}_{cg} + G_{wa} c_{wb}}{\frac{S_t}{S} (l - \hat{x}_{cg})} = \frac{S}{S_t (l - \hat{x}_{cg})} \left[(G + G_{ot} \frac{S_t}{S} E) \hat{x}_{cg} + G_{wa} c_{wb} \right]$$

$$G = G_{owb} + K_{wb} \left[G + G_{ot} \frac{S_t}{S} E \right]^2 + G_{ot} + K_t \cdot \left\{ \frac{S}{S_t (l - \hat{x}_{cg})} \left[(G + G_{ot} \frac{S_t}{S} E) \hat{x}_{cg} + G_{wa} c_{wb} \right] \right\}^2$$

$$2) \quad -D - W \sin \theta = 0; \quad -D + W \sin \theta = 0; \quad D = W \cdot \sin \theta \rightarrow \sin \theta = \frac{D}{W} = \frac{\sqrt{PSV^2 G}}{W}$$

$$-L + W \cos \theta = 0; \quad L = W \cos \theta; \quad L = W \rightarrow G = \frac{2W}{PSV^2}; \quad V^2 = \frac{2W}{PSG}$$

$$\frac{dh}{dt} = V \sin \theta; \quad \frac{dh}{dt} = -V \sin \theta = -V \sin \theta \rightarrow \frac{dh}{dt} = -V \sin \theta$$

$$G = A + CG + BG^2$$

$$\int_0^t dh = \int -V \sin \theta dt; \quad 0 - h_0 = -V \sin \theta t; \quad h_0 = V \sin \theta t \rightarrow t = \frac{h_0}{V}$$

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70



$$dt \quad -h_0 \cdot \left[\left(\frac{2W}{PS} \right)^{1/2} \cdot \frac{1}{2} \cdot G^{-3/2} \cdot \frac{C_0(G)}{C_1} + \left(\frac{2W}{PS} \right)^{1/2} \cdot G^{-1/2} \cdot \left(-\frac{A}{C_2} + B \right) \right]$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{2W}{\rho S} \right)^{1/2} \cdot \cancel{L^{-3/2}} \cdot \begin{matrix} \nearrow L^{-1} \\ \left[\frac{A}{L} + B L + C \right] \end{matrix} = \left(\frac{2W}{\rho S} \right)^{1/2} \cdot \cancel{L}^{-1/2} \cdot \left[\frac{-A}{L^2} + B \right];$$

$$\frac{1}{2} \left[\frac{A}{L^2} + B + \frac{C}{L} \right] = \frac{-A}{L^2} + B; \quad \frac{A}{L^2} + B + \frac{C}{L} = \frac{-2A}{L^2} + 2B;$$

$$\frac{3A}{L^2} + \frac{C}{L} - B = 0; \quad -B L^2 + C L + 3A = 0; \quad B L^2 - C L - 3A = 0$$

$$L^2 - \frac{C L}{B} - \frac{3A}{B} = 0 \quad \rightarrow \quad L_{tMAX} = \frac{\frac{C}{B} + \sqrt{\frac{C^2}{B^2} + \frac{12A}{B}}}{2}$$

$$t_{MAX} = \frac{h_0}{\sqrt{\frac{2W}{\rho S L_{tMAX}} \cdot \left(\frac{A}{L_{tMAX}} + B L_{tMAX} + C \right)}}$$

$$A = G_{0wb} + K_{wb} \left(G_{0t} \frac{S_t}{S} E \right)^2 + G_{0t} + \left(\frac{S}{S_t} \right)^2 \frac{K_t}{(L - \hat{X}_{cg})^2} \left[\left(G_{0t} \frac{S_t}{S} E \hat{X}_{cg} \right)^2 + 2 G_{0t} \frac{S_t}{S} E \hat{X}_{cg} \left(C_{wacwb} + C_{wacwb}^2 \right) \right]$$

$$B = K_{wb} + \left(\frac{S}{S_t} \right)^2 \frac{K_t}{(L - \hat{X}_{cg})^2} \hat{X}_{cg}^2$$

$$C = 2 K_{wb} G_{0t} \frac{S_t}{S} E + \left(\frac{S}{S_t} \right)^2 \frac{K_t}{(L - \hat{X}_{cg})^2} \left[2 G_{0t} \frac{S_t}{S} E \hat{X}_{cg} + 2 C_{wacwb} \hat{X}_{cg} \right]$$

$$3) \quad \frac{dt_{MAX}}{d\hat{X}_{cg}} = 0$$

$$A = D + E \hat{X}_{cg} + F \hat{X}_{cg}^2$$

$$B = G + H \hat{X}_{cg}^2$$

$$\rightarrow L_{tMAX} = \frac{I + J \hat{X}_{cg}}{2(G + H \hat{X}_{cg}^2)} + \sqrt{\frac{(I + J \hat{X}_{cg})^2}{4(G + H \hat{X}_{cg}^2)^2} + 3 \frac{(D + E \hat{X}_{cg} + F \hat{X}_{cg}^2)}{(G + H \hat{X}_{cg}^2)}}$$

Cartagena99

CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70