

# MECÁNICA Y ONDAS I

Curso 2019/2020. Grupo 521. Hoja 10

## SISTEMAS DE REFERENCIA NO INERCIALES

- 1 Resolver el problema de caída libre de una partícula de masa  $m$  en un sistema de referencia no inercial  $S'$  anclado a la superficie de la tierra

$$m\mathbf{a}' = m\mathbf{g} - m\boldsymbol{\omega}^{S'/S} \wedge (\boldsymbol{\omega}^{S'/S} \wedge \mathbf{R}_E) - 2m\boldsymbol{\omega}^{S'/S} \wedge \mathbf{v}' = m\mathbf{g}_{eff} - 2m\boldsymbol{\omega}^{S'/S} \wedge \mathbf{v}'$$

con condiciones iniciales  $\mathbf{r}'(t=0) = x'_3(0)\hat{\mathbf{z}}' = h\hat{\mathbf{z}}'$  ( $x'_{1,2}(0) = 0$ ) y  $\mathbf{v}'(t=0) = \mathbf{0}$  ( $\dot{x}'_{i=1,2,3}(0) = 0$ ). Estimar el tiempo de impacto  $t^*$ , y la desviación hacia el este  $x'_1(t^*)$  para  $h = 100$  m y una colatitud  $\theta = \pi/2$  (equador). Estimar el tiempo de impacto  $t^*$ , y las desviaciones hacia el este  $x'_1(t^*)$  y hacia el norte  $x'_2(t^*)$  para el mismo valor de  $h$  y una colatitud  $\theta = \pi/4$ .

- 2 Para simular la gravedad terrestre, una estación espacial tiene forma de toro que gira entorno a su eje de simetría rotacional con velocidad angular constante cuyo módulo es  $\omega$ . El radio interior del toro es  $r = 160$  m y el radio exterior es  $R = 220$  m de forma que la parte exterior del toro es el “suelo” para un tripulante de la estación (i.e., el tripulante está en el interior de la estación a una distancia  $R$  del eje de rotación) y la parte interior del toro es el “techo”. (a) Representar la aceleración del astronauta desde el punto de vista de un sistema de referencia inercial  $S$ , de otro referencial  $S'$  anclado a la nave y cuyo origen  $O'$  está en el centro del toro, y desde un tercer referencial  $S''$  también anclado a la nave, pero cuyo origen  $O''$  se encuentra en el radio exterior de la estación, a una distancia  $R$  del eje de giro. Representar también las fuerzas reales y ficticias que actúan sobre el astronauta y hallar su magnitud. (b) Calcular la velocidad angular  $\omega$  necesaria para que el campo gravitatorio simulado sea igual al terrestre. (c) Calcular como varía la gravedad aparente en el interior del tubo, desde el “suelo” a distancia  $R$  desde el eje de rotación hasta el “techo” a distancia  $r$  desde el eje. (d) Si se deja caer un cuerpo desde el “techo”, ¿en que punto del suelo cae?
- 3 Demostrar que cuando se lanza una partícula verticalmente hacia arriba desde un punto situado a una latitud  $\lambda = \frac{\pi}{2} - \theta$  norte ( $\theta < \frac{\pi}{2}$  es la colatitud en el hemisferio norte), con módulo de la velocidad inicial  $v_0$ , el punto donde cae se encuentra hacia el oeste aproximadamente a una distancia  $d \cong \frac{4}{3} \omega \cos \lambda \sqrt{\frac{8h^3}{g}}$ , donde  $\omega$  es la velocidad angular terrestre y  $h$  es la altura máxima alcanzada (despreciar términos en  $\omega^2$  y suponer que  $h$  es pequeña frente al radio terrestre).
- 4 Demostrar que cuando se dispara un proyectil hacia el este desde una colatitud  $\theta < \frac{\pi}{2}$  en el hemisferio norte, la desviación lateral es  $d \cong \frac{4v_0^3}{g^2} \omega \cos \theta \sin^2 \alpha \cos \alpha$ , donde  $v_0$  es la velocidad inicial del proyectil y  $\alpha$  su inclinación inicial respecto de la horizontal (despreciar términos en  $\omega^2$ ).
- 5 Un tubo horizontal  $OA$  de longitud  $l$  gira con velocidad angular constante  $\omega$  alrededor de un eje vertical perpendicular al tubo, que contiene a su extremo  $O$  (ver figura). En el interior del tubo se encuentra una partícula de masa  $m$  que se puede mover sin sufrir rozamiento con las paredes del tubo y que está sometida a la gravedad. Resolver los siguientes problemas utilizando el formalismo de los sistemas de referencia no inerciales:

a) En el momento inicial la velocidad de la masa respecto al tubo es



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

---

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70

- c) Considerar ahora las siguientes condiciones iniciales: la masa se encuentra en el extremo  $A$  y se le imparte una velocidad  $v_0$  respecto al tubo hacia  $O$ . Establecer la condición que tiene que satisfacer  $v_0$  para que la masa pueda llegar al origen  $O$ .



CLASES PARTICULARES, TUTORÍAS TÉCNICAS ONLINE  
LLAMA O ENVÍA WHATSAPP: 689 45 44 70

- - -

ONLINE PRIVATE LESSONS FOR SCIENCE STUDENTS  
CALL OR WHATSAPP: 689 45 44 70